04

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ТАУНСЕНДОВСКОГО РАЗРЯДА

В.А.Швейгерт

1. Из эксперимента [1,2] известно, что с увеличением тока таунсендовский разряд переходит в нормальный режим горения. Переход носит гистерезисный характер и может сопровождаться возникновением регулярных или релаксационных колебаний. В настоящее время теоретически получен инкремент развития неустойчивости таунсендовского разряда [2], однако неясна область устойчивости контрагированного разряда при уменьшении тока.

2. Ниже численное моделирование двумерного аксиально-симметричного разряда проводилось в рамках диффузионно-дрейфового приближения [3], причем учитывалась только диффузия электронов в радиальном направлении. Рассматривался единственный вторичный процесс на катоде — ионно-электронная эмиссия с коэффициентом $\gamma = 0.05$. Все расчеты проводились для неона при давлении $p = 10$ Тор, радиусе разрядной трубки $R = 3$ см, межэлектродном зазоре $d = 1$ см, температуре электронов $T_e = 8$ эВ. Для исследования гистерезиса в первом расчете использовалось большое сопротивление и задавалась однородная начальная концентрация плазмы. После выхода разряда на стационарный режим сопротивление источника питания уменьшалось и ранее полученное решение использовалось как начальное условие. Таким образом процедура повторялась до наименьшего значения сопротивления, а затем аналогичным образом производилось увеличение сопротивления.

3. Условно можно выделить три основных режима горения разряда, отличающиеся радиальным распределением плотности плазмы (рис. 1): I — таунсендовский разряд, II — переходный режим и III — контрагированный разряд. В таунсендовском режиме распределение концентрации ионов по радиусу описывается, как показало численное разложение решения в ряд по функциям Бесселя нулевого порядка $J_0(r)$, одной гармоникой. В продольном направлении концентрация ионов меняется слабо и поле практически линейно спадает от катода к аноду.

Промежуточный режим находится в довольно узкой области изменения параметров, наблюдается только при

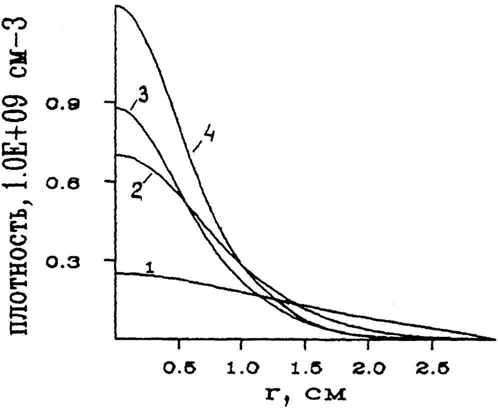

Рис. 1. Радиальное распределение концентрации ионов на катоде при различном сопротивлении источника питания разряда *1* — 7.5, *2* — 7.0, *3* — 8.4, *4* — $6 \cdot 10^5$ Ом.

Кривая *1* соответствует таунсендовскому, *2* — переходному, а *3,4* — контрагированному разряду.

уменьшении сопротивления источника питания и не виден на обратной петле гистерезиса. Распределение концентрации ионов по радиусу описывается суперпозицией двух функций Бесселя

$$n = a_1 \cdot J_0\left(\nu_1 \cdot r/R\right) + a_2 \cdot J_0\left(\nu_2 \cdot r/R\right), \tag{1}$$

где $\nu_1 = 2.404$, $\nu_2 = 5.520$. В промежуточном режиме продольная структура поля меняется — возникает катодная область, в которой поле спадает линейно, и аналог квазинейтрального столба, где поле почти постоянно.

Основное качественное отличие между таунсендовским и контрагированным разрядом состоит в том, что разряд отрывается от стенок трубки. В отличие от переходного режима, количество гармоник в разложении плотности ионов по функциям Бесселя резко возрастает. Характерный радиус разряда сразу после контрагирования незначительно уменьшается с увеличением тока. При увеличении тока выше некоторого значения характерный радиус разряда растет с увеличением тока, хотя выхода на нормальный режим горения еще нет и плотность тока на катоде продолжает в центре разряда расти.

4. Для аналитического исследования перехода между таунсендовским и нормальным режимом горения воспользуемся одномерной моделью [4]

$$\tau \cdot \frac{\partial n}{\partial t} = (M-1) \cdot n + R_d^2 \cdot \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial n}{\partial r}, \tag{2}$$

основывающейся на уравнении баланса в трубке тока. Здесь $M = \gamma \cdot (\exp \int \alpha \cdot dl - 1)$ — эффективный коэффициент размножения электронов, α — таунсендовский коэффициент ионизации, n — концентрация ионов на катоде, τ — характерное время пролета ионом разрядного промежутка, U — напряжение на разряде, $R_d = d \cdot (T_e/U)^{1/2}$ — диффузионный радиус электронной лавины на аноде. Для замыкания уравнения (2) необходимо задать ток разряда

$$J = 2 \cdot \pi \cdot \mu_i \cdot \int n \cdot E_k \cdot r \cdot dr, \tag{3}$$

и выразить эффективный коэффициент размножения электронов через n. Здесь E_k — напряженность поля на катоде, μ_i — подвижность ионов. При небольших значениях концентрации ионов поле в разрядном промежутке распределено линейно и первый член разложения M по концентрации имеет вид

$$M \simeq 1 + A + \gamma \exp\left(\alpha(E_0)d\right) \frac{\partial^2 \alpha}{\partial E^2}(E_0) \frac{2(\pi e n d)^2}{3} \simeq 1 + A + B \cdot n^2,$$

$$A = \gamma\left(\exp(\alpha(E_0) \cdot d) - 1\right) - 1, \qquad E_0 = U/d.$$

Учитывая, что $A \ll 1$, значение константы $B \simeq 1.42$ 10^{-18} см^6 можно считать постоянным. Для больших плотностей тока основное падение напряжения приходится на катодную осбасть, где поле распределено линейно и можно воспользоваться теорией Энгеля–Штеенбека [5]. При увеличении n коэффициент размножения электронов насышается и выходит на максимальное значение при некотором критическом значении концентрации ионов $n_* = 1.5 \cdot 10^9$ см$^{-3}$, соответствующем минимуму вольт-амперной характеристики катодного слоя одномерного разряда. Тогда можно записать разложение $M = 1 + A + B \cdot n^2 \cdot (1 - n/n_*)$, качественно правильно отражающее поведение коэффициента размножения электронов во всем интересующем нас диапазоне изменения концентрации ионов.

5. Исследуем сначала устойчивость таунсендовского разряда. Будем искать решение уравнения (2) в виде разложения (1). Считая $a_2 \ll a_1 \ll n_*$ для амплитуд a_1, a_2 получаем обыкновенные дифференциальные уравнения

$$\tau \cdot a_1 = \left(A + B \cdot c_1 \cdot a_1^2 - \nu_1^2 \cdot R_d^2/R^2\right) a_1, \tag{4}$$

$$\tau \cdot a_2 = \left(A + B \cdot c_2 \cdot a_1^2 - \nu_2^2 \cdot R_d^2/R^2\right) a_2, \tag{5}$$

где удержаны только члены необходимого для нас порядка малости, а численные коэффициенты $c_1 \simeq 0.57$, $c_2 \simeq 1.46$ находятся при интегрировании функций Бесселя. При заданном токе разряда в стационарном случае плотность ионов на катоде в центре разряда a_1 определеяется из условия (3):

$$a_1 = J \Big/ \left(\pi \mu_i E_0 e R^2 c_3\right), \quad c_3 = 2 \int\limits_0^1 x J_0(\nu_1 x) dx \simeq 0.44.$$

Напряжение на разряде находится из условия существования нетривиального рашения уравнения (4):

$$A(U) = \nu_1 \cdot R_d^2 / R^2 - c_1 \cdot B \cdot a_1^2,$$

а критерий устойчивости таунсендовского разряда к малым возмущениям $(a_2^{-1} \cdot \partial a_2/\partial t < 0)$ находится из уравнения (5):

$$a_1^2 \leqslant (R_d/R)^2 \left(\nu_2^2 - \nu_1^2\right) \Big/ \left(B \cdot (c_2 - c_1)\right).$$

С точностью до численного коэффициента, который конечно же определяется приближенно, последнее выражение совпадает с полученным в [2].

Перейдем к исследованию контрагированного режима. Воспользуемся методом пробной функции и будем искать решение в виде

$$n = n_x \exp\left(-(r/R_x)^2\right), \tag{6}$$

близком к точному решению. Такой подход по сути является полуэмпирическим, но его применение оправдывается качественным согласием с результатами численных расчетов. Неизвестные значения эффективного радиуса разряда R_x и плотности ионов в центре разряда n_x найдем из интегральных соотношений, являющихся следствием уравнения (2). Используя зависимость $E_k = (8\pi \cdot e \cdot n \cdot U)^{1/2}$, получаем из (3) связь между n_x и R_x:

$$R_x^2 = 3J \left(2\pi\mu_i e\right)^{-1} n_x^{-3/2} \left(8\pi e U\right)^{-1/2}. \tag{7}$$

Подставляя выражение (6) в уравнения (2), для точки $r = 0$ получаем уравнение, описывающее поведение концентрации ионов в центре разряда:

$$\tau n_x = \Phi(n_x) = -\frac{8e\pi\mu_i R_d^2}{3J} \left(8\pi e U n_x^3\right)^{1/2} + A \cdot n_x + B(1 - n_x/n_*) n_x^3.$$

Параметры стационарного разряда находятся из уравнения $\Phi(n_x) = 0$, а условие устойчивости контрагированного разряда $(\partial\Phi/\partial n_x < 0)$ приводит к условию

$$\frac{4\pi \cdot \mu_i \cdot R_d^2}{J}\,(8\pi \cdot e \cdot U \cdot n_x)^{1/2} - A - B(3 - 4n_x/n_*)n_x^2 < 0. \quad (8)$$

Для дальнейшего нам необходимо найти значение коэффициента A, или, другими словами, напряжение на разряде. Умножим уравнение (2) на $r \cdot \partial n/\partial r$ и проинтегрируем по площади катода. Тогда для стационарного случая условие отсутсвия потока электронов на стенки трубки, т.е. условие контрагированности разряда, приобретает вид:

$$A = -B\,(1/4 - (4/25) \cdot n_x/n_*) \cdot n_x^2. \quad (9)$$

Из соотношения (9) видно, что эффективный коэффициент ионизации на переферии контрагированного разряда меньше единицы и напряжение на разряде зависит только от концентрации ионов. Используя выражения (8), (9) для стационаргого случая, легко получаем зависимость полного тока разряда от концентрации ионов

$$J = \frac{8\pi \cdot \mu_i \cdot (8\pi \cdot e \cdot U)^{1/2} \cdot R_d^2}{3B \cdot (3/4 - (21/25) \cdot n_x/n_*) \cdot n_x^{1/2}} \quad (10)$$

и минимальную концентрацию ионов $n_{\min} = 175 \cdot n_*/348$, ниже которой контрагированный разряд неустойчив. Значение критической концентрации $n_{\min}$ определяется только насыщением эффективного коэффициента ионизации при сильном искажении поля, а критический ток и радиус разряда растут пропорционально температуре электронов. Как видно из выражений (7) и (10), вплоть до концентраций ионов $n_x = 25 \cdot n_*/42$ значение R_x уменьшается с увеличением полного тока разряда и концентрации ионов и только после начинает расти с уменьшением сопротивления разряда (рис. 2 и 3). Более подробный анализ результатов будет дан в отдельной работе.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность И.Д.Кагановичу и Л.Д.Цендину за стимулирование интереса к данной задаче и Фонду Сороса за финансовую поддержку при проведении работы.

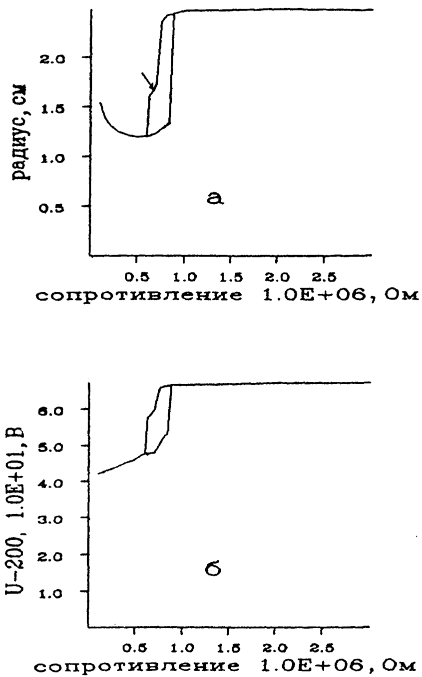

Рис. 2. Эффективный радиус (*а*) и падение напряжения на разряде (*б*), полученные в результате численного моделирования двумерного разряда. Переходный режим отмечен стрелкой.

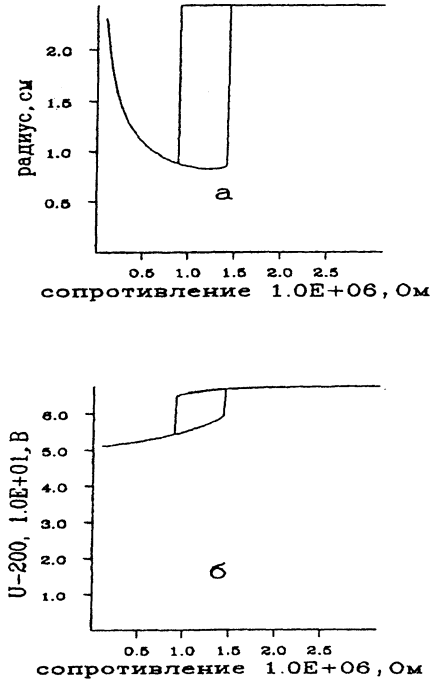

Рис. 3. Теоретические значения радиуса (*а*) и падения напряжения на разряде (*б*), полученные при анализе одномерной модели.

Список литературы

[1] *Сена Л.А., Рязанцева О.Л.* // ЖТФ. 1978. Т. 48. С. 1643–1646.

[2] *Fedotov M.A., Kaganovich I.D., Tsendin L.D.* // ESCAMPIG–92, St.Petersburg, 1992. P. 318–319.

[3] *Гадияк Г.В., Швейгерт В.А., Уузмаа О.У.* // Физика плазмы. 1987. Т. 13. С. 1004–1008.

[4] *Швейгерт В.А.* // Тепл. выс. темп. 1987. Т. 25. С. 1212–1215.

[5] *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1987.

Институт теоретической
и прикладной механики СО РАН
Новосибирск

Поступило в Редакцию
21 июня 1993 г.