

## Динамическая магнитная восприимчивость сверхпроводника с релаксирующим магнитным моментом

© В.В. Высоцкий

Институт металлофизики Академии наук Украины,  
252142 Киев, Украина

(Поступила в Редакцию 22 июля 1996 г.)

В рамках диффузионного приближения для динамики магнитного потока построена модель динамической магнитной восприимчивости сверхпроводника с неоднородным и нестационарным распределением магнитного поля в образце. Показана возможность возникновения нескольких пиков в температурной (или частотной) зависимости  $\chi''$  в структурно-однородном сверхпроводящем образце при наличии индуцированной магнитным полем неоднородности параметра диффузии. Предсказан характер и исследованы особенности временной эволюции магнитной восприимчивости в процессе релаксации магнитного момента образца.

Исследования динамической магнитной восприимчивости сверхпроводника, находящегося в смешанном состоянии, являются простым и весьма информативным методом изучения его свойств.

Существует ряд моделей [1–4] для определения величины динамической магнитной восприимчивости в смешанном состоянии

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial H} = \chi' + i\chi'',$$

из которых следует, что она в значительной степени зависит от фазового состояния и динамической системы вихрей Абрикосова. Поэтому измерения величин  $\chi'$  и  $\chi''$  дают информацию о состоянии ансамбля абрикосовских вихрей, природе и величине сил пиннинга, о роли различных механизмов диссипации в сверхпроводнике. Например, в состоянии так называемой "вихревой жидкости" [5] положение температурного максимума диссипативной компоненты восприимчивости  $\chi''(T)$  в режиме термоактивированного течения потока (ТАФФ) позволяет найти линию необратимости  $T_{irr}(H)$ , на которой тепловое движение вихрей размывает потенциал пиннинга настолько, что движение вихрей теряет термоактивированный характер [1]. Изучение структуры этого максимума дает возможность делать выводы о степени однородности и наличии макроскопических дефектов в сверхпроводнике.

Традиционно такие исследования проводятся в постоянном магнитном поле. При этом динамические параметры системы вихрей считаются неизменными в пределах однородного сверхпроводника. Однако известно [6,7], что установление однородного распределения магнитного поля даже в ВТСП происходит за время, существенно превышающее длительность эксперимента. Поэтому представляет интерес исследование динамической магнитной восприимчивости в том случае, когда в сверхпроводнике имеет место неоднородное, эволюционирующее во времени распределение токов и полей. В настоящей работе рассматривается модель динамической восприимчивости при таких условиях, а также ее возможные проявления в эксперименте.

Мы ограничимся рассмотрением этой задачи для случая так называемой "вихревой жидкости", характеризующейся линейным откликом системы вихрей на малое возмущающее воздействие [1,2]. Известно, что состояние "вихревой жидкости" для ВТСП в смешанном состоянии наблюдается в широкой области  $(H, T)$ -диаграммы (выше "линии необратимости"), особенно, в квазидвумерных соединениях типа Bi–Sr–Ca–Cu–O и т.п. [5].

Рассмотрение задачи приведем с использованием диффузионного приближения [1,2], в котором учитывается только вклад движения вихрей в динамическую магнитную восприимчивость. Применимость диффузионной модели для описания экспериментов по изучению динамической магнитной восприимчивости в ВТСП-материалах в фазе вихревой жидкости была показана в [8–10]. Отметим, что более полные модели динамической магнитной восприимчивости (например, в [3]) дают аналогичные результаты в анализируемом случае больших полей  $H \gg H_{c1}$  и низких частот.

Рассмотрим типичную постановку опыта по измерению динамической магнитной восприимчивости в стационарных условиях. Пусть плоский образец помещен в параллельное поверхности внешнее поле  $H$ . Динамика магнитного поля внутри образца в рассматриваемом случае линейного отклика описывается диффузионным уравнением [1,2]

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial B}{\partial x} \right), \quad (1)$$

где коэффициент диффузии  $D = c^2/4\pi\rho_v$ ,  $\rho_v$  — удельное линейное сопротивление, обусловленное движением вихрей, которое в зависимости от условий эксперимента может принимать существенно различные значения. В режиме ТАФФ  $\rho_v = \rho_{ТАФФ} \approx \rho_0 \exp(-U(T, B)/kT)$ , где  $U(T, B)$  — энергия активации вихрей, закрепленных на центрах пиннинга; в режиме вязкого течения потока (модель Бардина–Стивена)  $\rho_v = \rho_{FF} \approx \alpha\rho_n B/B_{c2}$  (коэффициент  $\alpha \approx 1$ ,  $\rho_n$  — удельное сопротивление нормального металла).

В случае когда внешнее поле состоит из двух параллельных компонент — большой постоянной и малой

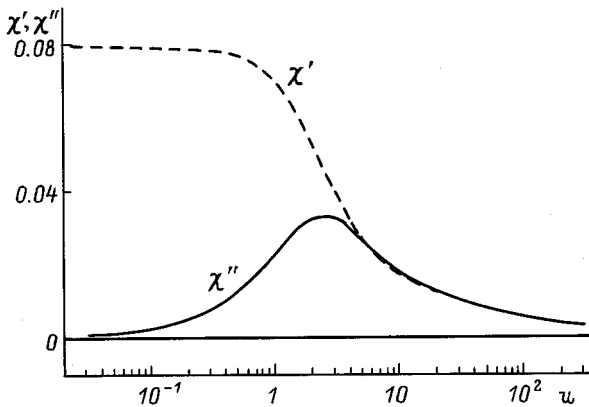


Рис. 1. Динамическая магнитная восприимчивость однородного образца.

переменной

$$H = H_0 + \delta h(t), \quad \delta h = h \exp(i\omega t), \quad h \ll H_0,$$

релаксация полей и токов в образце отсутствует, а поле внутри образца является почти однородным

$$B = B_0 + \delta b(x, t), \quad \delta b \ll B_0.$$

При этих условиях уравнение (1) линеаризуется относительно переменной компоненты. Если искать вынужденное решение в виде

$$\delta b(x, t) = b(x) h \exp(i\omega t) \quad (2)$$

с соответствующими краевыми условиями  $b'(0) = 0$ ,  $b(1) = 1$ , из (1) получим уравнение

$$i\omega b(x) = D(B_0) \frac{d^2 b}{dx^2}. \quad (3)$$

При этом динамическая восприимчивость, вычисляемая по формуле

$$\chi = \chi' + i\chi'' = \frac{1}{4\pi l} \int_0^l b(x) dx,$$

следующим образом выражается через безразмерный параметр  $u$  [1,2]:

$$\chi = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi(i+1)u} \operatorname{th} \frac{\sqrt{2}}{2}(i+1)u, \quad u = l\sqrt{\frac{\omega}{D}},$$

который равен отношению полуширины образца  $l$  к характерной длине диффузии  $(D/\omega)^{1/2}$ . Зависимости от  $u$  действительной и мнимой компонент  $\chi$  показаны на рис. 1. Максимум  $\chi''$  соответствует значению параметра  $u \approx 2.53$ . Таким образом, измеряя положение этого максимума и зная вид зависимости  $D(B)$ , можно вычислить энергию пиннинга и другие параметры сверхпроводника [1].

В целом ряде экспериментов при фиксированных значениях  $H$  получены температурные зависимости

$\chi''(H, T)$ , на которых наблюдалось несколько пиков (например, [11–13]). Их наличие связывалось с естественной (структурной) неоднородностью образца, состоящего из зерен, границы которых являются каналами легкого проникновения для магнитного поля, или с анизотропией коэффициента диффузии [2,11,12]. Поэтому считалось, что подобный эффект невозможен в структурно-однородных образцах.

Далее впервые будет показано, что появление многопиковой зависимости  $\chi''$  может быть также вызвано явлением индуцированной (динамической) неоднородности образца, связанной с нелинейностью процесса диффузии вихрей, и, следовательно, иметь место и в полностью однородных сверхпроводниках. Для этого построим модель динамической восприимчивости при наличии релаксирующего неоднородного распределения полей и токов.

Обычная постановка эксперимента по исследованию релаксации магнитного момента сверхпроводника [6] состоит в том, что внешнее поле в течение длительного времени вплоть до начала измерений изменяется с постоянной скоростью  $H(t < 0) = H_0 + \dot{H}_0 t$ , а в момент  $t = 0$  фиксируется на значении  $H = H_0$ . Такая процедура магнитной накачки создает неоднородное начальное распределение магнитного поля, которое со временем релаксирует.

Ограничимся рассмотрением случая однородной и изотропной сверхпроводящей пластины в параллельном поле  $H_0$  ( $H_{c1} \ll H_0 \ll H_{c2}$ ). Релаксационные процессы в этом случае могут быть описаны, исходя из уравнений Максвелла для макроскопических полей

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x} &= \frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}, \\ \frac{\partial B}{\partial x} &= \frac{4\pi}{c} j, \end{aligned} \quad (4)$$

дополненных материальным уравнением, в качестве которого выберем вольт-амперную характеристику (ВАХ)

$$j = j(E). \quad (5)$$

Исключая одно из полей  $B$ ,  $E$  из (4), получим для другого поля уравнение диффузионного типа. Например, для напряженности электрического поля получаем [7]

$$\frac{\partial E}{\partial t} = D(E) \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}, \quad (6)$$

где коэффициент диффузии в общем случае нелинейно зависит от  $E$

$$D(E) = \frac{c^2}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial j}. \quad (7)$$

Уравнение (6) должно быть дополнено начальными и граничными условиями, вытекающими из рассматриваемой постановки эксперимента [4,5]:

$$\begin{aligned} t = 0, \quad E(x, 0) &= \frac{\dot{H}_0}{c} x, \\ t > 0, \quad \left. \frac{\partial E}{\partial x} \right|_{x=l} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Результаты решения такой релаксационной задачи для разных видов нелинейности  $E(j)$  и сравнение с результатами экспериментов приведены в [4,5].

Для оценки влияния нелинейности на динамическую магнитную восприимчивость рассмотрим простейшую модель нелинейной ВАХ, состоящую из двух линейных участков. Такой вид ВАХ соответствует реальной характеристике образца в состоянии вихревой жидкости с линейными участками как при токах выше критического (с  $\rho - \rho_{FF}$ ), так и вблизи нуля, где  $\rho = \rho_{ТАFF}$ .

Для решения задачи о динамической магнитной восприимчивости нам необходимо знать закон распределения коэффициента диффузии  $D(E(x, t))$  внутри образца. При этом зависимость  $D(E)$  для определенной выше модельной ВАХ имеет вид ступеньки (см. далее). Если в начальный момент релаксации распределение электрического поля таково, что на краю образца оно превышает критическое значение  $E_c(j_c)$ , то в образце формируются внутренняя и внешняя области с различными значениями коэффициента диффузии. Возникает индуцированная магнитной накачкой неоднородность образца. Поскольку во внешней области, где текут токи выше критического, движение вихрей ускоряется по сравнению с внутренней частью образца, систему вихрей в этой области можно условно назвать "расплавленной", а сам эффект — динамическим плавлением вихревой решетки.

С течением времени значения  $E$  в целом по образцу убывают, и динамически расплавленная область занимает все меньший объем. В рассматриваемой геометрии граница области динамического плавления смещается к краю образца и в конце концов покидает его. После этого образец перестает быть неоднородным. Рассмотрим эволюцию магнитной восприимчивости от начального момента до исчезновения границы области динамического плавления.

Как и в однородном случае, предполагаем, что на внешнее поле  $H$  наложена малая переменная компонента с амплитудой  $h$

$$H = H(t) + h \exp(i\omega t), \quad h \ll H.$$

Аналогично предыдущему случаю считаем, что изменение поля внутри образца под влиянием переменной компоненты мало

$$B = B(x, t) + \delta b(x, t), \quad \delta b \ll B, \tag{9}$$

$$E = E(x, t) + \delta e(x, t), \quad \delta e \ll E \tag{10}$$

и выполняются условия адиабатичности

$$\omega \gg \frac{\partial B(x, t) / \partial t}{B(x, t)}, \quad \frac{\partial E(x, t) / \partial t}{E(x, t)}.$$

Будем искать решение для переменной компоненты магнитного поля в виде (2). Подставляя (10) в систему уравнений (4), исключаем  $E(x, t)$  и  $B(x, t)$ . Получаем уравнение

$$i\omega b(x) = \frac{d}{dx} \left( D(E(x, t)) \frac{db(x)}{dx} \right). \tag{11}$$

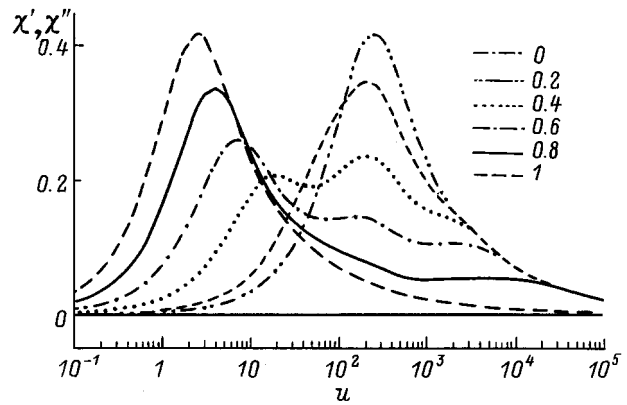


Рис. 2. Динамическая магнитная восприимчивость образца с индуцированной неоднородностью. Значения  $\delta$  приведены на рисунке.

Будем считать известным положение границы динамического плавления  $d(t)$ , полученное путем решения уравнения (6) с соответствующими условиями (8). В каждой из областей образца, разделенных этой границей, значение коэффициента диффузии постоянно

$$D = \begin{cases} D_2, & d < x < l, \\ D_1, & 0 < x < d, \end{cases} \quad D_2 > D_1. \tag{12}$$

При этом уравнение (11) сводится к двум линейным задачам с сопряжением решений на границе динамического плавления

$$\begin{aligned} 0 < x < d, & \quad b_1'' - (i\omega/D_1)b_1 = 0, \quad b_1'|_0 = 0, \\ d < x < l, & \quad b_2'' - (i\omega/D_2)b_2 = 0, \quad b_2'|_l = 1, \\ & \quad b_1|_d = b_2|_d. \end{aligned} \tag{13}$$

В результате легко находится выражение для магнитной восприимчивости в виде

$$\begin{aligned} \chi = & \frac{1}{4\pi\sqrt{i}u} \operatorname{th}(\delta\sqrt{i}u) \frac{\operatorname{ch}(\delta n\sqrt{i}u)}{\operatorname{ch}(n\sqrt{i}u)} \\ & + \frac{1}{4\pi n\sqrt{i}u} \frac{\operatorname{sh}(n\sqrt{i}u) - \operatorname{sh}(\delta n\sqrt{i}u)}{\operatorname{ch}(n\sqrt{i}u)}, \end{aligned} \tag{14}$$

где  $u = l\sqrt{\omega/D_1}$  — безразмерный параметр, равный отношению полуширины образца к характерной длине диффузии во внутренней области,  $\delta = d/l$  — доля объема образца, занятая внутренней областью,  $n = \sqrt{D_1/D_2} = \sqrt{\rho_{FF}/\rho_{ТАFF}}$  — коэффициент, характеризующий нелинейность ВАХ сверхпроводника.

Семейство зависимостей  $\chi''(u)$  при разных значениях  $\delta$  приведено на рис. 2. Видно, что при крайних значениях  $\delta = 0$  и 1 характеристики совпадают с результатом, полученным для однородного образца (с соответствующим сдвигом по шкале  $u$ ). Действительно, в этих случаях

система вихрей либо полностью "расплавлена", либо полностью "конденсирована".

Однако при промежуточных значениях, когда образец является неоднородным, характеристика имеет два или даже три пика, положение и относительная высота которых изменяются во времени. Такой результат является непосредственным следствием индуцированной (динамической) неоднородности образца, характеризующейся наличием областей с существенно отличающимися значениями коэффициента диффузии вихрей. Подобная неоднородность вполне может возникнуть в ходе эксперимента и длительное время сохраняться, определяя многопиковый характер зависимости  $\chi''(H, T)$  и в полностью однородных сверхпроводниках.

Проведем качественный анализ задачи о временной эволюции динамической магнитной восприимчивости. Нас в первую очередь интересует положение релаксационного максимума, которое определяется соотношением

$$l\sqrt{\frac{\omega}{\bar{D}}} = \alpha,$$

где  $\bar{D}$  — средний по образцу коэффициент диффузии, изменяющийся во времени,  $\alpha$  — число порядка единицы.

При очень больших временах, когда распределение магнитного поля приближается к однородному, а токи полностью затухают, значение  $\bar{D}$ , согласно рассматриваемой модели, будет определяться выражением

$$\bar{D}(t \rightarrow \infty) = \frac{c^2}{4\pi} \left. \frac{\partial E}{\partial j} \right|_{j=0}.$$

Очевидно, что это значение должно совпадать с величиной  $D$ , получаемой из модели TAFF. Понятно, что и зависимости  $\chi'$ ,  $\chi''(H, T, \omega)$  при  $t \rightarrow \infty$  также должны совпадать с аналогичными зависимостями для однородного случая, а точка максимума — лежать на линии необратимости.

Однако начальное состояние образца может существенно отличаться от однородного, так как в начале эксперимента (после окончания процесса накачки) средний коэффициент диффузии  $\bar{D}(t = 0) \equiv D_0(H, T, H_0)$  может оказаться намного большим, чем соответствующий коэффициент  $\bar{D}(t \rightarrow \infty) \equiv D_h(H, T)$  для однородного случая. В ходе релаксации средний коэффициент диффузии уменьшается, и при прочих равных параметрах положение релаксационного максимума сдвигается в область меньших частот.

Пусть в эксперименте частота пробного поля  $\omega$  фиксирована, а исследование проводится при различных полях  $H$  и температурах  $T$ . Найдем такие точки на  $(H, T)$ -диаграмме, в которых условие резонансного максимума выполняется в начальный момент  $t = 0$  и при  $t \rightarrow \infty$ . Положение этих точек определяется соотношениями

$$l\sqrt{\frac{\omega}{D_0}} = \alpha_0, \quad l\sqrt{\frac{\omega}{D_h}} = \alpha_h \approx 2.53,$$

задающими две линии на  $(H, T)$ -диаграмме (рис. 3). Вторая из них — упоминавшаяся выше линия необратимости  $T_{irr}(H)$ , которая при указанных условиях эксперимента зависит только от свойств и геометрии сверхпроводника. В отличие от этого положением первой (обозначим ее  $T_0(H, H_0)$ ) можно легко управлять, изменяя скорость магнитной накачки  $H_0$ .

Рассмотрим возможный ход временной эволюции  $\chi''(t)$  при различных значениях температуры  $T$  и таком фиксированном внешнем поле  $H_0$ , для которого соответствующая горизонтальная прямая пересекает обе линии максимума  $\chi''$  (рис. 3).

При температуре  $T$  ниже  $T_0$  начальная частота релаксационного максимума будет меньше  $\omega$ . С течением времени, как указано выше, эта частота будет уменьшаться. При этом  $\chi''$  также будет монотонно уменьшаться от некоторого начального значения. При температуре  $T = T_0$  это начальное значение достигнет максимума.

При дальнейшем повышении температуры (в диапазоне  $T_0 < T < T_{irr}$ ) начальная частота максимума окажется больше  $\omega$ , а конечная — меньше. В результате этого в ходе временной эволюции значение  $\chi''$  после некоторого периода релаксации будет проходить через максимум.

Этот период будет увеличиваться с ростом температуры. При  $T = T_{irr}$  момент наступления максимума стремится к бесконечности.

При еще более высоких температурах и начальная, и окончательная частоты максимума будут больше  $\omega$ . При этом  $\chi''$  будет монотонно повышаться до некоторого значения меньше максимума.

Семейство зависимостей  $\chi''(t)$ , иллюстрирующее результаты проведенного качественного анализа, показано на рис. 3.

Обнаруженные закономерности позволяют предложить новый метод исследования динамических свойств сверхпроводника, заключающийся в изучении зависимости  $\chi''(t)$  в сверхпроводнике с релаксирующим магнитным моментом. Как и традиционные эксперименты по

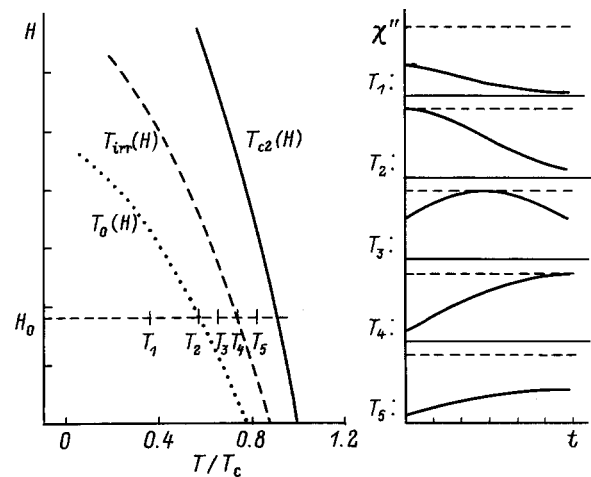


Рис. 3. Временная эволюция восприимчивости в разных точках диаграммы состояния сверхпроводника.

измерению  $\chi''(T)$  в случае однородного распределения магнитного поля в сверхпроводнике и исследованию релаксации интегрального магнитного момента  $M(t)$ , этот метод прост в реализации. В то же время он может дать дополнительную информацию о параметрах релаксации и других характеристиках.

В заключение автор хотел бы поблагодарить А.Л. Касаткина за помощь в подготовке статьи для публикации.

Работа частично поддерживалась Международной соросовской программой поддержки образования в области точных наук (грант № GSU052027).

## Список литературы

- [1] P.H. Kes, J. Aarts, J. van den Berg, C.J. van der Beek, J.A. Mydosh. *Supercond. Sci. Technol.* **1**, 242 (1989).
- [2] E.H. Brandt. *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2219 (1991); **68**, 3769 (1992).
- [3] M.W. Coffey, J.R. Clem. *Phys. Rev.* **B 45**, 9872 (1992).
- [4] C.J. van der Beek, V.B. Geshkenbein, V.M. Vinokur. *Phys. Rev.* **B 48**, 3393 (1993).
- [5] G. Blatter, M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, V.M. Vinokur. *Rev. Mod. Phys.* **66**, 1125 (1994).
- [6] A. Gurevich, H. K pfer, B. Runtsch, R. Meier-Hirmer, D. Lee, K. Salama. *Phys. Rev.* **B 44**, 12090 (1993).
- [7] A. Gurevich, H. K pfer. *Phys. Rev.* **B 48**, 6477 (1993).
- [8] C.J. van der Beek, M. Essers, P.H. Kes, M.J.V. Menken, A.A. Menovsky. *Supercond. Sci. Technol.* **5**, 260 (1992).
- [9] Ph. Seng, R. Cross, U. Baier, M. Rupp, D. Koelle, R.P. Huebener, P. Schmitt, G. Saemann-Ischenko, L. Schultz. *Physica C* **192**, 403 (1992).
- [10] S. Samarappuli, A. Schilling, M.A. Chernikov, H.R. Ott, Th. Wolf. *Physica C* **201**, 159 (1992).
- [11] C. Durán, J. Yazzi, F. de la Cruz, D.J. Bishop, D.B. Mitzi, A. Kapitulnik. *Supercond. Sci. Technol.* **5**, 639 (1992).
- [12] L. Krusin-Elbaum, L. Civale, T.K. Worthington, F. Holtzberg. *Prog. High Temp. Supercond.* **30**, 62 (1991).
- [13] V.G. Prokhorov, G.G. Kaminsky, Ya. A. Petrukhno, A.L. Kasatkin, M.A. Kuznetsov, V.M. Pan. *Cryogenics* **33**, 514 (1993).