## 05 Функция распределения ультрадисперсных алмазов по размерам

## © С.Г. Ястребов, В.И. Иванов-Омский

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург E-mail: yastrebov@mail.ioffe.ru

## Поступило в Редакцию 3 мая 2007 г.

Методы кинематической теории рентгеновской дифракции применяются для определения функции распределения ультрадисперсных алмазов по размерам. Показано, что наилучшее согласие с экспериментальными данными в области наиболее интенсивного брэгговского рефлекса достигается при асимметричной функции распределения нанокристаллов по размерам. Средневзвешенные размеры по площади и объему равны соответственно  $\sim 6$  и  $\sim 7$  nm; оценка латерального размера методом Шеррера равна  $\sim 4$  nm. Анализ показывает, что логарифмически нормальное распределения; это дает возможность судить о наиболее вероятных механизмах образования наноалмазов в условиях детонационного синтеза.

PACS: 82.60.Qr, 82.20.-w, 05.70.-a

Анализ формы функции распределения наночастиц по размерам открывает возможности получения важной дополнительной информации об условиях и механизмах их образования. Известно, что по крайней мере в двух случаях образования наночастиц в условиях, близких к термодинамическому равновесию, их функция распределения асимметрична и близка по форме к логарифмически нормальному закону распределения. В первом случае асимметрия сивдетельствует о процессах коалесценции частиц в процессе роста, как это бывает, например, при броуновском движении частиц в аэрозолях [1]. В другом случае образование асимметричной функции распределения объясняется модификацией нормального закона распределения, характеризующего гомогенное зародышеобразование, неоднородным ростом частиц разных размеров, сопровождаемым флуктуацией времен роста [2]. В связи с недавно возникшим интересом к таким наноразмерным формам углерода, как ультрадисперсные алмазы, в настоящей работе проводится

73

анализ их функции распределения по размерам для углубления наших представлений о механизмах их образования. Поучительными для этих целей представляются данные рентгеновской дифракции в работе [3], которые нами анализируются ниже для области наиболее интенсивного брэгговского рефлекса.

Воспользуемся кинематической теорией дифракции рентгеновских лучей. В соответствии с этой теорией контур брэгговского рефлекса i(x) определяется сверткой контуров: S(x), зависящего от размера частицы, и D(x), чувствительного к искажениям решетки [4]:

$$i(x) = \int_{-\infty}^{\infty} S(z)D(x-z)dz,$$
(1)

где  $x = 2\theta$  — дифракционный угол.

Для учета искажений решетки, происходящих под действием упругих напряжений, воспользуемся гауссовой функцией, описывающей влияние упругих напряжений [4], которую приведем в обобщенном виде:

$$G(x) = \sqrt{A} \frac{\sqrt{4\ln 2}}{\sqrt{\pi w_G}} \exp\left(-\frac{4\ln 2}{w_G^2} (x - x_0)^2\right).$$
 (2)

Здесь A — нормировочная константа,  $w_G$  — ширина гауссова пика на половине высоты,  $x_0 = 2\theta_0$  — угол Брэгга.

Контур, уширенный вследствие размерного эффекта, есть лоренциан, запишем его здесь в обобщенном виде:

$$L(x) = \frac{2\sqrt{A}}{\pi} \frac{w_L}{4(x - x_0)^2 + w_L^2}.$$
(3)

Здесь  $w_L$  — ширина лоренцева пика на половине высоты. Подставляя (2) и (3) в (1), получаем так называемый контур Фойгта [4]:

$$i(x) = \int_{-\infty}^{\infty} L(z)G(x - z + x_0)dz.$$
(4)

На рис. 1 представлен фрагмент дифрактограммы исходного образца наноалмазов, выделенный в области наиболее интенсивного брэгговского рефлекса от кристаллографических плоскостей решетки аламаза,



**Рис. 1.** Фрагмент дифрактограммы исходного образца наноалмазов, выделенный в области брэгговского отражения от кристаллографических плоскостей решетки алмаза, ориентированных в направлении (111). Темные точки — данные работы [3], сплошная кривая — подгонка параметров выражения (4) к экспериментальной зависимости методом наименыших квадратов. Наилучшее согласие достигнуто при  $x_0 = 43.87$ , A = 6.19,  $w_G = 0.918$ ,  $w_L = 1.99$ . Представлена также разность экспериментальной и модельной зависимостей.

ориентированных в направлении (111) [3]. Через экспериментальные точки методом наилучшей подгонки проведена кривая, рассчитанная с использованием выражения (4); подгоночные параметры приведены в подписи к рисунку. Там же приведена разность обоих наборов данных.

Покажем, что можно оценить функцию распределения ультрадисперсных алмазов по размерам, используя полученные нами данные. Здесь уместно отметить, что, согласно [5], функция распределения частиц по диаметрам  $\xi$ ,  $g(\xi)$  есть:

$$g(\xi) = \xi \left(\frac{d^2 V(y)}{dy^2}\right)_{y=\xi}, \qquad y \ge 0.$$
(5)

Здесь

$$V(y) = C \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\nu}(\tau) \exp(2\pi i \tau y) d\tau, \qquad (6)$$

где  $\tilde{v}(\tau)$  — профиль линии в функции переменной:

$$\tau = \frac{2\sin\theta}{\lambda} - \frac{2\sin\theta_0}{\lambda}.$$
 (6a)

В рассматриваемом нами случае справедливо условие малости углов дифракции. Тогда можно записать (6a) в виде

$$\tau_j \approx \frac{p}{\lambda} \left( 2\theta - 2\theta_{0j} \right),\tag{7}$$

здесь  $p = \pi/180$ . Запишем (3) учетом (7)

$$\nu(\tau) \equiv L(\tau) = \frac{2A^{1/2}}{\pi} \frac{\tilde{w}_L}{4\tau^2 + \tilde{w}_L^2},$$
(8)

где  $\tilde{w}_L = (p/\lambda) w_L$ . Подставляя (8) в (6), имеем

$$V(y) = \sqrt{A} \exp\left(-\pi y \tilde{w}_L\right).$$
(9)

Тогда для (5) имеем

$$g(\xi) = \sqrt{A} \pi^2 w_L^2 \xi \exp\left(-\pi \tilde{w}_L \xi\right).$$
(10)

Для оценки средних значений диаметра частиц удобно воспользоваться моментами функции распределения [6]. Напомним, что *j*-тый момент распределения (10) равен:

$$\langle \xi^j \rangle \equiv \int_0^\infty \xi^j g(\xi) d\xi = \sqrt{A} \, \Gamma(2+j) \pi^{-j} \tilde{w}_L^{-j}. \tag{11}$$

Тогда распределение средних взвешенных диаметров дается выражением

$$\chi_{j}(\xi) = \frac{\xi^{j+1}g(\xi)}{\langle \xi^{j} \rangle} = \frac{1}{(j+1)!} \left(\pi \tilde{w}_{L}\xi\right)^{j+2} \exp\left(-\pi \tilde{w}_{L}\xi\right).$$
(12)

При *j* = 1, 2 и 3 имеем распределение средних взвешенных размеров по хордам, площади и объему соответственно.

$\tilde{w}_L$ , 1/Å	$\langle L \rangle_2, { m \AA}$	$\langle L \rangle_3, { m \AA}$	$\langle L  angle_{Scher}, { m \AA}$
0.022	58	72	44

Сами средние значения записанных распределений  $\langle L_j \rangle$  даются выражением

$$\langle Lj \rangle = \frac{\langle \xi^{j+1} \rangle}{\xi^j} = \frac{\delta_j}{\pi \tilde{w}_L},\tag{13}$$

 $\delta_j = 4$  и 5 для j = 2 и 3 соответственно. Уместно сравнить эти средневзвешенные значения с оценкой размера, выполненной с помощью выражения Шеррера, которое мы запишем здесь, используя условие малости углов (6а) в виде

$$\langle L \rangle_{Scher} \approx \frac{1}{\tilde{w}_L}.$$
 (14)

Значения средних размеров (13) и (14) приведены в таблице, а соответствующие выражению (12) функции распределения для j = 2, 3 изображены на рис. 2. Там же штриховой и штрихпунктирной линиями приведена аппроксимация полученных функций логарифмически нормальным законом, который мы здесь запишем в виде [2]:

$$\chi_j(\xi) = \frac{B_j}{\sqrt{2\pi} \ln(\sigma_j)} \exp\left(-\frac{\left(\ln\frac{\xi}{\xi_{0j}}\right)^2}{2(\ln(\sigma_j))^2}\right).$$
(15)

Здесь  $B_j$  — нормировочная константа,  $\sigma_j$  — стандартное отклонение,  $\xi_{0j}$  — значение средневзвешенного диаметра, для которого функция  $\chi_j(\xi)$  достигает своего максимального значения. Из рис. 2 видно, что логарифмически нормальный закон удовлетворительно описывает основные особенности функции распределения, такие как ее асимметрия, положение максимума и хвост, наблюдаемый в области больших размеров. Сказанное, по-видимому, означает, что условия образования нанокластеров аламаза близки к квазиравновесным условиям, реализующимся в масштабе времен релаксации энергии отдельных кластеров при их синтезе детонационным методом.



**Рис. 2.** Функция распределения среднего взвешенного размера ультрадисперсных алмазов; j = 2 — распределение средних диаметров, взвешенных по площади, j = 3 — взвешенных по объему. Штриховой и штрихпунктирной линией показана наилучшая подгонка логарифмически нормального распределения (выражение (15)), выполненная при следующих параметрах:  $B_2 \approx 0.958$ ,  $\ln \sigma_2 \approx 0.48$  Å,  $\xi_{02} \approx 54$  Å;  $B_3 \approx 0.97$ ,  $\ln \sigma_3 \approx 0.43$  Å,  $\xi_{03} \approx 70$  Å.

Итак, проведенный анализ функции распределения нанокристаллов алмаза по размерам свидетельствует о том, что она является несимметричной и удовлетворительно аппроксимируется логарифмически нормальным законом. Замеченную асимметрию функции распределения можно объяснить протеканием процессов коалесценции частиц ультрадисперсных наноалмазов при их образовании. Нельзя также исключить влияние неоднородного роста частиц разных размеров, приводящее к более интенсивному обрастанию крупных частиц и подавлению разрастания мелких; оба этих процесса могут усиливаться флуктуационным механизмом вариации времен роста, описанным в работе [2].

Работа выполнена в рамках Подпрограммы № 2 Программы президиума РАН П-03 "Квантовая макрофизика", грант 2.15.

- [1] Friedlander S.K., Wang C.S. // J. Colloid Interface Sci. 1966. V. 22. P. 126.
- Söderlund J., Kiss L.B., Niklasson G.A., Granqvist C.G. // Phys. Rev. Lett. 1998.
   V. 80. P. 2386.
- [3] Mykhaylyk O.O., Solonin Yu.M., Batchelder D.N., Brydson R. // Journ. of Appl. Phys. 2005. V. 97. P. 074302.
- [4] Langford J.I., Louër D. // Rep. Prog. Phys. 1996. V. 59. P. 131.
- [5] Guinier A. Theorie et Technique de la Radiocristallographie. Paris: Dunod, 1956.
- [6] Ida T., Shimazaki S., Hibino H., Toraya H. // J. Appl. Cryst. 2003. V. 36. P. 1107.