

09

## О размерности аттрактора нелинейного осциллятора

© Е.П. Селезнев, А.М. Захаревич

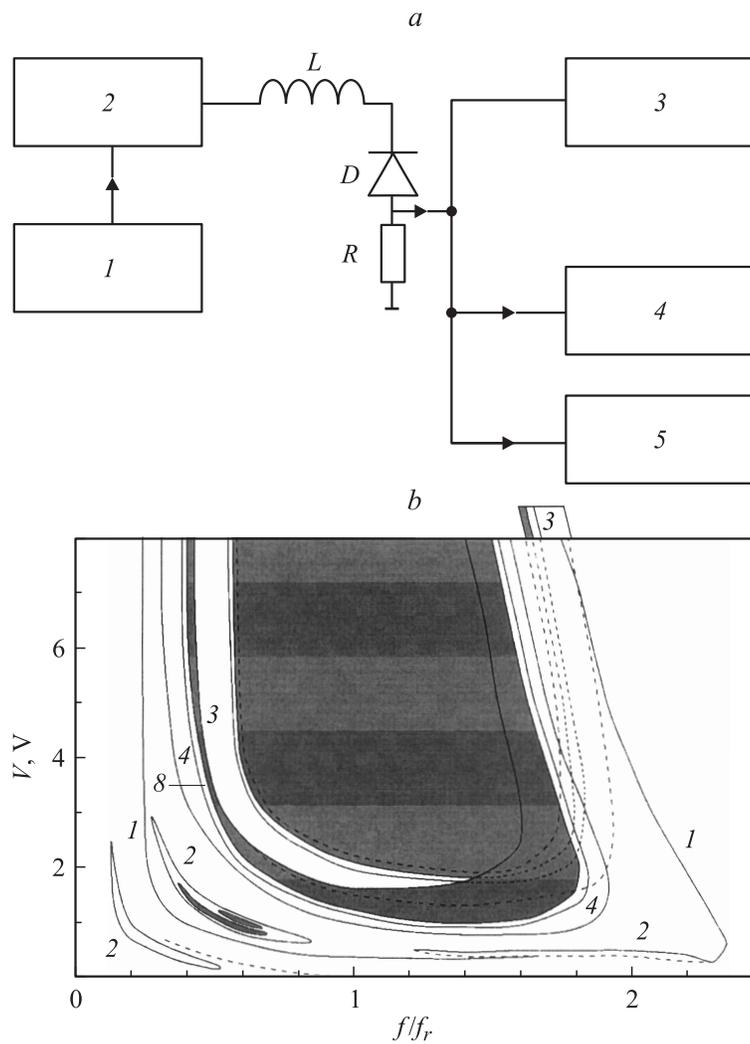
Саратовское отделение института радиотехники и электроники РАН  
E-mail: sbire@sgu.ru

Поступило в Редакцию 14 июля 2003 г.

По экспериментальным данным проводится оценка корреляционной размерности хаотического аттрактора неавтономного нелинейного осциллятора при изменении управляющих параметров. Значение размерности критического аттрактора находится в хорошем соответствии с теоретическими данными. Показано, что с изменением амплитуды внешнего воздействия хаотический аттрактор эволюционирует таким образом, что его корреляционная размерность увеличивается от минимального значения, определяемого свойствами критического аттрактора, к ближайшему целому значению.

В настоящее время исследование динамики нелинейных систем требует не только наблюдения временных процессов, фазовых портретов, спектров мощности, но и оценки и расчета размерностных характеристик, ляпуновских показателей, энтропии. Целью настоящей работы является оценка на примере неавтономного колебательного контура с полупроводниковым диодом корреляционной размерности [1–9] аттрактора нелинейного неавтономного осциллятора и ее изменения с вариацией управляющих параметров.

Исследуемая система (рис. 1, *a*) представляла собой последовательную цепь, состоящую из катушки индуктивности  $L$ , полупроводникового диода  $D$ , резистора  $R$ , возбуждаемую от стандартного генератора гармонических колебаний с помощью усилителя с низким выходным сопротивлением. Частота линейного (малосигнального) резонанса составила 51 кГц. Реализация тока, снимаемая с резистора  $R$ , преобразовывалась в цифровой код с помощью 12-разрядного аналого-цифрового преобразователя (АЦП) и вводилась в персональный компьютер. Время преобразования АЦП не превышало  $0.3 \mu\text{s}$ , что значительно меньше периода колебания в цепи. По введенным в компьютер данным рассчитывалась корреляционная размерность, для чего использовался



**Рис. 1.** Блок-схема экспериментальной установки (а), структура пространства управляющих параметров ( $f, V$ ) (б). 1 — генератор, 2 — усилитель, 3 — осциллограф, 4 — АЦП, 5 — анализатор спектра.

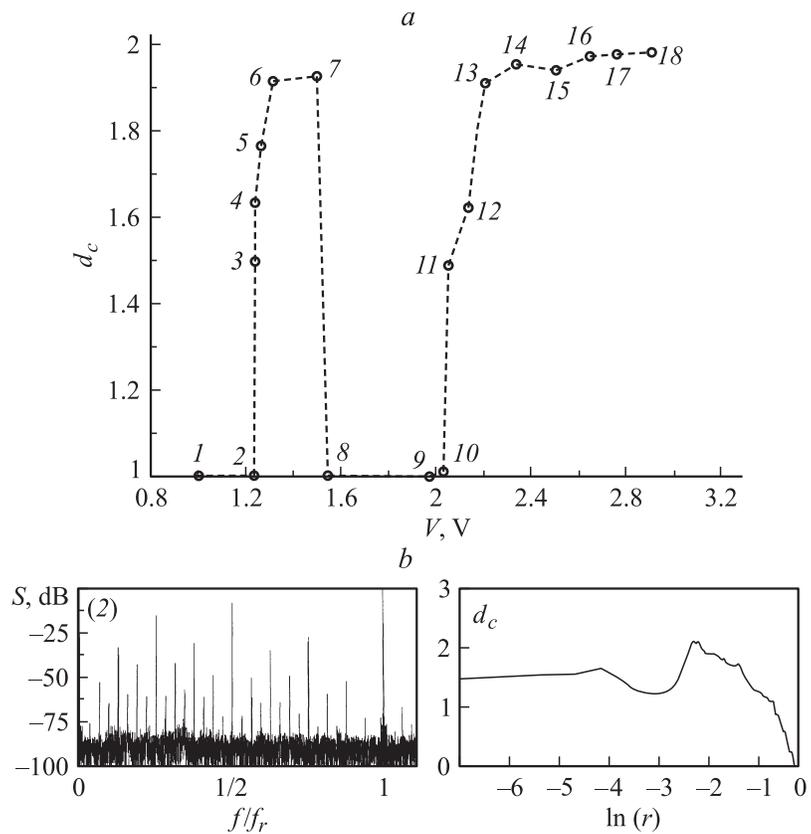
массив размером в 40 000 точек. В качестве управляющих параметров использовались среднеквадратичное значение амплитуды внешнего воздействия  $V$ , частота  $f$ .

На рис. 1, *b* показана структура пространства управляющих параметров амплитуда  $V$  — частота  $f$  внешнего воздействия исследуемой системы, частота воздействия  $f$  нормирована на частоту линейного резонанса контура  $f_p$ .<sup>1</sup> Светлые области соответствуют периодическим режимам, серым обозначены области хаоса, цифрами — период колебаний, выраженный в единицах периода внешнего воздействия. Зафиксируем параметр  $f$  вблизи резонанса и будем плавно увеличивать амплитуду внешнего воздействия  $V$ . С ростом  $V$  наблюдается последовательность удвоений периода, завершающаяся переходом к хаосу. В области хаоса наблюдается последовательность слияний лент, завершающаяся формированием односвязного аттрактора. С дальнейшим увеличением амплитуды воздействия наблюдаются известная последовательность циклов добавления периода, переходы к хаосу, кризисы хаотических аттракторов.

На рис. 2, *a* приведена зависимость корреляционной размерности хаотического аттрактора от амплитуды внешнего воздействия. Для периодических режимов размерность близка к 1, спектр мощности имеет дискретный вид. В частности, для циклов периода 4 и 8 она равнялась 1.01 (точки 1 и 2 на рис. 2, *a*). На границе перехода порядок—хаос (точка 3 на рис. 2, *a*) оценка размерности аттрактора дает значение 1.48, что качественно соответствует данным [16,17]. Граница перехода порядок—хаос в эксперименте определялась по спектрам мощности, в которых уверенно наблюдались субгармоники, кратные  $f/32$ , а субгармоники более высокого порядка были размыты (рис. 2, *b*), при этом в зависимости размерности от масштаба наблюдения (рис. 2, *b*) имеет место пологий участок.

В силу того что при увеличении параметра  $V$  наблюдаются „окна“ периодических режимов, зависимость корреляционной размерности является немонотонной, поэтому кривая на рис. 2, *a* проведена пунктиром и отражает лишь тенденцию увеличения  $d_c$  (теоретически она имеет

<sup>1</sup> Динамика колебательного контура с полупроводниковым диодом с  $p$ – $n$ -переходом достаточно хорошо изучена [10–15], а плоскость управляющих параметров имеет типичный вид. В данной работе рис. 1, *b* приводится для того, чтобы иметь представление, в какой области пространства управляющих параметров производится обработка экспериментальных данных.



**Рис. 2.** Зависимость корреляционной размерности аттрактора от параметра  $V$  (*a*), спектр мощности колебаний (слева) и зависимость размерности от масштаба наблюдения (*b*) на границе перехода порядок-хаос.

фрактальную структуру). Из рис. 2, *a* видно, что с ростом параметра  $V$  аттрактор системы эволюционирует таким образом, что его размерность асимптотически стремится к 2. Наибольшие изменения размерности хаотического аттрактора наблюдаются при его кризисе. При этом на фазовом портрете имеет место слияние лент, а в спектре мощности размываются соответствующие субгармоники. Вблизи границы перехода

к колебаниям периода 3 (точка 8 на рис. 2,а) размерность достигает максимального значения 1.93. При дальнейшем увеличении параметра  $V$  происходит переход к циклу периода 3, а размерность соответственно резко падает до 1.

С последующим увеличением амплитуды воздействия на границе перехода порядок–хаос размерность аттрактора вновь резко увеличивается (точка 11 на рис. 2,а) и с ростом амплитуды внешнего воздействия вновь стремится к 2. Вблизи границы перехода к циклу периода 4 ее значение достигает 1.98 (точка 18 на рис. 2,а).

Таким образом, из полученных данных следует, что с увеличением амплитуды внешнего воздействия хаотический аттрактор эволюционирует таким образом, что его корреляционная размерность стремится от минимального значения, определяемого свойствами критического аттрактора, к ближайшему целому значению.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 02–02–17578, гранта молодых ученых РАН № 23, при поддержке U.S. Civilian Research Development Foundation for the Independent States of the Former Soviet Union, Award No REC-006.

## Список литературы

- [1] Grassberger P., Procaccia I. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. N 5. P. 346–349.
- [2] Broggi G. // J. Opt. Soc. Am. B. 1988. V. 5. P. 1020–1028.
- [3] Ланда П.С., Розенблюм М.Г. // ЖТФ. 1989. Т. 11. С. 1–6.
- [4] Abarbanel H.D.I., Kennel M.B. // Phys. Rev. E. 1993. V. 47. P. 3057.
- [5] Ding M., Grebogi C., Ott E., Sauer T., York J. // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70. P. 3872.
- [6] Кипчатов А.А. // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. В. 15. С. 90–95.
- [7] Hunt B.R., Ott E., Yorke J.A. // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. N 5. P. 4819–4823.
- [8] Hegger R., Kantz H., Olbrich E. // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. P. 199–203.
- [9] Rakitin S.A., Seleznev Ye.P. // Fifth International Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronics Systems. NDES'97, Moscow, 1997. P. 376–380.
- [10] Lindsay P.S. // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. N 19. P. 1349–1352.
- [11] Buskirk R., Jeffries C. // Phys. Rev. A. 1985. V. 31. N P. 3332–3357.
- [12] Астахов В.В., Безручко Б.П., Селезнев Е.П. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 12. С. 2556–2558.
- [13] Кипчатов А.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. № 2. С. 182–190.

- [14] *Baxter J.H., Vocko M.F., Douglass D.H.* // Phys. Rev. A. 1990. V. 41. N 2. P. 619–625.
- [15] *Безручко Б.П., Жалнин А.Ю., Прохоров М.Д., Селезнев Е.П.* // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т. 5. № 2, 3. С. 48–62.
- [16] *Halsey T.S., Jensen M.H., Kadanoff L.P. et al.* // Phys. Rev. A. 1986. V. 33. P. 1141–1151.
- [17] *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П.* // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1. № 1, 2. С. 15–33.