Письма в ЖТФ, том 22, вып. 7 12 апреля 1996 г.

01;07;10

СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА–ЧЕРЕНКОВА

© *С.Г.Оганесян*

Теория эффекта Вавилова–Черенкова основана на исследовании излучения одной частицы [1]. В настоящей работе рассмотрено излучение плотного пучка электронов. Анализ вынужденного черенковского эффекта [2] показал, что пучок частиц с небольшим разбросом по энергиям является довольно сложным объектом — электроны с энергией $\mathcal{E} < \mathcal{E}_0$ образуют усиливающую среду, а с энергией $\mathcal{E} > \mathcal{E}_0$ — поглощающую ($\mathcal{E}_0$ — средняя энергия частиц). Ясно, что излучение такого пучка будет определять три эффекта: спонтанное излучение, вынужденное излучение, вынужденное поглощение. Покажем, что учет двух последних эффектов вносит кардинальные изменения в эффект Вавилова–Черенкова.

Пусть куб, объем которого V, заполнен диэлектриком. Вдали от особых точек его показатель преломления можно выбрать в виде $n(\omega) = n_0 + \Delta n = n_0 + n_0'(\omega - \omega_0)$, где $|\Delta n| \ll n_0$. Пусть в кубе находятся N электронов, движущихся параллельно плоскости xz. Предположим для простоты, что пучок электронов неполяризован и имеет только гауссов разброс по энергиям. Вычислим среднее число фотонов, движущихся вдоль оси z, на основе квантово-электродинамического подхода [3]. Умножая затем эту величину на энергию одного фотона и на число его состояний в интервале dk, получаем выражение для спектральной энергии излучения в телесном угле do

$$dW = \hbar\omega \frac{Q}{G}\left[\exp\left(G\frac{c}{n}t\right) - 1\right] V \left(\frac{n}{2\pi c}\right)^3 \omega^2 d\omega do. \qquad (1)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$Q = 4\sqrt{\pi \ln 2}\rho_0 r_0 \lambda \beta_0^2 \sin^2\theta \frac{1}{n}\left(\frac{p_0}{mc}\right)^2 \frac{\mathcal{E}_0}{\Delta}\frac{mc^2}{\hbar\omega} \exp \times$$
$$\times \left[-4\ln 2 \frac{(\omega - \omega_0)^2}{(\Delta\omega)^2}\right], \qquad (2)$$

$$G = 32\sqrt{\pi}(\ln 2)^{3/2}\rho_0 r_0 \lambda \beta_0^3 \sin^2\theta \frac{n^2-1}{n}\left(\frac{p_0}{mc}\right)^3\left(\frac{\mathcal{E}_0}{\Delta}\right)^2 \times$$

$$\times \frac{\omega-\omega_0}{\Delta\omega}\exp\left[-4\ln 2\frac{(\omega-\omega_0)^2}{(\Delta\omega)^2}\right], \tag{3}$$

$$\Delta\omega = \frac{n_0}{n_0'}\frac{\Delta}{\mathcal{E}_0}\left(\frac{mc}{p_0}\right)^2, \tag{4}$$

где $\rho_0 = N/V$ — плотность электронов, Δ — ширина их разброса по энергиям, r_0 — классический радиус электрона, $\beta_0 = v_0/c$, $\lambda = 2\pi c/\omega$. При расчетах принималось, что $n_0' > 0$, и учитывалось соотношение $1 - n_0\beta_0\cos\theta = 0$. При этих предположениях излучение на частотах $\omega > \omega_0$ и $\omega < \omega_0$ формируется электронами с энергиями $\mathcal{E} < \mathcal{E}_0$ и $\mathcal{E} > \mathcal{E}_0$. Отметим, что параметр G совпадает с коэффициентом усиления черенковского лазера, принимающего свое максимальное значение:

$$G_1 = 8.4\rho_0 r_0 \lambda_1 \beta_0^3 \sin^2\theta \frac{n_1^2-1}{n_1}\left(\frac{P_0}{mc}\right)^3\left(\frac{\mathcal{E}_0}{\Delta}\right)^2 \tag{5}$$

на частоте $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega/\sqrt{8\ln 2}$ ($\lambda_1 = 2\pi c/\omega_1$, $n_1 = n(\omega_1)$).

Зафиксируем угол θ и исследуем форму линии излучения пучка электронов. Так как реальный пучок имеет конечный поперечный размер a, то время взаимодействия фотонов с электронами $t \approx an_0/c\sin\theta$.

Введем понятие характерной плотности пучка электронов ρ_{ch} исходя из условия $Q_1ct/n_0 = 1$. Учитывая (5), получаем

$$\rho_{ch} = \frac{\sin\theta}{a}\left(\frac{dG_1}{d\rho_0}\right)^{-1}. \tag{6}$$

Примем, что плотность электронов мала, если $\rho_0 \ll \rho_{ch}$. В этом случае параметр $|G|ct/n_0 \ll 1$. Разлагая экспоненту в (1) в ряд Тейлора и удерживая только два первых слагаемых, получаем

$$dW_{sp} = \frac{\sqrt{\ln 2}}{\pi^{3/2}} tNe^2\omega_0\beta_0^2\sin^2\theta\frac{n_0}{c}\left(\frac{P_0}{mc}\right)^2\frac{\mathcal{E}_0}{\Delta}\exp\times$$

$$\times\left[-4\ln 2\frac{(\omega-\omega_0)^2}{(\Delta\omega)^2}\right]d\omega do. \tag{7}$$

Очевидно, что разряженный пучок электронов излучает некогерентно [4] ($dW_{sp} \sim N$). Спектр его излучения имеет форму гауссовой кривой с максимумом в точке ω_0 и с шириной $\Delta\omega$ (4). Отметим, что выражение (7) является простым обобщением формулы Тамма–Франка на случай пучка электронов с гауссовым разбросом по энергиям. Анализ показывает, что излучение (7) формируется только за счет спонтанного эффекта.

В случае плотного пучка электронов ($\rho_0 \gg \rho_{ch}$) в спектре излучения можно выделить пять областей. В трех из них $|\omega - \omega_0| \ll \Delta\omega$, $\omega - \omega_0 \gg \Delta\omega$, $\omega - \omega_0 \ll -\Delta\omega$ параметр $|G|ct/n \ll 1$ и энергия излучения определяются выражением (7). Причина этого проста. В первой области вероятность вынужденного излучения фотона равна вероятности его вынужденного поглощения. В двух остальных число электронов, участвующих в излучении фотонов с частотами ω, далекими от частоты ω_0, экспоненциально мало.

В четвертой области ($0 < \omega - \omega_0 \lesssim \Delta\omega$) излучение имеет вид пика с максимумом в точке $\omega \approx \omega_1$ и с шириной $\Delta\omega_1 = \Delta\omega/\sqrt{2G_1 \frac{c}{n_1} t}$ — сверхизлучение Вавилова–Черенкова. Отметим, что непосредственно в окрестности точки ω_1 пик имеет гауссову форму

$$dW_{sr} = \frac{V}{\sqrt{8\ln 2}} \Delta \left(\frac{mc}{p_0}\right)^2 \frac{1}{n_1^2 - 1} \left(\frac{n_1}{2\pi c}\right)^3 \omega_1^2 \exp \times$$

$$\times \left[G_1 \frac{c}{n_1} t - 4\ln 2 \frac{(\omega - \omega_1)^2}{(\Delta\omega_1)^2}\right] d\omega do. \tag{8}$$

Увеличение плотности пучка электронов приводит к экспоненциальному росту высоты пика и сужению его ширины. Эффект сверхизлучения связан с тем, что в области $\omega > \omega_0$ процесс вынужденного излучения фотонов все время доминирует над процессом их вынужденного поглощения. При больших плотностях электронов он довольно быстро ($\Delta t \sim n_1/G_1 c$) начинает доминировать и над процессом спонтанного излучения.

В пятой области ($0 > \omega - \omega_0 \gtrsim -\Delta\omega$) доминирующим является процесс вынужденного поглощения фотонов и энергия изулчения (1) значительно меньше энергии излучения (7).

Проиллюстрируем эффект сверхизлучения численным примером. Пусть $\mathcal{E}_0 = 12.6$ МэВ, $\Delta/\mathcal{E}_0 = 10^{-3}$, $a = 1$ см, $\lambda_0 = 1$ мкм, $n_0 = 1.0016$, $\theta = 3.97 \cdot 10^{-2}$ рад. Тогда для выбранной нами модели характерная плотность электронов $\rho_{ch} = 0.23 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$ (ток $I_{ch} = 11.5$ А/см^2). Увеличение плотности электронов на порядок приводит к превышению энергии сверхизлучения $dW_{sr}(\omega_1)$ над энергией черенковского излучения $dW_{sp}(\omega_0)$ на три прядка. При этом ширина линии излучения сужается в 4.5 раза. Отметим также, что небольшое изменение угла θ приводит к небольшой перестройке частоты ω_0.

Список литературы

[1] *Тамм И.Е., Франк И.М.* // Докл. АН СССР. 1937. Т. 14. С. 107.

[2] *Арутюнян В.М., Оганесян С.Г.* // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7. С. 538.

[3] *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Релятивистская квантовая теория. М., 1968. 480 с.

[4] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М., 1967. 460 с.

НПО "Лазерная техника"
Ереван

Поступило в Редакцию
3 января 1996 г.