

## ОБ ИЗМЕРЕНИИ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГИИ ПРИ ПОВЫШЕННОМ ДАВЛЕНИИ

Ю. Б. Голубовский, Ш. Х. аль-Хават

Предлагается метод измерения функции распределения электронов по энергии в условиях, когда электроны попадают на зонд в диффузионном режиме без потерь энергии в призондовом слое. Метод сводится к однократному дифференцированию зондовых характеристик по потенциалу зонда.

Обсуждаются вопросы формирования функции распределения в тлеющем разряде.

Традиционные зондовые методы измерения функций распределения электронов по энергии (ФРЭ) [1, 2] предполагают, что электроны попадают на зонд без столкновений в призондовом слое и несут полную информацию о функции распределения в невозмущенной плазме. Область применимости этой методики ограничена сравнительно низкими давлениями, удовлетворяющими условию  $\lambda \gg a+d$  ( $\lambda$  — длина свободного пробега электрона,  $a$  — радиус зонда,  $d$  — толщина слоя).

В работе [3] был предложен метод измерения ФРЭ при повышенных давлениях, когда выполняется условие  $\lambda \ll a+d \ll \lambda_0$  ( $\lambda_0$  — длина энергетической релаксации электрона [4]). Экспериментальная реализация метода в работе [3] сводилась к численному дифференцированию вольт-амперных зондовых характеристик.

В настоящей работе предлагается более удобный экспериментальный метод измерения ФРЭ, выполняются измерения ФРЭ в широком интервале давлений в неоне и обсуждаются вопросы формирования ФРЭ в разряде.

### Теория метода

Будем исходить из кинетического уравнения, которое можно записать в виде [4]

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \frac{v^3}{3v} \operatorname{grad} f_0(r, \varepsilon) + \frac{e^2 E_x^2}{3} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \frac{v^3}{v} \frac{\partial}{\partial \varepsilon_1} f_0(r, \varepsilon) = \\ = - \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( \frac{m^2}{M} v v^2 f_0(r, \varepsilon) \right) - v' v^* (v') f_0(r, v') + v v (v) f_0(r, v), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $v(v)$  и  $v^*(v)$  — транспортные частоты упругих и неупругих ударов,  $\varepsilon = W + \varepsilon_{\text{эф}}(r)$  — энергия электрона,  $W$  — кинетическая энергия,  $\varepsilon_{\text{эф}}(r)$  — потенциальная энергия электрона в радиальном поле столба и в поле зонда,  $\varepsilon' = \varepsilon + \varepsilon_1$  (где  $\varepsilon_1$  — порог возбуждения),  $E_x$  — однородное продольное поле столба.

Вдали от зонда для  $r > \lambda_0$  в кинетическом уравнении (1) можно пренебречь первым членом, заменить полную энергию на кинетическую и получить функцию распределения в невозмущенной плазме  $f_0(\varepsilon)$ . Эта функция распределения является граничным условием для решения кинетического уравнения вблизи зонда.

В окрестностях зонда на расстояниях  $\lambda < r < \lambda_e$  можно пренебречь потерями энергии при столкновениях и нагревом в продольном электрическом поле. Тогда уравнение (1) принимает вид

$$\operatorname{div} D(w) \operatorname{grad} f_0(r, \varepsilon) = 0, \quad (2)$$

где  $D(w) = v^3/3v$  ( $v$ ) — коэффициент диффузии.

Направленная часть ФРЭ при этом равна

$$f_1(r, \varepsilon) = -\frac{v}{v} \operatorname{grad} f_0(r, \varepsilon). \quad (3)$$

Решение уравнения (2), удовлетворяющее граничным условиям

$$f_0(a, \varepsilon > eV) = 0, \quad f_0(r \rightarrow \infty, \varepsilon) = f_0(\varepsilon), \quad (4)$$

имеет вид

$$f_0(r, \varepsilon) = f_0(\varepsilon) \int_a^r \frac{dr'}{r'^n D(w)} \bigg/ \int_a^\infty \frac{dr'}{r'^n D(\varepsilon)}, \quad (5)$$

где  $n=1$  для цилиндрического зонда,  $n=2$  для сферического зонда.

Для цилиндрического зонда имеет место логарифмическая расходимость, которая устраняется, как обычно, обрезанием интеграла в знаменателе (5) на длине зонда  $l$ .

Плотность тока на зонд при использовании (3.5) получим в виде

$$j = \frac{4\pi e}{3} \int_0^\infty f_1(v, a) v^3 dv = \frac{4\pi e}{m} \int_{eV}^\infty D(\varepsilon) f_0(\varepsilon) \Psi(a, \varepsilon) d\varepsilon, \quad (6)$$

где введено обозначение для поправочного члена

$$\Psi^{-1}(a, \varepsilon) = \int_a^\infty \left(\frac{a}{r}\right)^n \frac{D(\varepsilon)}{D(w)} dr. \quad (7)$$

При  $v \sim v^3$  и соответственно  $D = \text{const}$  формулы (5), (6) имеют наиболее простой вид

$$f_0(r, \varepsilon) = f_0(\varepsilon) \ln\left(\frac{r}{a}\right) \bigg/ \ln\left(\frac{l}{a}\right) \quad (8)$$

для цилиндрического зонда,

$$f_0(r, \varepsilon) = f_0(\varepsilon) \left(1 - \frac{a}{r}\right) \quad (9)$$

для сферического зонда.

Ток на зонд при этом оказывается равным

$$j = \frac{4\pi e}{m} \frac{D}{A} \int_{eV}^\infty f_0(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (10)$$

где

$$A = \int_a^\infty \left(\frac{a}{r}\right)^n dr.$$

Здесь  $A = \ln(l/a)$  для цилиндрического,  $A = a$  для сферического.

Если коэффициент диффузии зависит от скорости, то для вычисления зондового тока (6) и поправочного члена (7) требуется знание профиля потенциала в окрестности зонда  $\varphi(r)$ , который определяется уравнением движения ионов

$$\operatorname{div} j_i = 0 \quad \text{или} \quad \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} r^n n(\varphi) \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0. \quad (11)$$

Решение задачи (6), (7), (11) можно проводить методом последовательных приближений. В первом приближении будем считать коэффициент диффузии в (7) постоянным и соответственно  $\Psi^{-1} = A$ . Тогда из (6) получаем первое приближение к функции распределения  $f_0^l(\varepsilon)$  в виде

$$f_0^l(eV) = \frac{mA}{4\pi eD(eV)} \frac{dj}{d(eV)}. \quad (12)$$

По функции распределения (12) можно найти  $n(\varphi)$

$$n(\varphi) = \frac{4\pi\sqrt{2}}{m^{3/2}} \int_{e\varphi}^{\infty} f_0^l(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon - e\varphi(r)} d\varepsilon. \quad (13)$$

Интегрирование уравнения (11) определяет в квадратурах распределение потенциала  $e\varphi(r)$

$$\Phi(r) = \frac{\int_0^{e\varphi} n(\varphi) d\varphi}{\int_0^{\infty} n(\varphi) d\varphi}, \quad (14)$$

где  $\Phi(r) = a/r$  для  $n=2$  (сферический зонд),  $\Phi(r) = \ln(l/r)/\ln(l/a)$  для  $n=1$  (цилиндрический зонд).

Подставляя (13) в (14), получаем

$$\Phi(r) = \frac{\int_0^{e\varphi} d\varphi' \int_{e\varphi'}^{\infty} f_0^l(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon - e\varphi'} d\varepsilon}{\int_0^{\infty} d\varphi' \int_{e\varphi'}^{\infty} f_0^l(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon - e\varphi'} d\varepsilon}. \quad (15)$$

Используя (15), можно найти значение  $\Psi^{-1}$  по (7) в следующем приближении. Для этого входящее в (7) выражение

$$\frac{D(\varepsilon)}{D(w)} = \frac{D(\varepsilon)}{D(\varepsilon - e\varphi)} \quad (16)$$

необходимо рассчитать по потенциалу  $e\varphi(r)$ , определяемому (15), подставить в (6), получить функцию распределения в следующем приближении и т. д.

Существенное упрощение процедуры решения может быть получено для достаточно больших потенциалов зонда  $eV \gg \bar{\varepsilon}$ , если учесть, что основное падение приложенного потенциала сосредоточено вблизи зонда. Тогда главный вклад в интеграл (7) дает область, где потенциал  $e\varphi(r)$  меняется на величину порядка средней энергии электронов  $\bar{\varepsilon}$ . При этом в (16) можно выполнить разложение знаменателя и получить

$$\Psi^{-1}(\varepsilon) = \int_a^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \left(1 + \frac{D'}{D} \Big|_{e\varphi} e\varphi\right) dr = A \left[1 + \frac{D'}{D} \Big|_{\varepsilon} J\right]. \quad (17)$$

При вычислении  $J$  в (17) следует перейти от интегрирования по  $r$  к интегрированию по  $\varphi$ , что избавляет от необходимости в явном виде рассчитывать профиль потенциала  $e\varphi(r)$  по (15).

$$J = \frac{1}{A} \int_a^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n e\varphi(r) dr = \int_0^{\infty} e\varphi \left(\frac{d\Phi}{d\varphi}\right) d\varphi. \quad (18)$$

Дифференцируя (15) по  $\varphi$  и подставляя в (18), получаем расчетную формулу для  $J$

$$J = \frac{\int_0^{\infty} e^{\varphi'} d\varphi' \int_{e\varphi'}^{\infty} f_0^{\text{н}}(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon - e\varphi'} d\varepsilon}{\int_0^{\infty} d\varphi' \int_{e\varphi'}^{\infty} f_0^{\text{н}}(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon - e\varphi'} d\varepsilon}. \quad (19)$$

Таким образом, предлагается следующая процедура восстановления функции распределения из зондовых измерений. По первой производной зондового

тока находится первое приближение к функции распределения по (12). С использованием (19) вычисляется поправка (17), и следующее приближение к функции распределения находится по формуле

тока находится первое приближение к функции распределения по (12). С использованием (19) вычисляется поправка (17), и следующее приближение к функции распределения находится по формуле

$$f_0(eV) = \frac{mA}{4\pi eD(eV)} [1 + B(eV)] \frac{dj}{d(eV)}. \quad (20)$$

Значения поправочного множителя  $B(eV)$  для разных видов функций распределения

| $\alpha$ | $\frac{D'}{D} \Big _{eV} \left( \frac{1}{eV} \right)$ | $J(kT)$ | $B \left( \frac{kT}{eV} \right)$ |
|----------|---|---------|----------------------------------|
| 0        | 3/2   | 1       | 1.5                              |
| 1/2      | 1   | 0.63    | 0.63                             |
| 1        | 1/2   | 0.48    | 0.24                             |
| 3/2      | 0   | 0.50    | 0                                |
| 2        | -1/2  | 0.52    | -0.26                            |

Можно указать порядок величины второго члена в квадратных скобках в выражении (20). В таблице приведены значения поправочного коэффициента

$B(eV)$  для часто встречающихся случаев, когда ФРЭ определяется потерями энергии при упругих столкновениях, а транспортная частота аппроксимируется степенной функцией  $\nu \sim W^\alpha$  [6]. Тогда  $D(W) \sim W^{(3/2-\alpha)}$  и  $f(W) \sim \exp - (W/kT)^{2\alpha+1}$ . Выражение (20) позволяет восстанавливать функцию распределения для потенциалов зонда, превышающих  $\bar{\varepsilon}$  в тех случаях, когда коэффициент диффузии  $D$  зависит от скорости. Если коэффициент диффузии от скорости не зависит, то обработку можно проводить вплоть до потенциала пространства.

### Обсуждение экспериментальных результатов

Как видно из (13) для измерений ФРЭ при повышенных давлениях, когда выполняются условия  $\lambda \ll \ll a \ll \lambda_s$ , необходимо регистрировать первую производную зондового тока по потенциалу зонда. Подобное дифференцирование легко осуществляется путем наложения на зонд дифференцирующего сигнала малой амплитуды, например, вида

$$\Delta V(t) = V_0 \cos \omega t$$

и выделения первой гармоники зондового тока.

На рис. 1 приведена конструкция разрядной трубки и измерительная схема, позволяющая определять первую и вторую производные зондового тока, что дает возможность измерять функцию распределения электронов при низких и повышенных давлениях. Использовалась трубка длиной 40 см и диаметром 2.8 см с подвижным плоским анодом и подвижными цилиндрическими зон-

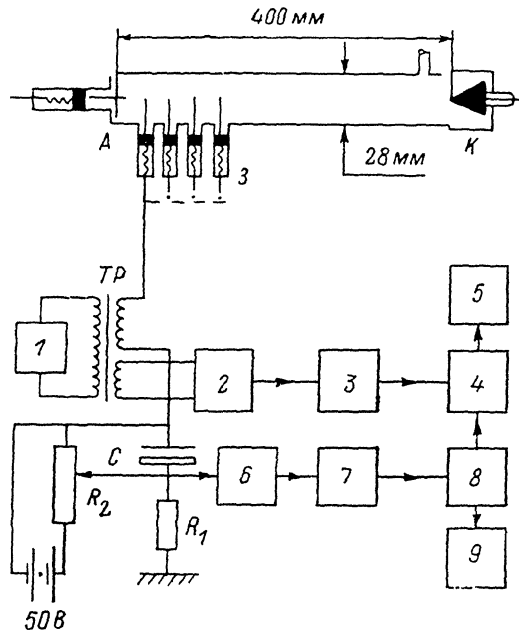


Рис. 1. Разрядная трубка и схема измерений.

$K$  — катод,  $A$  — анод,  $3$  — зонд.  $1$  — генератор сигналов низкочастотный;  $2$  — удвоитель частоты;  $3$  — узкополосный усилитель;  $4$  — синхронный детектор;  $5$  — самописец;  $6$  — двойной Т-образный фильтр на удвоенную частоту модуляции;  $7, 8$  — узкополосные усилители;  $9$  — осциллограф. Для измерения первой производной необходимо из схемы исключить элементы  $2, 6$ .

дами диаметром 0.1 мм и длиной 2 мм, что позволяло выполнять измерения ФРЭ вдоль оси и по радиусу разряда.

Для проверки достоверности предлагаемого метода были выполнены измерения ФРЭ в условиях больших давлений и малых токов в неоне ( $P=50, 100$  Тор,  $i \leq 4$  мА), когда ФРЭ формируется за счет упругих ударов. Результаты измерений представлены на рис. 2. Видно, что в интервале энергий от 3 до 12 эВ ФРЭ хорошо описывается древстейновской функцией  $\exp(-W^2/4(kT)^2)$  с температурой 2.6 эВ. Рассчитанная по выражению  $kT = eE\lambda\sqrt{M/2m}$  температура в этих условиях составляет 2.7 эВ. Отметим, что в области энергий  $W \leq 3$  эВ, когда  $eV \leq kT$ , обработка экспериментальных данных по предлагаемому методу неприменима.

Поскольку механизмы формирования функций распределения при низких и при повышенных давлениях существенно различаются, то выполнялись измерения ФРЭ по радиусу в положительном столбе разряда низкого ( $P=1$  Тор)

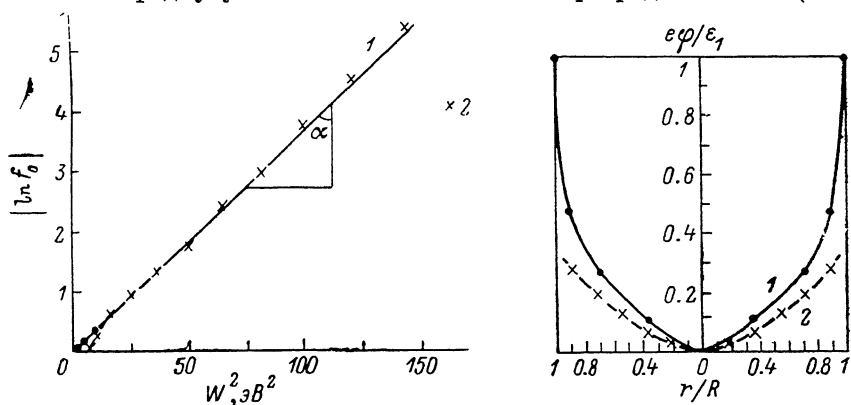


Рис. 2. Функция распределения в неоне для  $P=50$  Тор,  $i=2$  мА.

1 — распределение Дривестейна с  $kT=2.6$  эВ; 2 — эксперимент,  $kT=1/2(\text{tg } \alpha)^{1/2} \approx 2.7$  эВ.

Рис. 3. Измеренные радиальные профили потенциала для  $P=1$  Тор,  $i=10$  мА (1) и для  $P=50$  Тор,  $i=2$  мА (2).

и повышенного ( $P=50$  Тор) давлений и токах 1—10 мА, когда отсутствуют колебания плазмы. По измеренным ФРЭ также определялись профили радиального потенциала (рис. 3). Видно, что перепад потенциала  $\phi(r)$  в квазинейтральной плазме при низком давлении, примерно равный потенциалу возбуждения, заметно превышает  $\phi(r)$  при повышенном давлении, примерно равный  $kT$ . Среднее радиальное электрическое поле при низком давлении ( $E_R \approx 12$  В/см) заметно превышает продольное ( $E_x \approx 2.5$  В/см). При высоком давлении имеет место противоположная картина ( $E_R \approx 3.5$  В/см,  $E_x \approx 24$  В/см). Результаты измерений ФРЭ при низком и повышенном давлениях в различных точках радиуса трубки приведены на рис. 4, 5.

Интерпретация наблюдаемых результатов может быть проведена на основе кинетического уравнения (1), где учитываются процессы диффузии по радиусу (первый член), диффузии по энергии в электрическом поле (второй член), а также упругие и неупругие удары (члены в правой части).

Оценки отношения первого члена ко второму дают значение

$$(\lambda_e/R)^2 \approx (E_R/E_x)^2.$$

Для низкого давления, когда в балансе энергии можно пренебречь упругими ударами,  $\lambda_e \approx \epsilon_1/eE_x$ . Для повышенного давления, когда баланс энергии определяется упругими ударами,  $\lambda_e \approx \sqrt{M/m}\lambda$ . Отношение радиальных полей к продольным [4] оказывается равным  $E_R/E_x \approx \epsilon_1/eE_x R \approx 4.7$  (для низкого давления),  $E_R/E_x \approx \sqrt{M/m}/\lambda/R \approx 0.27$  (для повышенного давления), что соответствует данным эксперимента.

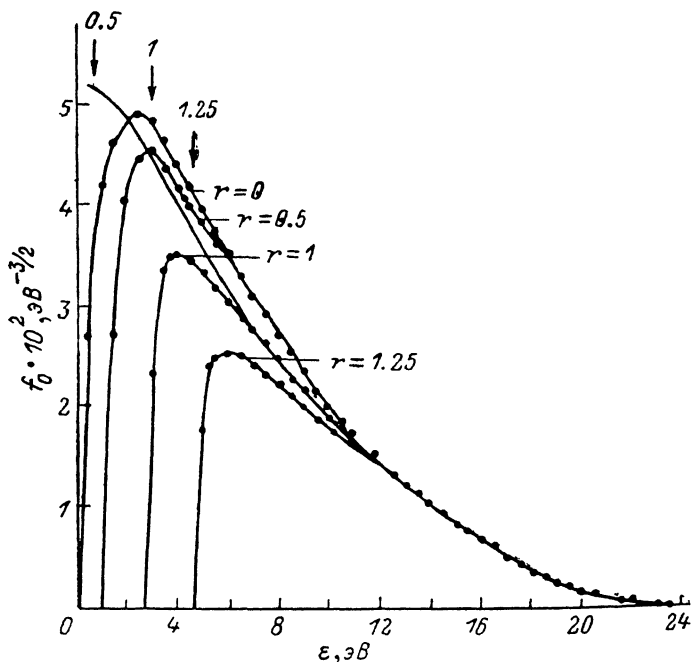


Рис. 4. Измеренные (точки) и рассчитанные (сплошная линия со стрелками) ФРЭ по полной энергии в различных точках радиуса трубки для  $P=1$  тор,  $i=10$  мА. Цифры у кривых и стрелок — расстояние от оси в см.

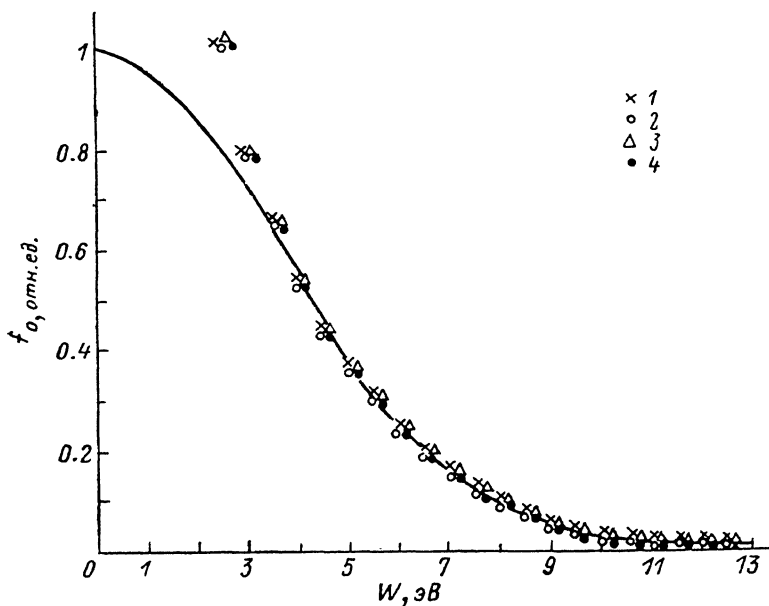


Рис. 5. Измеренные (1—4) и рассчитанные (сплошная кривая) ФРЭ в относительной мере по кинетической энергии в различных точках радиуса для  $P=50$  тор,  $i=2$  мА. Расчет проводился по измеренному полю 24 В/см.

1 — 0, 2 — 0,5, 3 — 1, 4 — 1,25 см.

Эти оценки показывают, что в кинетическом уравнении для низких давлений первый член является главным, а при высоком давлении им можно пренебречь.

Для низкого давления решение уравнения (1) может быть получено путем усреднений по диффузионным пролетам в радиальном поле [6]. При этом функция распределения зависит только от полной энергии. ФРЭ в точке, сдвинутой от оси разряда на величину  $r$ , получается из ФРЭ на оси путем сдвига аргумента на величину потенциальной энергии в этой точке. Рис. 4, где сопоставляются рассчитанная ФРЭ из уравнения (1) в пренебрежении упругими ударами с экспериментально измеренной, на количественном уровне показывает нелокальный характер формирования ФРЭ при низких давлениях.

Для разряда высокого давления в уравнении (1) можно пренебречь первым членом. Форма ФРЭ в различных точках радиуса, как следует из (1), не должна изменяться. На рис. 5 сопоставляется ФРЭ в относительной мере, рассчитанная из (1) и экспериментально измеренная в различных точках радиуса. Эксперимент наглядно подтверждает локальный характер формирования ФРЭ при высоких давлениях.

В заключение авторы благодарят Л. Д. Цендина за полезные советы и конструктивную критику.

#### Литература

- [1] Козлов О. В. Электрический зонд в плазме. М.: Атомиздат, 1969. 343 с.
- [2] Каган Ю. М., Перель В. И. // УФН. 1963. Т. 81. № 3. С. 409—452.
- [3] Голубовский Ю. Б., Захарова В. М., Пасункин В. Н., Цендин Л. Д. // Физика плазмы. 1981. Т. 7. № 3. С. 620—628.
- [4] Цендин Л. Д., Голубовский Ю. Б. // ЖТФ. 1977. Т. 47. Вып. 9. С. 1839—1851.
- [5] Шкаровский И., Джонстон Т., Бачинский М. Кинетика частиц плазмы. М.: Атомиздат, 1969. 396 с.
- [6] Голубовский Ю. Б., аль-Хават Ш. Х., Цендин Л. Д. // ЖТФ. 1987. Т. 56. Вып. 7. С. 1285—1291.

Ленинградский  
государственный университет

Поступило в Редакцию  
26 ноября 1987 г.