

УДК 537.611.2

© 1992

## ФОРМА ЛИНИИ АКУСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА ЛИНЕЙНОГО ИЗИНГОВСКОГО МАГНЕТИКА

Г. О. Берим, А. Р. Кессель, С. С. Лапушкин

Рассчитаны параметры формы линии акустического резонанса линейного изинговского магнетика в предположении, что за уширение линии ответственна неизинговская часть обменного взаимодействия, а ее модуляция акустическими колебаниями определяет динамическую связь спин-системы со звуком.

1. В работе [1] была развита теория акустического резонанса (АР) линейной спин-системы ( $S = 1/2$ ) с изинговским обменным взаимодействием. Принципиальное отличие этой теории АР от предшествующих состоит в том, что гамильтониан, определяющий энергетический спектр системы, является существенно много-частичным и рассматривается без приближений.

В данной статье проводится расчет ширин линий АР для модели, рассмотренной в [1]. Такой расчет необходим для более точной оценки возможностей экспериментального наблюдения АР в изинговских веществах.

2. Согласно теории Кубо—Томиты [2], форма резонансной линии на частоте  $\omega_\alpha$  в жесткой решетке близка к гауссовой

$$g(\omega - \omega_\alpha) (2\pi M_2^2)^{-1/2} \exp[-(\omega - \omega_\alpha - M_1^2)^2 / 2M_2^2] \quad (1)$$

и полностью характеризуется первым  $M_1^2$  и вторым центральным  $M_2^2$  моментами, определяющими сдвиг и ширину линии резонанса.

Для величин моментов линии на частоте  $\omega_\alpha$  теория [2] дает выражения

$$\begin{aligned} \hbar M_1^2 &= \langle \{ [F(\omega_\alpha), \mathcal{H}'(0)], F(-\omega_\alpha) \} \rangle / Q_\alpha, \\ \hbar M_2^2 &= \langle \{ [F(\omega_\alpha), \mathcal{H}''(0)], [\mathcal{H}''(0), F(-\omega_\alpha)] \} \rangle / Q_\alpha - [\hbar M_1^2]^2, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$Q_\alpha = \langle \{ F(\omega_\alpha), F(-\omega_\alpha) \} \rangle, \quad [A, B] = AB - BA, \quad \{A, B\} = AB + BA,$$

$\langle X \rangle$  — каноническое среднее оператора  $X$ ;  $X(\omega_\alpha)$  — Фурье-компонента оператора  $X$  на частоте  $\omega_\alpha$ , определяемая из соотношения

$$\exp(i\mathcal{H}_0 t / \hbar) X \exp(-i\mathcal{H}_0 t / \hbar) = \sum_\alpha X(\omega_\alpha) \exp(-i\omega_\alpha t),$$

где  $\mathcal{H}_0$  — гамильтониан, задающий энергетический спектр рассматриваемой системы;  $F(\omega_\alpha)$  есть Фурье-компонента оператора взаимодействия спин-системы с переменным полем:  $\mathcal{H}'(0)$  — секулярная часть оператора взаимодействия, ответственного за ширину линии.

В случае рассмотренного в [1] линейного изинговского магнетика основной гамильтониан имеет форму

$$\mathcal{H}_0 = -\hbar\omega_0 \sum_j S_j^z - \hbar\omega_c \sum_j S_j^x S_{j+1}^z, \quad (3)$$

где  $\omega_\alpha$  — зееманова частота спинов во внешнем поле,  $\hbar\omega_c \equiv J$  — обменный интеграл. Помимо этого в таких системах существует неизинговская часть обменного взаимодействия

$$\mathcal{H}' = \sum_j (J^x S_j^x S_{j+1}^x + J^y S_j^y S_{j+1}^y), \quad (4)$$

где  $J^x$  и  $J^y$  — обменные интегралы, причем  $|J^x|, |J^y| \ll |J|$ .

В [1] было предположено, что наиболее эффективное взаимодействие звука со спин-системой осуществляется через модуляцию взаимодействия (4). В этом случае акустические колебания могут вызвать резонансное поглощение на четырех частотах

$$\Omega_0 = 2\omega_0, \quad \Omega_{\pm 1} = |2\omega_0 \pm \omega_c|, \quad \Omega_2 = |\omega_c| = \Omega_c \quad (5)$$

и соответствующие компоненты оператора  $F$  равны

$$\begin{aligned} F(\Omega_0) &= \sum_j G_-^j S_j^+ S_{j+1}^+ (1 - \sigma_{j-1} \sigma_{j+2}) / 2, \\ F(\Omega_{\pm 1}) &= \sum_j G_{\pm}^j S_j^+ S_{j+1}^+ (1 \pm \sigma_{j-1}) (1 \pm \sigma_{j+2}) / 4, \\ F(\Omega_2) &= \sum_j G_+^j [S_j^+ S_{j+1}^- (1 + \sigma_{j-1}) (1 - \sigma_{j+2}) + \\ &\quad + S_j^- S_{j+1}^+ (1 - \sigma_{j-1}) (1 + \sigma_{j+2})] / 4, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\omega_{\pm}^j = S_j^x \pm iS_j^y, \quad \sigma_j = 2S_j^z, \quad G_{\pm}^j = G_{\pm} \cos q r_j.$$

Величины коэффициентов  $G_{\pm}$  определяются деформациями решетки под действием акустической волны. Их явные выражения приведены в [1].

В качестве источника уширения линии АР мы рассмотрим ниже только взаимодействие (4). Это оправдано тем, что оно, как правило, значительно превышает все другие взаимодействия (диполь-дипольное, сверхтонкое), дающие вклад в ширину линии АР. Секулярная часть  $\mathcal{H}'(0)$  оператора (4) относительно гамильтониана (3) может быть записана следующим образом:

$$\mathcal{H}'(0) = J^+ \sum_j (S_j^+ S_{j+1}^- + S_j^- S_{j+1}^+) (1 + \sigma_{j-1} \sigma_{j+2}) / 2, \quad (7)$$

где

$$J^+ = (J^x + J^y) / 4.$$

3. Выражения (1) и (2) для формы линии АР и гамильтониана (3), (4), (7) рассматриваемой спин-системы фактически составляют постановку задачи на расчет формы линии АР поглощения изинговского магнетика. Опуская довольно длинные вычисления, приведем сразу выражения вторых моментов каждой из четырех резонансных линий через корреляционные функции модели Изинга

$$\hbar^2 M_2^0 = 2(J^+)^2 (9 - 8\varepsilon_2 + 8\varepsilon_4 - 17\alpha_1 + 8\alpha_2 - \alpha_3 + \pi_3) / (1 + \varepsilon_1 - \varepsilon_3 - \alpha_1), \quad (8)$$

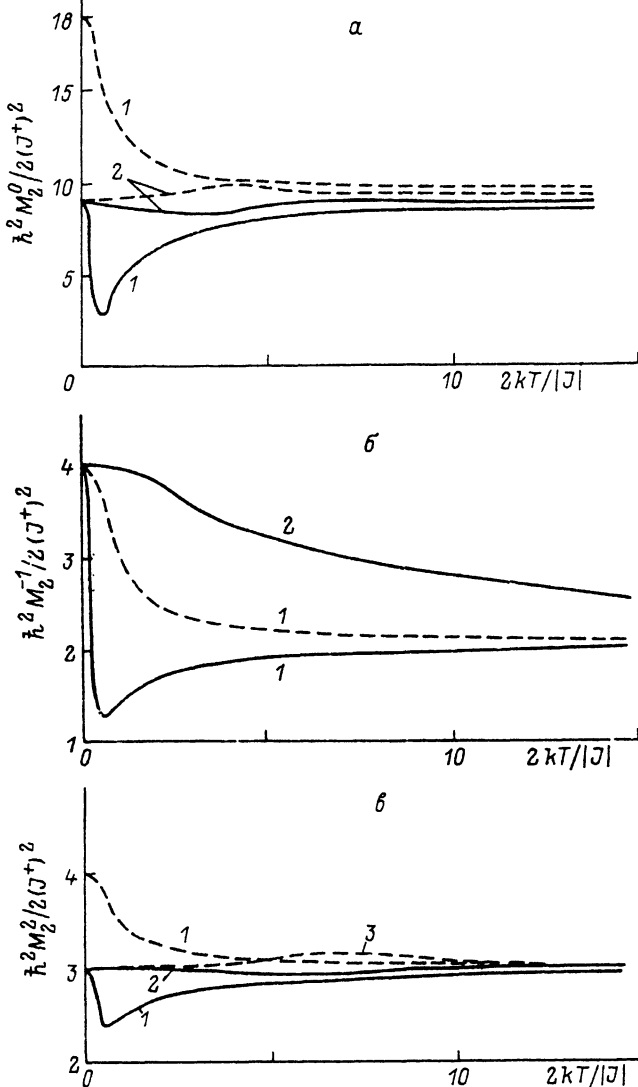


Рис. 1. Характерная температурная зависимость второго момента линии AP на частотах  $\Omega_0$  (а),  $\Omega_1$  (б),  $\Omega_2$  (в) при некоторых значениях параметра  $p = \omega_0/\Omega_c$  для ферромагнитного (сплошные линии) и антиферромагнитного (штриховые линии) обменного взаимодействия.

$p = 0.1$  (1), 3 (2).

$$\hbar^2 M_2^{\mp 1} = 2(J^+)^2 (2 \pm 2\sigma \pm 2\gamma_1 \mp 2\kappa_3 \mp 2\rho_2 + \varepsilon_2 - \varepsilon_4 - \alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \pi_3) / (1 \pm 2\sigma + \varepsilon_1 + \varepsilon_3 \pm 2\gamma_1 + \alpha_1), \quad (9)$$

$$\hbar^2 M_2^2 = 2(J^+)^2 (3 - 4\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_4 + 2\alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3 + 2\pi_3 - 4\beta_3) / (1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3 + \alpha_1). \quad (10)$$

Первые моменты резонансных линий в рассматриваемой физической ситуации, когда за ширину линий ответственно взаимодействие (7), равны нулю.

В выражениях (8)—(10) встречаются следующие корреляционные функции модели Изинга:

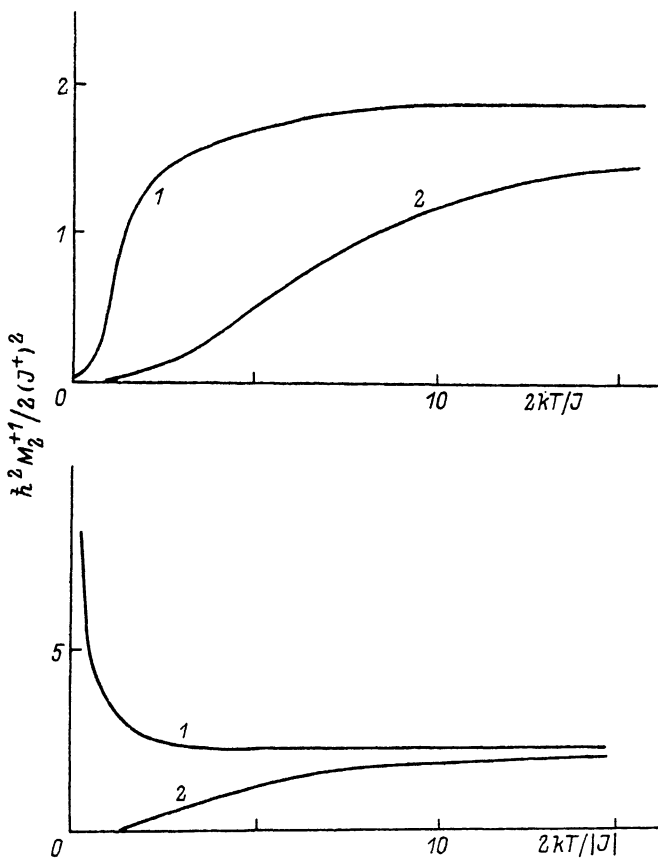


Рис. 2. Характерная температурная зависимость второго момента линии AP на частоте  $\Omega_1$  при  $p = \omega_0/\Omega_e = 0.1$  (1) и 3 (2) для ферромагнитного (а) и антиферромагнитного (б) обменного взаимодействия.

$J > 0$  (а),  $J < 0$  (б).

$$\begin{aligned} \sigma &= \langle \sigma_0 \rangle, \quad \varepsilon_k = \langle \sigma_0 \sigma_k \rangle, \quad \gamma_k = \langle \sigma_0 \sigma_k \sigma_{k+1} \rangle, \quad \alpha_k = \langle \sigma_{-1} \sigma_0 \sigma_k \sigma_{k+1} \rangle, \\ \chi_k &= \langle \sigma_0 \sigma_{k-1} \sigma_{k+1} \rangle, \quad \pi_k = \langle \sigma_{-1} \sigma_1 \sigma_{k-1} \sigma_{k+1} \rangle, \quad \rho_k = \langle \sigma_{-1} \sigma_0 \sigma_{k-1} \sigma_k \sigma_{k+1} \rangle, \\ \beta_k &= \langle \sigma_{-1} \sigma_0 \sigma_{k-1} \sigma_{k+1} \rangle, \end{aligned}$$

которые для бесконечной цепочки могут быть рассчитаны точно по известной методике [3]. Аналитические выражения для них можно найти в монографии [4]. Поскольку эти выражения достаточно громоздки, проиллюстрируем температурные зависимости вторых моментов  $M_2^\alpha$  графически. На рис. 1, 2 представлены характерные результаты численных расчетов температурных зависимостей  $M_2^\alpha$  ( $\alpha = 0, \pm 1, 2$ ) для некоторых значений отношения  $p = \omega_0/|\omega_e|$ .

4. Проанализируем полученные результаты с точки зрения возможностей наблюдения линии AP.

Отметим прежде всего, что при  $T < |J|/2k$  моменты большинства линий возрастают при понижении температуры, что говорит об их уширении при  $T \rightarrow 0$ . Исключениями являются линия на частоте  $\Omega_{+1} = 2\omega_0 + \omega_e$  в ферромагнитной цепочке ( $J > 0$ ) и линия на частоте  $\Omega_{-1} = |2\omega_0 - \Omega_e|$  в антиферромагнитной цепочке ( $J < 0$ ) при  $p > 1$ , вторые моменты которых обращаются в нуль при

$T \rightarrow 0$ . Поскольку интенсивность первой линии максимальна при  $T = 0$ , то наблюдение именно этой линии представляется наиболее вероятным. Интенсивность других резонансных линий экспоненциально уменьшается вблизи нуля [1].

Другой интересной особенностью температурного поведения моментов является наличие минимумов у кривых для линий на частотах  $\Omega_{-1} = |2\omega_0 - \omega_c|$  ( $J > 0, p < 1$ ) и  $\Omega_0 = 2\omega_0$  ( $J > 0, p < 1$ ). Положение этих минимумов приблизительно соответствует области температур  $T \sim J/2k$ , которая, по-видимому, наиболее удобна для наблюдения АР.

При высоких температурах наименьший второй момент имеет линия на частоте  $\Omega_2 = \Omega_c$ :  $\hbar^2 M_2^2 = 6 (J^+)^2$ , а наибольший — линия на частоте  $\Omega_0 = 2\omega_0$ :  $\hbar^2 M_2^0 = 18 (J^+)^2$ . Отметим, что при  $T \rightarrow \infty$  ширины линий не зависят существенно ни от температуры, ни от обменного интеграла. Это обстоятельство связано с тем, что вторые моменты зависят от  $T$  и  $J$  только через корреляционные функции, а корреляция между спинами при  $T \rightarrow \infty$  исчезает.

#### Список литературы

- [1] Berim G. O., Kessel A. R., Lapushkin S. S. // Physica B. 1989. V. 163. N 1. P. 23—28.
- [2] Kubo R., Tomita K. // J. Phys. Soc. Jap. 1954. V. 9. N 3. P. 888—919.
- [3] Желифонов М. П. // ТМФ. 1971. Т. 8. № 2. С. 401—412.
- [4] Кессель А. Р., Берим Г. О. Магнитный резонанс изинговских магнетиков. М.: Наука, 1982. 148 с.

Казанский  
физико-технический институт РАН

Поступило в Редакцию  
18 июня 1992 г.