

05:12

## Среднее время установления прецессионных режимов в магнитных пленках при динамической бистабильности

© А.М. Шутый

Ульяновский государственный университет,  
43970 Ульяновск, Россия  
E-mail: shuty@mail.ru

(Поступило в Редакцию 26 января 2010 г.)

На основе анализа однородной прецессии намагниченности тонкой магнитной пленки исследовано среднее время установления регулярных режимов, отвечающих состоянию динамической бистабильности. Выявлена возможность управления параметрами переходного процесса за счет использования дополнительного переменного магнитного поля, представляющего собой гармонический или шумовой сигналы. Обнаружен новый тип стохастического резонанса, относящегося к вероятности установления высокоамплитудной прецессии и проявляющегося при коротком шумовом воздействии.

### Введение

Интерес к нелинейной динамике обусловлен, с одной стороны, разнообразием реализуемых режимов, а с другой — общностью их основных свойств, проявляемых в системах различной природы, и следовательно, возможностью широкого практического применения полученных результатов [1]. Одной из таких особенностей нелинейной динамики является возникновение бистабильных состояний, управление которыми представляет важную научную задачу [1–3], так как может быть использовано в современных, в том числе информационных, технологиях [4]. С бистабильными состояниями связаны также различные интенсивно исследуемые в настоящее время эффекты, в частности стохастический резонанс, проявляемый в резонансной зависимости от уровня прикладываемого шума ответа системы на регулярное воздействие [1,5–8]. Использование для исследования различных динамических режимов магнитных систем связано, во-первых, с широким их применением для создания интегральных элементов обработки и хранения информации, а во-вторых, с достаточно легким возбуждением в магнитных подсистемах нелинейной динамики [8–12].

В настоящей работе при рассмотрении прецессионной динамики намагниченности тонких пленок исследуются особенности переходных процессов в условиях реализации динамической бистабильности. При этом основное внимание уделено такому важному для эффективного ее использования параметру, как среднее время установления регулярных прецессионных режимов, а также выявленному новому типу стохастического резонанса.

### Исходные уравнения и соотношения

Динамическое поведение вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  во внешних статическом  $\mathbf{H}$  и переменном  $\mathbf{h}$  магнитных полях будем описывать уравнением Ландау–Лифшица [13], записанным для нормированных компонент вектора намагниченности  $m_i = M_i/M$  (где

$i = x, y, z$  — оси декартовой системы координат), для которых выполняется равенство  $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$ :

$$\begin{aligned} \frac{M(1+\alpha^2)}{\gamma} \dot{m}_y &= (m_z + \alpha m_x m_y) \frac{\partial F}{\partial m_x} \\ &\quad - (m_x - \alpha m_y m_z) \frac{\partial F}{\partial m_z} - \alpha(1-m_y^2) \frac{\partial F}{\partial m_y}, \\ \frac{M(1+\alpha^2)}{\gamma} \dot{m}_z &= (m_x + \alpha m_y m_z) \frac{\partial F}{\partial m_y} \\ &\quad - (m_y - \alpha m_x m_z) \frac{\partial F}{\partial m_x} - \alpha(1-m_z^2) \frac{\partial F}{\partial m_z}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\gamma$  — гиромагнитное отношение,  $\alpha$  — параметр диссипации;  $F$  — плотность свободной энергии магнитной системы.

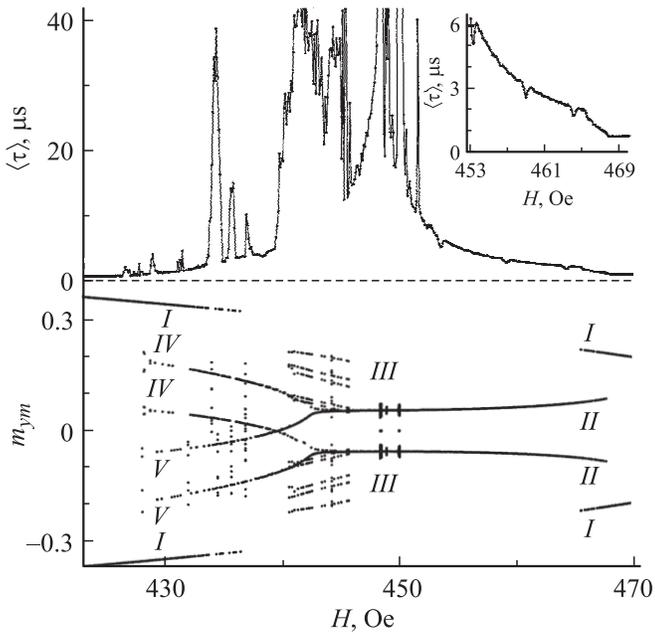
Далее исследования будем проводить для широко используемых в интегральных технологиях монокристаллических тонких пленок с кубической кристаллической решеткой. Кристаллографическую ось [100] примем совпадающей с осью  $x$  и нормальной поверхности пленки, а оси [010] и [001] — совпадающими с осями  $y$  и  $z$ . При этом в случае однородного вдоль пленки распределения намагниченности выражение для плотности свободной энергии имеет вид

$$\begin{aligned} F &= -\mathbf{M}(\mathbf{H} + \mathbf{h}) - (K_u - 2\pi M^2)m_x^2 \\ &\quad + K_1[m_z^2(m_x^2 + m_y^2) + m_x^2 m_y^2], \end{aligned} \quad (2)$$

где  $K_u$  и  $K_1$  — константы индуцированной ростом и кристаллографической анизотропии; статическое поле далее считаем нормальным поверхности пленки ( $H = H_x$ ).

### Время установления стационарной прецессии в условиях бистабильности

Исследование прецессионных режимов, устанавливающихся в условиях динамической бистабильности под



**Рис. 1.** Бифуркационная диаграмма (нижняя часть рисунка): зависимость от величины подмагничивающего поля экстремальных значений  $y$ -компоненты нормированной намагниченности; ветви  $I$ – $V$  соответствуют разным составляющим бистабильность режимам; зависимость от поля  $H$  среднего значения времени установления регулярных режимов прецессии (верхняя часть рисунка);  $\omega_0/2\pi = 100$  МГц,  $h_0 = 2$  Ое.

воздействием переменного магнитного поля, удобно начать с построения параметрической бифуркационной диаграммы [1,10].

На рис. 1 (в нижней части) приведена диаграмма на плоскости  $(m_{ym}; H)$ , где  $m_{ym} = m_{y,\max}, m_{y,\min}$ , и каждому значению подмагничивающего поля  $H$  соответствуют экстремальные значения  $y$ -компоненты нормированного магнитного момента, прецессирующего под воздействием линейно поляризованного вдоль оси  $y$  ( $h = h_y$ ) переменного магнитного поля

$$h(t) = h_0 \sin(\omega_0 t + \phi)$$

с параметрами (здесь и далее)  $\omega_0/2\pi = 100$  МГц,  $h_0 = 2$  Ое,  $\phi$  — произвольно взятая начальная фаза. При этом если на бифуркационной диаграмме одному значению поля  $H$  отвечают две или больше отдельных точек, то реализуется регулярный прецессионный режим; случай большого числа сливающихся точек на приведенной диаграмме отвечает прецессионному режиму с биениями, частота которых сильно отличается от частоты  $\omega_0$ .

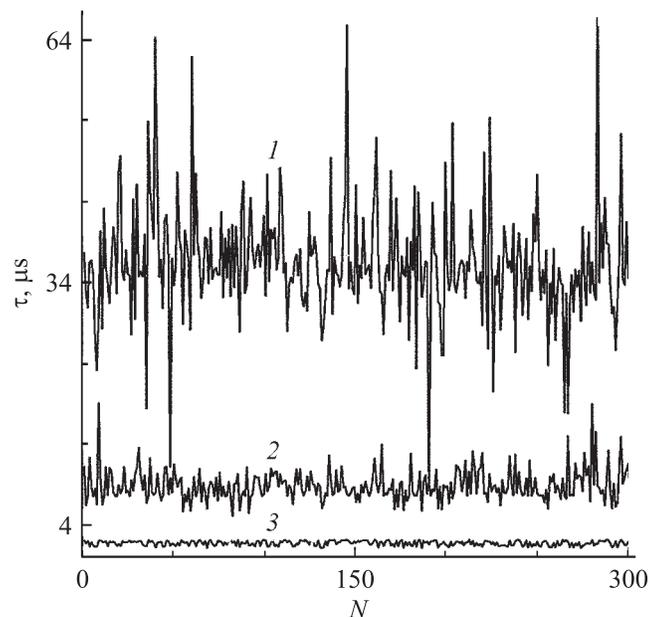
Изменение начальных условий или включение флуктуаций различных параметров может при тех же значениях управляющего параметра ( $H$ ) привести к получению других точек диаграммы, тогда последние относятся к иной ветви диаграммы, и имеет место динамическая бистабильность: реализация двух (или более) динамических режимов при одних и тех же параметрах

системы. Приведенная диаграмма построена при суммировании трехсот реализаций ( $N = 1, 2, \dots, 300$ ) установления стационарной прецессии вектора намагниченности, в каждой из которых случайным образом менялась начальная фаза  $\phi$  переменного поля. В результате на диаграмме присутствуют несколько ветвей прецессионных режимов, в частности ветви, обозначенные номерами  $I$ – $V$ , которые при их соответствии одному и тому же интервалу поля  $H$  составляют динамическую бистабильность.

Каждому отдельному случаю  $N$  реализации прецессии (т.е. при одном значении случайного параметра  $\phi$ ) отвечает свое время установления периодического режима  $\tau$ , т.е. переходное время между моментом включения переменного поля и приближенно полученным моментом вывода намагниченности (при ее исходном равновесном состоянии) на регулярный прецессионный режим. Данное время в численном анализе рассчитывалось путем фиксирования момента приближения к заданной точности траектории прецессирующей намагниченности к аттрактору регулярного режима (т.е. к не изменяющейся с течением времени кривой в фазовом пространстве).

На верхней части рис. 1 приведена соответствующая бифуркационной диаграмме зависимость от подмагничивающего поля среднего (по полученным реализациям динамического режима) значения переходного времени  $\langle \tau \rangle$ . Для численного анализа использовались следующие параметры феррит-гранатовой пленки [14]  $Y_{2.9}La_{0.1}Fe_{3.9}Ga_{1.1}O_{12}$ :  $4\pi M = 214.6$  Г;  $K_1 = -10^3$  эрг/см<sup>3</sup> и  $K_u = -10^3$  эрг/см<sup>3</sup>;  $\gamma = 1.755 \cdot 10^7$  (Ое · с)<sup>-1</sup>;  $\alpha = 10^{-2}$ .

Из приведенного рисунка видно, что минимальное переходное время отвечает отсутствию динамической бистабильности. С появлением наряду с режимами ветви  $I$  режимов ветви  $II$  (вблизи  $H = 469$  Ое) время  $\langle \tau \rangle$  возрастает, представляя собой среднее переходное время установления либо режимов первой, либо режимов второй ветви диаграммы. Уменьшение подмагничивающего поля приводит к дальнейшему росту данной временной характеристики (на значительном интервале величины  $H$  имеет место монотонный рост за исключением отдельных малых областей резкого падения  $\langle \tau \rangle$  — см. вставку). Увеличение среднего переходного времени происходит, несмотря на то, что прецессионные режимы ветви  $I$  уже не реализуются ( $437 \leq H \leq 465$  Ое). Это объясняется тем, что, как показал дополнительный анализ, бистабильность на данном интервале поля  $H$  остается, но, в силу сильного различия амплитуд режимов ветвей  $I$  и  $II$ , из исходного равновесного положения намагниченность не может выйти на высокоамплитудные режимы и остается в поле притяжения аттрактора режимов  $2$  (на режимы  $I$  при данных  $H$  намагниченность может выйти или при другой исходной ориентации, или при кратковременном дополнительном возмущении). Однако присутствие аттрактора высокоамплитудного режима деформирует начальную траекторию намагниченности, что значительно увеличивает время установления прецессионного режима ветви  $II$ .



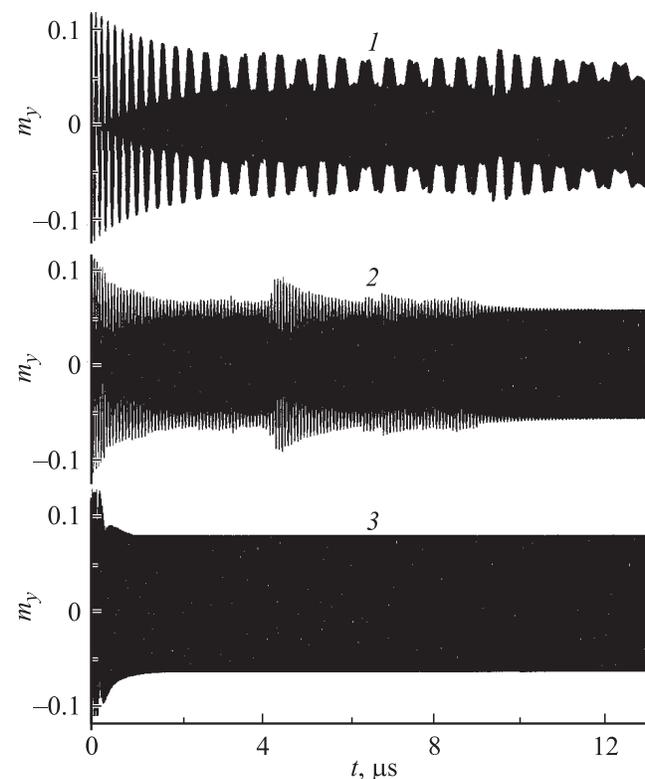
**Рис. 2.** Значения переходного времени для каждой из реализаций процесса при случайном выборе начальной фазы  $\phi$  переменного поля и  $H = 448, 452, 464$  Oe (кривые 1–3).

Узкие области резкого увеличения  $\langle \tau \rangle$  отвечают возникновению наряду с рассмотренными режимами дополнительных, характеризующихся незатухающими биениями (в частности, при  $H \approx 451.5$  Oe). Данные режимы устанавливаются относительно редко (при малом числе реализаций с различными  $\phi$ ), но время их установления велико и это существенно сказывается при усреднении переходного времени  $\tau$ . В интервале поля  $446.0 \leq H \leq 448.5$  Oe переходное время большое во всех реализациях процесса из-за возникновения слабозатухающих биений (см. далее). В интервале  $440.5 \leq H \leq 446.0$  Oe (и в узких интервалах из области меньших значений поля  $H$ ) различным начальным фазам  $\phi$  отвечает реализация нескольких прецессионных режимов, аттракторы которых близки друг к другу, что сильно увеличивает не только усредненное переходное время по всем реализациям, но и среднее время установления каждого из режимов. На рис. 1 не приведено среднее переходное время каждого из таких отвечающих бистабильности режимов, однако следует заметить, что, как правило, они имеют существенно различные значения. Исчезновение динамической бистабильности при малых подмагничивающих полях приводит к падению переходного времени до значений, близких к первоначальным, т.е. при больших  $H$ , отвечающих отсутствию бистабильности. Заметим также, что на временной параметр  $\langle \tau \rangle$  должно влиять не только наличие дополнительного устойчивого аттрактора в состоянии бистабильности, но также близкое расположение (в фазовом пространстве) аттракторов неустойчивых режимов, что может иметь место в средней области рас-

сматриваемого диапазона значений подмагничивающего поля.

На рис. 2 для вышеуказанных параметров приведены значения времени установления прецессионного режима для каждой из реализаций процесса при случайном выборе начальной фазы  $\phi$  переменного поля и значений подмагничивающего поля  $H = 448, 452, 464$  Oe (кривые 1–3). Во всех трех случаях устанавливается режим, относящийся только к одной ветви 2 бифуркационной диаграммы, аттракторы ветви 1 также имеют место, но, как уже было сказано, они не реализуются в силу относительной их удаленности; и в рассматриваемых случаях их влияние сказывается только на увеличении переходного времени  $\tau$ . Видно, что при увеличении среднего переходного времени (см. рис. 1) увеличивается также дисперсия случайного значения  $\tau$ .

На рис. 3 приведены соответствующие данным случаям (при начальной фазе  $\phi = 0$ ) зависимости от времени  $y$ -составляющей намагниченности, возбуждаемой переменным полем из исходной равновесного состояния. Рисунок показывает, что к значительному увеличению переходного времени приводит возникновение биения с медленно затухающей во времени амплитудой, причем большему времени установления прецессионного режима  $\tau$  отвечают начальные биения большей амплитуды и меньшей частоты.



**Рис. 3.** Зависимости  $y$ -составляющей нормированной намагниченности от времени при  $H = 448, 452, 464$  Oe (кривые 1–3) и  $\phi = 0$ .

## Влияние дополнительного возмущения и стохастический резонанс вероятности реализации режима прецессии

Исследуемые характеристики переходной динамики могут быть изменены за счет непродолжительного возмущения вектора намагниченности дополнительным переменным полем, представляющим собой как гармонический, так и шумовой сигналы. Численный анализ показал, что наиболее эффективной является линейная поляризации дополнительного возмущающего поля в направлении, ортогональном статическому полю и поляризации основного переменного поля. Таким образом, до заданного момента времени — при  $0 < t < t_1$  — переменное магнитное поле принимается в виде

$$\mathbf{h}(t) = h_0 \sin(\omega_0 t) \mathbf{e}_y + h_1 \mathbf{e}_z, \quad (3)$$

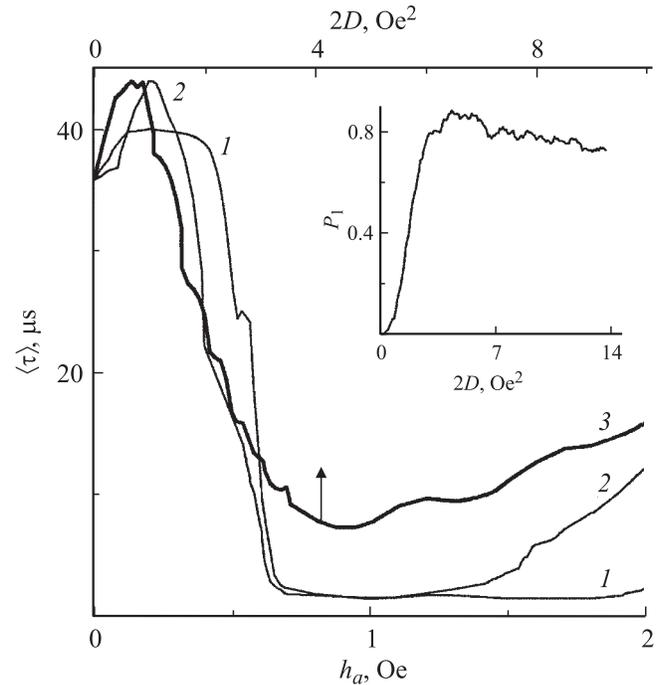
где  $\mathbf{e}_y$  и  $\mathbf{e}_z$  — единичные направляющие векторы линейной поляризации вдоль соответствующих осей основного гармонического и дополнительного магнитных полей. После заданного момента времени ( $t > t_1$ ) переменное поле остается прежним, т. е. включающим только основную гармоническую составляющую.

На рис. 4 представлена зависимость усредненного времени установления регулярного прецессионного режима от параметров дополнительного возмущения при значении подмагничивающего поля  $H = 448$  Ое. Кривые 1 и 2 отвечают гармоническому дополнительному сигналу:  $h_1 = h_a \sin(\omega_a t)$ , включаемому в начале процесса на время  $t_1 = 1 \mu\text{s}$ , и имеющему частоту  $\omega_a/2\pi = 10$  и 20 МГц соответственно; остальные параметры принимаются прежними. Кривая 3 отвечает дополнительному сигналу, являющемуся белым гауссовым шумом  $h_1 = \xi(t)$  с нулевым средним значением и функцией корреляции

$$\langle \xi(t)\xi(t + \tau) \rangle = 2D\delta(\tau)$$

с интенсивностью  $2D$ ; шумовой сигнал также включается на время  $t_1 = 1 \mu\text{s}$ .

Из приведенного рисунка видно, что с ростом интенсивности дополнительного возмущения после небольшого максимума среднее переходное время начинает быстро снижаться. Это объясняется тем, что под воздействием короткого дополнительного сигнала при некоторых значениях случайно выбираемой фазы  $\phi$  реализуется не режим ветви  $\pi$  (см. рис. 1), а имеющий большую амплитуду прецессии режим ветви I, время установления которого значительно меньше. Дальнейшее увеличение амплитуды дополнительного гармонического поля (или интенсивности шума) приводит к тому, что реализуется только высокоамплитудный режим (ветвь I) и параметр  $\langle \tau \rangle$  достигает своих минимальных значений. В случае относительно интенсивных дополнительных возмущений наряду с переходными процессами, имеющими малое время  $\tau$ , возрастает (с усилением возмущения) число реализаций процессов с большим переходным временем, что объясняется возникновением

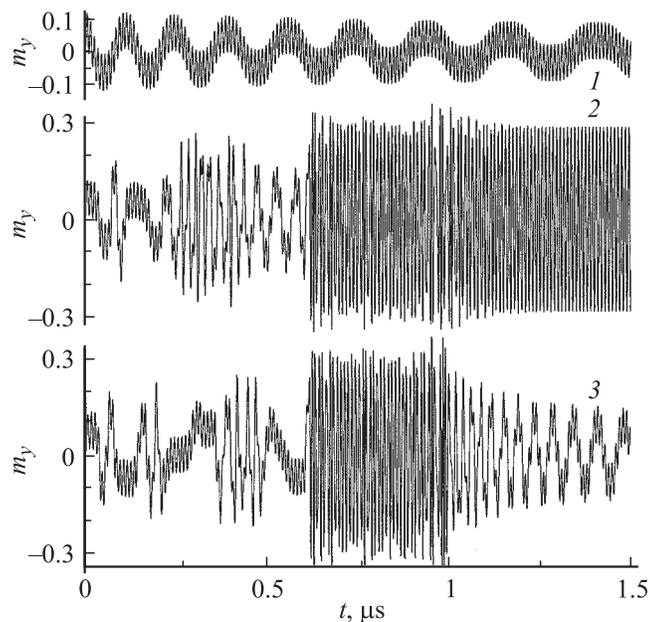


**Рис. 4.** Зависимости среднего переходного времени от амплитуды дополнительного гармонического поля при  $\phi_a/2\pi = 10$  и 20 МГц (кривые 1 и 2) и от интенсивности шумового сигнала (кривая 3), включаемого на время  $t_1 = 1 \mu\text{s}$ ,  $H = 448$  Ое; на вставке дана зависимость вероятности  $P_1$  установления высокоамплитудной прецессии ветви I (см. рис. 1) от интенсивности шума.

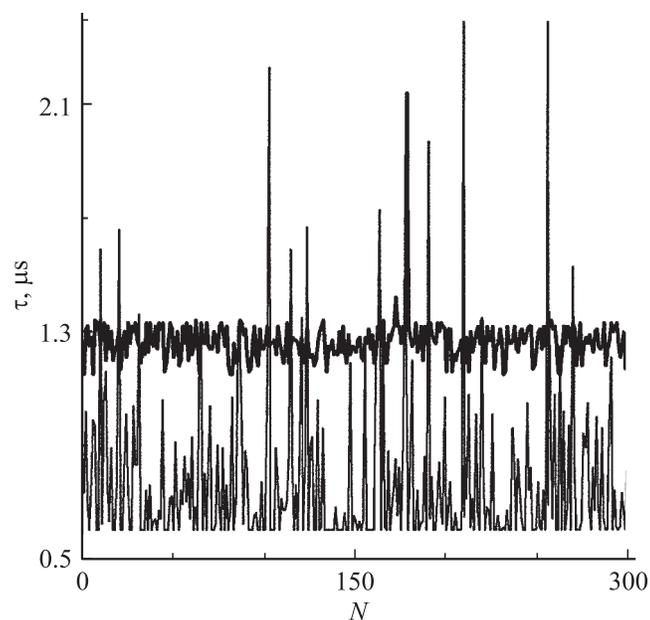
при конкретных начальных фазах  $\phi$  медленно затухающих биений; не исключается также установление наряду с данным режимом других прецессионных режимов. При гармоническом дополнительном возмущении это проявляется в большей степени на больших частотах переменного поля.

Особо следует отметить, что приведенная зависимость усредненного времени от интенсивности шумового сигнала может быть представлена как проявление нового вида стохастического резонанса. На вставке к рис. 4 приведена зависимость вероятности  $P_1$  установления высокоамплитудной прецессии ветви I (в множестве реализуемых процессов со случайным параметром  $\phi$ ) от интенсивности шума. При отсутствии шума или при шумах малой интенсивности режим I не устанавливается (см. рис. 1). Далее с усилением шума имеет место резкий рост вероятности реализации данного режима, и после достижения максимума вероятность плавно снижается — начинает возрастать вероятность  $P_2$  установления прецессии ветви II меньшей амплитуды, причем при значительно возросшем времени переходного процесса.

В качестве иллюстрации установления под влиянием начального шума прецессионного режима ветви I на рис. 5 для фазы  $\phi = 0$  приведена зависимость от времени  $u$ -компоненты вектора намагниченности при отсутствии дополнительного возмущения (кривая I), при дополни-



**Рис. 5.** Зависимость  $y$ -компоненты вектора намагниченности от времени при условии дополнительного возмущения (кривая 1) и при дополнительном шуме для  $2D = 4.8 \text{ Oe}^2$  (кривые 2, 3) и  $t_1 = 1 \mu\text{s}$ ;  $H = 448 \text{ Oe}$ ,  $\phi = 0$ .



**Рис. 6.** Значения переходного времени для различных реализаций прецессионного режима (при случайной  $\phi$ ) в отсутствие дополнительного возмущения (тонкая кривая) и в случае гармонического сигнала с  $h_a = 0.4 \text{ Oe}$  и  $\omega_a/2\pi = 20 \text{ MHz}$  при  $t_1 = 1 \mu\text{s}$  (жирная кривая);  $H = 426.7 \text{ Oe}$ .

тельном шуме интенсивности  $2D = 4 \text{ Oe}^2$ , включаемом на время  $t_1 = 1 \mu\text{s}$  (кривая 2) и при  $2D = 8 \text{ Oe}^2$  (кривая 3), когда реализуется режим с меньшей амплитудой прецессии и большим переходным временем (для данного случая и отсутствия шума переходной процесс на рисунке целиком не показан).

В некоторых интервалах подмагничивающего поля возможным становится управление параметрами переходного процесса при сохранении реализуемого прецессионного режима. В частности, на рис. 6 приведены значения переходного времени для различных реализаций установления прецессионного режима (отвечающие ветви 1) при случайной фазе  $\phi$  и величине подмагничивающего поля  $H = 426.7 \text{ Oe}$ . Тонкая кривая отвечает отсутствию дополнительного возмущения, а жирная — включению на время  $t_1 = 1 \mu\text{s}$  гармонического сигнала с амплитудой  $h_a = 0.4 \text{ Oe}$  и частотой  $\omega_a/2\pi = 20 \text{ MHz}$ . Заметим, минимальное значение  $\tau$ , относящееся к первому случаю, обусловлено необходимыми ограничениями численного счета. Видно, что дополнительное возмущение, немного увеличивая среднее значение  $\langle \tau \rangle$ , существенно уменьшает дисперсию  $\tau$ , как случайной величины, т.е. разброс значения времени установления прецессионного режима значительно уменьшается.

## Заключение

Проведенный анализ возбуждения стационарной прецессии вектора намагниченности показал, что в условиях динамической бистабильности существенно (на один два порядка) увеличивается среднее время установления регулярных режимов. Это также имеет место в том случае, если один из составляющих бистабильность динамических режимов не реализуется без начального дополнительного возмущения. При этом большим переходным временам отвечают возникающие в начале динамики намагниченности биения со слабо затухающими амплитудами. За счет включения на короткий интервал времени (порядка  $1 \mu\text{s}$ ) дополнительного переменного магнитного поля, представляющего собой как гармонический сигнал, так и шум, возможно изменение параметров среднего переходного времени. Включением дополнительного сигнала осуществляется уменьшение переходного времени благодаря переходу на другие, ранее не реализуемые при данных условиях, прецессионные режимы, а также осуществляется снижение дисперсии переходного времени как случайной величины при сохранении устанавливающейся динамики.

Использование в качестве дополнительного возмущения шумового сигнала выявило возможность реализации нового типа стохастического резонанса. Основная особенность полученного стохастического резонанса проявляется в том, что вероятность реализации режима, имеющего в условиях бистабильности большую амплитуду прецессии, оказывается максимальной при определенных значениях интенсивности шума, включаемого лишь в начале процесса. Исходя из анализа используемой математической модели можно заключить, что полученные особенности установления прецессионных режимов не являются специфическими и относятся к достаточно широкому классу систем, в которых реализуются состояния динамической бистабильности.

## Список литературы

- [1] Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. М.–Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2003. 544 с.
- [2] Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2006. 356 с.
- [3] Шутый А.М. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87. Вып. 3. С. 181–186.
- [4] Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. М.: Едиториал УРСС, 2002. 360 с.
- [5] Гинзбург С.Л., Геращенко О.В. // ЖЭТФ. 2003. Т. 124. Вып. 4 (10). С. 921–931.
- [6] Ланда П.С., Ушаков В.Г. // Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 86. Вып. 5. С. 356–359.
- [7] Zhou B., Xu W. // Chaos, Solitons & Fractals. 2008. Vol. 38. N 4. P. 1146–1151.
- [8] Шутый А.М. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 7. С. 21–26.
- [9] Шутый А.М., Семенцов Д.И. // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 78. Вып. 8. С. 952–956.
- [10] Семенцов Д.И., Шутый А.М. // УФН. 2007. Т. 177. № 8. С. 831–857.
- [11] Mantegna R.N., Spagnolo B., Testa L., Trapanese M. // J. Appl. Phys. 2005. Vol. 97. P. 10E519.
- [12] Testa L., Trapanese M. // Physica B: Phys. of Condensed Mat. 2008. Vol. 403. N 2–3. P. 486–490.
- [13] Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны, М.: Наука–Физматлит, 1994. 464 с.
- [14] Neite B., Dotsch H. // J. Appl. Phys. 1987. Vol. 62. N 2. P. 648–652.