

05.2

Минимизация электромагнитных сил в стенке соленоида, внесенного во внешнее магнитное поле

© Г.А. Шнеерсон

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
E-mail: gashneerson@mail.ru

Поступило в Редакцию 7 мая 2011 г.

Механические напряжения в обмотке соленоида, находящегося во внешнем поле, могут быть существенно снижены по сравнению с магнитным давлением поля на оси, если выполнено условие равновесия обмотки. Размещение такого соленоида внутри магнитной системы, предназначенной для получения сильного магнитного поля, не приводит к появлению в нем больших напряжений и вместе с тем дает возможность увеличить пороговое значение индукции.

Ограниченная прочность обмотки магнита, подверженного воздействию электромагнитных сил, является главной причиной, препятствующей получению сильных полей в неразрушаемых магнитных системах. Электромагнитные силы в обмотке соленоида могут быть резко снижены, если распределение тока в ней близко к бессиловому. Это возможно в системе уравновешенных дискретных токовых слоев при соответствующем распределении полоидальной и азимутальной компонент плотности тока в каждом из них [1–4]. При этом механические напряжения могут быть снижены до значений порядка $B_0^2/(2\mu_0 N^2)$, где B_0 — индукция на оси, N — число слоев. В частности, в тонкостенном однослойном магните с обмоткой, намотанной под углом 45° к оси магнита [5], эквивалентное напряжение, рассчитанное по формуле фон Мизеса, составляет

$$\sigma_M = C \frac{B_0^2}{4\mu_0},$$

где число C близко к единице.

В данной работе на примере тонкостенного соленоида с однослойной обмоткой рассматривается возможность дополнительного существенного снижения электромагнитных сил и напряжений по сравнению

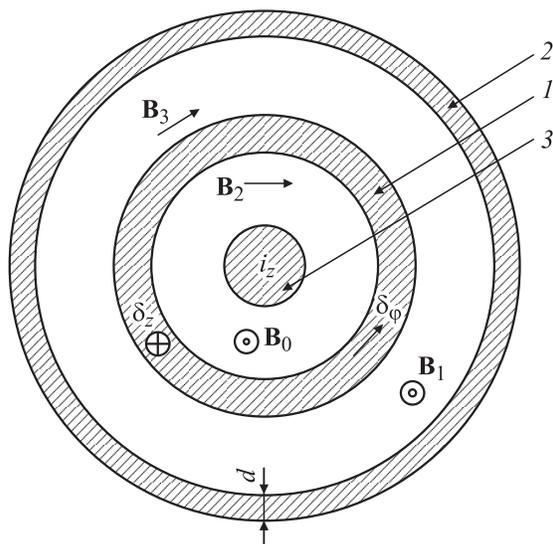


Рис. 1. Соленоид во внешнем поле: 1 — тонкостенная обмотка соленоида с аксиальным и азимутальным токами, находящаяся во внешнем магнитном поле; 2 — магнит, создающий внешнее аксиальное поле; 3 — проводник с аксиальным током.

с приведенным значением. Это может быть достигнуто, если соленоид 1 находится во внешнем магнитном поле (рис. 1). В общем случае это поле имеет аксиальную и азимутальную компоненты. Аксиальное поле с индукцией \mathbf{B}_1 может быть создано с помощью соленоида 2 , расположенного снаружи. Для создания азимутального поля \mathbf{B}_2 необходимо разместить в полости магнита проводник 3 с аксиальным током i . При включении тока в соленоиде 1 в нем создается поле с помощью обмотки, уложенной под углом α к оси. При этом в зазоре между магнитами 1 и 2 создается азимутальное поле с индукцией \mathbf{B}_3 , а в зазоре между соленоидом 1 и проводником 3 генерируется аксиальное поле с индукцией B_0 . Радиальная компонента плотности тока в обмотке равна нулю. Пренебрегая дискретностью обмотки будем считать, что азимутальная компонента плотности тока δ_ϕ и аксиальная δ_z постоянны в толще обмотки. В результате наложения собственного

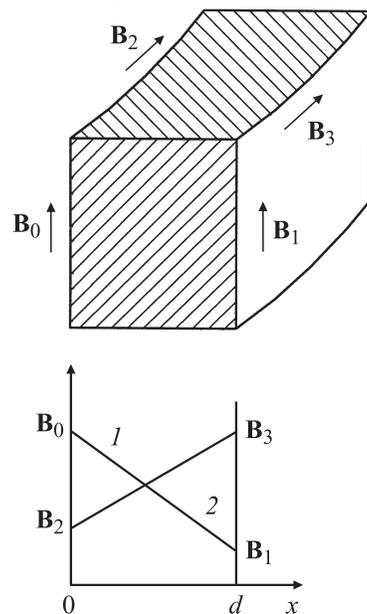


Рис. 2. Распределение магнитной индукции в обмотке тонкостенного магнита: 1 — распределение компоненты B_z , 2 — распределение компоненты B_φ .

поля соленоида 1 и внешнего поля соленоида 2 формируется распределение индукции, представленное на рис. 2. В слое малой толщины обе компоненты изменяются по линейному закону в зависимости от координаты $x = r - R$, где R — внутренний радиус соленоида 1:

$$B_z(x) = B_0 + (B_1 - B_0)\xi, \quad (1)$$

$$B_\varphi(x) = B_2 + (B_3 - B_2)\xi, \quad (2)$$

где $\xi = x/d$. При этом

$$\delta_\varphi = (B_0 - B_1)/(\mu_0 d), \quad \delta_z = (B_3 - B_2)/(\mu_0 d). \quad (3)$$

Как и при анализе условий нагружения многослойной квазибессиловой обмотки [1,2,4], введем в качестве характерной величины полную силу,

действующую на элемент обмотки толщиной x :

$$F(x) = \int_R^{R+x} f_r(x) dr, \quad (4)$$

где

$$f_r(x) = \frac{\delta_\varphi B_z - \delta_z B_\varphi}{\mu_0} = -\frac{1}{\mu_0} \left[\frac{\partial}{\partial r} (B_z^2 + B_\varphi^2) + \frac{B_\varphi}{r} \right].$$

Принятое условие $d \ll R$ позволяет при оценках пренебречь последним членом в приведенной формуле.

Ток в обмотке может быть выбран так, чтобы было выполнено условие ее равновесия

$$B_0^2 + B_2^2 = B_1^2 + B_3^2. \quad (5)$$

С учетом этого условия для силы $F(x)$ получаем выражение

$$F(x) = (1/2\mu_0) [B_0^2 + B_2^2 - (B_z^2(x) + B_\varphi^2(x))]. \quad (6)$$

Эта функция обращается в нуль при $x = 0$ и $x = d$. После подстановки выражений (1) и (2) в формулу (4) получаем:

$$F(x) = (1/2\mu_0)(\xi - \xi^2)[(B_0 - B_1)^2 + (B_2 - B_3)^2]. \quad (7)$$

Функция $F(x)$ достигает максимального значения F_m в средней плоскости обмотки ($\xi = 1/2$):

$$F_m = (1/8\mu_0)[(B_0 - B_1)^2 + (B_2 - B_3)^2]. \quad (8)$$

Решение уравнений теории упругости позволяет рассчитать приближенные значения азимутального и радиального напряжений в уравновешенном слое малой толщины. Для обмотки, концы которой закреплены, рассчитаны максимальные значения азимутальных и радиальных напряжений. Модули этих напряжений максимальны в середине слоя ($\xi = 1/2$). При условии $\sigma_z = 0$ максимальные напряжения принимают значение [2]:

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi \max} &= -\frac{2 - \mu}{3(1 - \mu)} F_m, & \sigma_{r \max} &= -F_m, \\ \sigma_{z \max} &= \mu(\sigma_{r \max} + \sigma_{\varphi \max}) = \frac{\mu(5 - 4\mu)}{3(1 - \mu)} F_m, \end{aligned} \quad (9)$$

где μ — коэффициент Пуассона. Далее можно рассчитать эквивалентное напряжение (по фон Мизесу) для уравновешенной обмотки:

$$\sigma_M = \frac{1}{\sqrt{2}} \left((\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_r)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 \right)^{1/2} = bF_m. \quad (10)$$

В частном случае, когда $\mu = 0.3$, имеем $b \approx 0.4$.

Отношение $2\mu_0\sigma_M/B_0^2$ можно представить как функцию двух безразмерных параметров $g = B_1/B_0$ и $t = B_2/B_0$. С учетом условия равновесия (5) получаем:

$$\frac{2\mu_0\sigma_M}{B_0^2} = \frac{b}{4} \left[(1-g)^2 + (t - \sqrt{1+t^2-g^2})^2 \right]. \quad (11)$$

Из приведенных формул следует, что витки в уравновешенной обмотке должны быть уложены под углом к оси, равным

$$\alpha = \arctg \frac{B_0 - B_1}{B_3 - B_2} = \arctg \frac{1-g}{\sqrt{1+t^2-g^2}-t}. \quad (12)$$

При этом вектор линейной плотности тока параллелен вектору $\mathbf{V}(0) + \mathbf{V}(d)$.

В случае, когда азимутальное поле B_2 не включено ($t = 0$), напряжение в обмотке соленоида 1 можно найти с помощью формулы:

$$\frac{2\mu_0\sigma_M}{B_0^2} = \frac{b}{2} (1-g). \quad (13)$$

Например, при условии $g = 0.3$ имеем $(2\mu_0\sigma_M/B_0^2) = 0.35b \approx 0.14$. В этом примере угол $\alpha \approx 0.64 \approx 36^\circ$.

Рассмотрим также случай, когда выполнено условие равенства индукций азимутального поля на внутренней стороне соленоида, внешнего во внешнее поле, и индукции полоидального поля на его внешней стороне ($B_2 = B_1$, $t = g$). При этом для равновесия обмотки должно быть выполнено условие $B_3 = B_0$. В этом случае

$$\frac{2\mu_0\sigma_M}{B_0^2} = \frac{b}{2} (1-g)^2, \quad \alpha = \pi/4. \quad (14)$$

В примере, когда $g = 0.3$, имеем $(2\mu_0\sigma_M/B_0^2) = 0.245b \approx 0.1$.

Таким образом, размещение дополнительного соленоида I на оси позволяет при неизменном значении индукции на оси B_0 снизить поле, создаваемое внешним магнитом 2 , до значения gB_0 , а магнитное давление, действующее на внешний магнит, — до значения $g^2 B_0^2 / (2\mu_0)$. При этом, как показывают формула (11) и приведенные примеры, напряжения в уравновешенной обмотке дополнительного соленоида могут быть существенно ниже, чем магнитное давление расчетного поля $B_0^2 / (2\mu_0)$.

С помощью слабонагруженного дополнительного соленоида I можно получить более сильное поле, чем это позволяет магнитная система 2 , работающая вблизи прочностного предела. Например, чтобы без увеличения нагрузки на исходную магнитную систему увеличить индукцию вблизи оси на 30%, можно расположить в полости магнита соленоид с уравновешенной обмоткой, характеризуемый параметрами $t = 0$, $g = 0.77$, $\alpha \approx 20^\circ$.

Список литературы

- [1] Шнеерсон Г.А., Колтунов О.С., Хозиков В.Ю. // ЖТФ. 2002. Т. 72. В. 1. С. 110–116.
- [2] Shneerson G.A., Shneider-Muntau H.J., Titkov V.V., Parfentjev A.A. // Physica B. 2004. V. 346–347. P. 566–570.
- [3] Шнеерсон Г.А., Вечеров Д.А., Дегтев Д.А., Колтунов О.С., Кривошеев С.И., Шишигин С.Л. // ЖТФ. 2008. Т. 78. В. 10. С. 29–39.
- [4] Shneerson G.A., Koltunov O.S., Dyogtev D.A., Titkov V.V., Shishigin S.L., Vecherov I.A. // Trans. IEEE on Plasma Science. 2010. V. 38. N 8. P. 1726–1730.
- [5] Кузнецов А.А. // ЖТФ. 1961. Т. 31. С. 650–655.