

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СОЛИТОНОВ В ДВУХ СВЯЗАННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

Ф.Х. Абдуллаев, А.А. Абдумаликов

В последнее время привлекает внимание исследование взаимодействия солитонов в световодах. Эта проблема важна для создания систем передачи информации с помощью оптических солитонов [1]. Как известно, взаимодействие солитонов накладывает ограничения на скорость передачи информации, необходимы специальные процедуры (типа подбора начальной разности фаз солитонов и др.) для подавления их взаимодействия [2].

Новые возможности открывает исследование взаимодействия солитонов в двух связанных волноводах. Ранее в работах [3, 4] было показано, что можно создать в системе двух связанных нелинейных волноводов оптический транзистор и другие логические устройства. В настоящей работе мы изучим взаимодействие оптических солитонов в двух связанных волноводах и найдем условия, когда существуют связанные состояния солитонов, а также получим критерии распада связанных состояний.

В стандартных безразмерных переменных уравнения для огибающих электрических полей в двух волноводах имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} i q_{1t} + q_{1xx} + |q_1|^2 q_1 &= \epsilon q_2, \\ i q_{2t} + q_{2xx} + |q_2|^2 q_2 &= \epsilon q_1. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $t$  — соответствующая нормированная длина распространения,  $x$  — нормированное время.

Мы сохранили в уравнениях (1) стандартные обозначения нелинейного уравнения Шредингера, т. к. полученные результаты можно применять и для других физических систем (связанные магнитные, полимерные цепочки и т. д.)

Изучим взаимодействие солитонов в двух связанных световодах. Предположим, что параметры обоих солитонов близки, что расстояние между ними больше их ширины. Тогда взаимодействие между ними слабое. Учитывая, что  $\epsilon \ll 1$ , можно исследовать данную задачу по теории возмущений для солитонов [5, 6].

Оператор возмущения имеет вид

$$R(q_n) = i\epsilon q_n.$$

Решение будем искать в виде

$$q_n = 2\chi_n \operatorname{sech} [2\chi_n(x - \xi_n)] \exp [i2\mu_n(x - \xi_n) + \delta_n]. \quad (2)$$

Здесь  $\nu_n$  - амплитуды,  $\delta_n$  - фазы солитонов.  
Введем далее обозначения

$$\mu = (\mu_1 + \mu_2)/2, \quad \nu = (\nu_1 + \nu_2)/2, \quad r = \xi_1 - \xi_2 > 0$$

$$\psi = \delta_2 - \delta_1, \quad \varphi = 2\mu r + \psi.$$

и предположим, что

$$|\mu_1 - \mu_2| \ll \mu, \quad |\nu_1 - \nu_2| \ll \nu, \quad 2\nu r \gg 1. \quad (3)$$

Применяя метод работ [5, 6], получаем следующую систему уравнений для параметров солитонов:

$$\frac{d\mu_n}{dt} = -(-1)^n 8\varepsilon \nu^2 r \exp(-2\nu r) \cos \varphi, \quad (4)$$

$$\frac{d\nu_n}{dt} = -(-1)^n 8\varepsilon \nu^2 r \exp(-2\nu r) \sin \varphi, \quad (5)$$

$$\frac{d\xi_n}{dt} = 2\mu_n - 4\varepsilon \nu r^2 \exp(-2\nu r) \sin \varphi, \quad (6)$$

$$\frac{d\delta_n}{dt} = 2(\mu_n^2 + \nu_n^2) - 8\varepsilon \nu r^2 \exp(-2\nu r) (\mu \sin \varphi - \nu \cos \varphi). \quad (7)$$

Из системы (4) - (7) видно, что существуют два интеграла движения:

$$\mu_1 + \mu_2 = \text{const}, \quad \nu_1 + \nu_2 = \text{const}.$$

Перейдем к переменным  $q = \mu_2 - \mu_1$ ,  $p = \nu_2 - \nu_1$ ,  $\psi$ ,  $r$ .

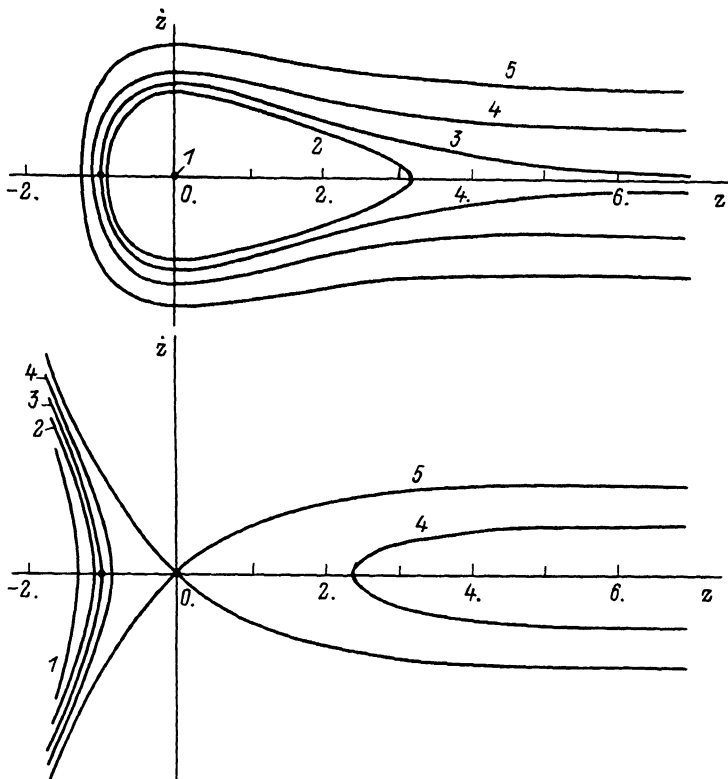
Из уравнения (4) находим уравнения для расстояния между солитонами:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -2 \frac{dq}{dt},$$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = 32\varepsilon \nu^2 r \exp(-2\nu r) \cos \varphi, \quad (8)$$

где  $\varphi = 2\mu r + \psi$ .

Решение этого уравнения найти в явном виде затруднительно, по-видимому, даже невозможно. Это связано с тем, что система (1) не интегрируется. Этим наша задача резко отличается от задачи взаимодействия двух солитонов в одном световом поле, где решение удается найти в явном виде. Рассмотрим уравнение (8) для  $\mu \ll 1$ . При этом из уравнения (7) видно, что изменение разности фаз двух солитонов будет пропорционально  $\mu$ , следовательно в первом приближении по  $\mu$  можно положить  $\psi = \text{const}$ . Тогда задачу можно заменить эквивалентной задачей динамики движения одной частицы в поле нелиней-



Фазовый портрет уравнения (8) при  $\nu=1$ ,  $\mu=0$  для различных значений  $E$ : 1 -  $E=3.2 \cdot 10^{-4}$ , 2 -  $E=5 \cdot 10^{-5}$ , 3 -  $E=0$ , 4 -  $E=10^{-4}$ , 5 -  $E=3.2 \cdot 10^{-4}$  ( $a-\psi=0$ ,  $b-\psi=\pi$ ).

ного потенциала  $U(z)$ , соответствующий гамильтониан равен ( $z=2 \nu r$ )

$$H = E = \frac{\dot{z}^2}{2} + U(z), \quad U(z) = 32\varepsilon \nu^2 (1+z) \exp(-z) \cos \psi. \quad (9)$$

При изменении начальной разности фаз  $\psi$  от  $\pi$  до нуля потенциал „притяжения” сменяется потенциалом „отталкивания”. В первом случае солитоны в двух связанных световодах могут находиться в связанном состоянии, а в другом случае не могут. Это утверждение также подтверждается анализом фазового портрета уравнения (8) (см. рисунок). Как видно из рисунка, а ( $\psi=\pi$ ), связанное состояние двух солитонов в связанных световодах существует для  $E_0 < E < 0$ , где точка

$$E_0 = -32\varepsilon \nu^4 (\nu^2 - \mu^2) / (\nu^2 + \mu^2)^2 \quad (10)$$

соответствует центру.

При  $\psi=0$  нет связанных состояний солитонов для любых  $E$  (см. рисунок, б). Заметим, что при  $\mu \neq 0$  область существования связанных состояний сместится в сторону положительных  $E$ . При этом общая картина взаимодействия солитонов сохранится.

Было выполнено также численное моделирование динамики оптических солитонов в двух туннельно-связанных световодах. При выполнении расчетов варьировалась начальная разность фаз солитонов и константа связи волноводов  $\mathcal{E}$  в пределах  $\mathcal{E}=0,054 \pm 1,0$ , а амплитуды солитонов выбирались  $q_{1,2}^{(0)}=1$ . Оказалось, что при  $\psi=\pi$  существует связанное состояние вплоть до  $t=20$ . Этот результат совпадает с результатами, вытекающими из уравнения (9). Период осцилляций образовавшегося связанного состояния зависит от величины  $\mathcal{E}$  и порядка  $T_{\mathcal{E}} \sim \frac{1}{\mathcal{E}}$ . Максимальное расстояние между центрами солитонов  $\Delta \tau_{\max} \approx 0,5$ .

Оценим величину наблюдаемых эффектов. В ситуации, когда мы имеем два одномодовых световода, реальная величина коэффициента связи  $\mathcal{E} \sim 10^{-5}$ . Эксперименты типа выполненных Молленауэром [7] дают  $\nu \sim 1$ ,  $\mu \approx 0$ . Тогда связанные состояния существуют при  $r \lesssim 10$ .

Авторы признательны Р.М. Абрарову за помощь в проведении численных экспериментов.

#### Л и т е р а т у р а

- [1] А х м а н о в С.А., В ы с л о у х В.А., Ч и р к и н А.С. - УФН, 1986, т. 149, с. 449-510.
- [2] A n d e r s o n D., L i s a k M. - Opt. Lett., 1986, v. 11, N 3, p. 174-176.
- [3] М а й е р А.А. - Квантовая электроника, 1982, т. 9, с. 2296-2302.
- [4] М а й е р А.А. - Квантовая электроника, 1986, т. 13, № 7, с. 1360-1368.
- [5] К а р р т а н V.I., S o l o v ' e v V.V. - Physica, D, 1981, v. 3D, p. 596-603.
- [6] Г о р ш к о в К.А., О с т р о в с к и й Л.А. - Препринт ИПФАН СССР, Горький, 1981, № 12, 19 с.
- [7] M o l l e n a u e r L.F., S t o l e n R.H., G o r d o n J.P. - Phys. Rev. Lett., 1980, v. 45, N 13, p. 1095-1098.

Отдел теплофизики АН УзССР,  
Ташкент

Поступило в Редакцию  
30 июля 1987 г.  
В окончательной редакции  
с 5 января 1988 г.