01;05.1

Поля напряжений у границы клиновидного двойника

© *В.С. Савенко, О.М. Остриков*

Мозырский государственный педагогический институт

Поступило в Редакцию 28 ноября 1996 г.
В окончательной редакции 17 мая 1997 г.

Предложена модель расчета полей напряжений у границы клиновидного двойника, позволяющая учитывать степень ее когерентности. Показано, что поля напряжений экспоненциально убывают при удалении от двойниковой границы.

В работе [1] при рассмотрении взаимодействия дислокаций с клиновидным двойником последний представлялся бесконечно тонким по сравнению с его размерами и расстоянием между ним и дислокациями. При этом он моделировался в виде дислокационной стенки. Данная модель позволяет достаточно хорошо рассчитывать поля напряжений на больших расстояниях от двойника. При расчете же полей напряжений в непосредственной близости к двойнику модель дислокационной стенки приводит к значительным погрешностям [2–3], для избежания которых двойниковую границу необходимо моделировать в виде такого скопления дислокаций, которое позволяло бы учитывать особенности ее дислокационного строения. Этим условиям удовлетворяет предлагаемая нами модель, согласно которой двойниковую границу можно представить в виде дислокационной лестницы, т. е. такого скопления краевых дислокаций, при котором каждая дислокация располагается по отношению к другим так, что вся их совокупность образует бесконечное число ступеней, располагающихся вдоль некоторой прямой (рис. 1).

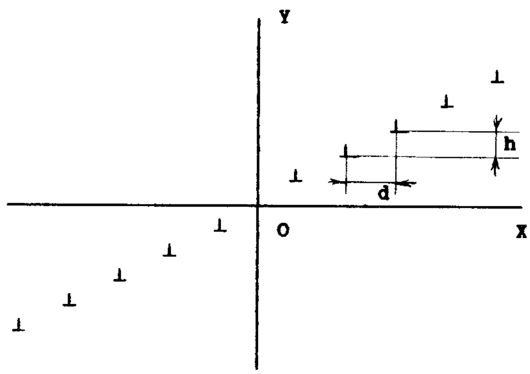

Рис. 1. Вид двойниковой границы.

При этом векторы Бюргерса всех дислокаций направлены вдоль оси OX в одном направлении. Компоненты тензора напряжений, созданных такимскоплением дислокаций в изотропной среде, задаются выражениями:

$$\sigma_{xx} = -hA \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(n+q)[3d^2(n+p)^2 + h^2(n+q)^2]}{[d^2(n+p)^2 + h^2(n+q)^2]^2},$$

$$\sigma_{yy} = hA \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(n+q)[d^2(n+p)^2 - h^2(n+q)^2]}{[d^2(n+p)^2 + h^2(n+q)^2]^2}, \tag{1}$$

$$\sigma_{xy} = dA \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(n+p)[d^2(n+p)^2 - h^2(n+q)^2]}{[d^2(n+p)^2 + h^2(n+q)^2]^2},$$

где n — номер дислокации.

В формуле (1) введены обозначения

$$A = \frac{bG}{2\pi(1-\nu)}, \quad p = \frac{x}{d}, \quad q = \frac{y}{h}. \tag{2}$$

Здесь b — вектор Бюргерса, G – модуль сдвига, ν — коэффициент Пуассона, d и h — величины проекций соответственно на ось OX и OY отрезка, соединяющего соседние дислокации (рис. 1). Компоненты вектора Бюргерса, очевидно, равны $b_x = b$, $b_y = 0$, $b_z = 0$. С помощью теории рядов Фурье [4] суммы (1) можно привести к виду

$$\sigma_{xx} = -\frac{hA}{d^2+h^2}\left(\zeta_1 I_2 + \xi_1 \frac{\partial I_1}{\partial q} + \gamma_1 \frac{\partial J}{\partial q}\right),$$

$$\sigma_{yy} = \frac{hA}{d^2+h^2}\left(\zeta_2 I_2 + \xi_2 \frac{\partial I_1}{\partial q} + \gamma_2 \frac{\partial J}{\partial q}\right), \tag{3}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{dA}{d^2+h^2}\left(\zeta_3 I_1 + \xi_3 \frac{\partial I_2}{\partial p} + \gamma_3 \frac{\partial J}{\partial p}\right).$$

При этом

$$\zeta_1 = 3d^2 + h^2, \quad \zeta_1 = \zeta_2 = 2d^2(q-p), \quad \gamma_1 = \gamma_2 = -2d^2 q(q-p),$$

$$\zeta_2 = \zeta_3 = d^2 - h^2, \quad \xi_3 = 2h^2(q-p), \quad \gamma_3 = h^2(p^2+q^2),$$

$$I_1 = \frac{\pi}{d(d^2+h^2)} \frac{d \sin\alpha + h \operatorname{sh}\beta}{\operatorname{ch}\beta - \cos\alpha},$$

$$I_2 = \frac{\pi}{h(d^2+h^2)} \frac{h \sin\alpha - d \operatorname{sh}\beta}{\operatorname{ch}\beta - \cos\alpha},$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial q} = \frac{2\pi^2 h}{d(d^2+h^2)} \frac{\sin\alpha \operatorname{sh}\beta}{(\operatorname{ch}\beta - \cos\alpha)^2},$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial p} = \frac{d^2}{h^2}\frac{\partial I_1}{\partial q},$$

$$\frac{\partial J}{\partial q} = \frac{\pi}{dh(q-p)^2} \frac{\operatorname{sh}\beta}{\operatorname{ch}\beta - \cos\alpha} - \frac{2\pi^2}{d(d^2+h^2)(q-p)} \frac{d(1-\operatorname{ch}\beta\cos\alpha) - h\operatorname{sh}\beta\sin\alpha}{(\operatorname{ch}\beta-\cos\alpha)^2},$$

$$\frac{\partial J}{\partial p} = -\frac{\pi}{dh(q-p)^2} \frac{\operatorname{sh}\beta}{\operatorname{ch}\beta - \cos\alpha} + \frac{2\pi^2}{h(d^2+h^2)(q-p)} \frac{h(1+\operatorname{ch}\beta\cos\alpha) + d\operatorname{sh}\beta\sin\alpha}{(\operatorname{ch}\beta-\cos\alpha)^2}$$

В данных функциях введены обозначения:

$$\alpha = 2\pi \frac{d^2 p + h^2 q}{d^2 + h^2}, \quad \beta = 2\pi \frac{dh(q-p)}{d^2 + h^2}.$$

Для компьютерной обработки полученных результатов удобно пользоваться отношением σ_{ij}/A, которое не несет в себе особого физического смысла, однако при расчетах позволяет не учитывать численность значения констатны A, в то время как конфигурация кривых зависимостей σ_{ij}/A и σ_{ij} от p и q практически идентична.

На рис. 2 схематически представлены зависимости σ_{ij}/A от p и q, где d и h приняты равными одной единице. Из данных зависимостей видно, что напряжения максимальны у двойниковой границы, лежащей в плоскости pOq и проходящей через начало координат под углом 45° (так как d и h равны) к оси Op. С удалением от границы поля напряжений экспоненциально убывают.

Конфигурация полей нормальных напряжений, созданных вдоль оси OX (рис. $2, a$), напоминает вид тех же полей напряжений, но созданных вокруг единичной дислокации. такое сходство уже наблюдалось [3], но в случае рассмотрения дислокационной стенки. На рис. $2, b$, где показана зависимость σ_{yy}/A от p и q, отчетливо наблюдается экспоненциальный спад напряжений при удалении от двойникующих дислокаций, т. е. частичных дислокаций, составляющих рассматриваемую нами двойниковую границу. Различие нормальных напряжений σ_{xx} и σ_{yy} объясняется тем, что рассматриваемая двойниковая граница состоит из дислокаций одного знака, создающих во взаимно перпендикулярных направлениях разные напряжения. Вид скалывающих напряжений (рис. $2, c$) показывает их быстрое спадание при удалении от скопления дислокаций, моделирующего двойниковую границу.

Предлагаемая модель для расчета полей напряжений у двойниковой границы по сравнению с ранее рассматриваемой в работе [1] моделью имеет некоторые преимущества. Она позволяет учитывать степень когерентности двойниковой границы, задаваемой соотношением HL, где L — длина двойника, H — его ширина у устья. Данные величины пропорциональны d и h:

$$\frac{H}{L} = \frac{h}{2d}. \tag{4}$$

Определив угол раствора клиновидного двойника α (здесь $\alpha = \mathrm{arctg}(H/L)$), из соотношения (4) можно найти связь между

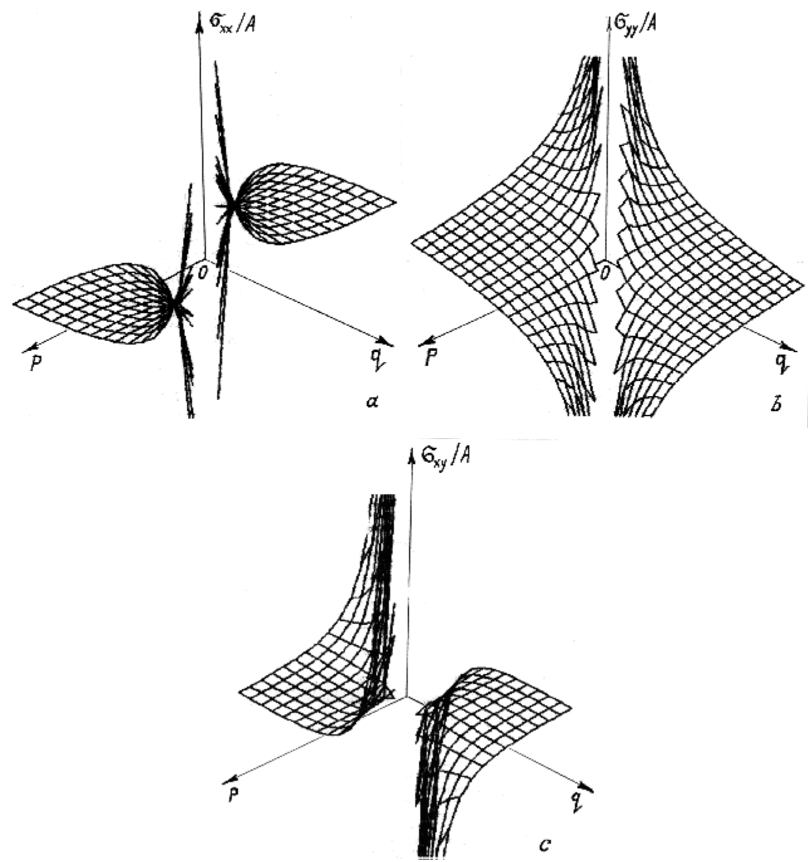

Рис. 2. Зависимость величины σ_{ij}/A от p и q: a — σ_{xx}/A; b — σ_{yy}/A; c — σ_{xy}/A.

параметрами d и h, характеризующими взаимное расположение двойникующих дислокаций, и наблюдаемыми в эксперименте величинами L и H. Это дает возможность применения формулы (3) для определения напряжений у границ исследуемых двойников, что не позволяет сделать модель, предложенную в [1], так как она оперирует только одним параметром h, определяющим расстояние между дислокациями и не имеющими связи с наблюдаемыми в ходе экперимента величинами.

Список литературы

[1] *Башмаков В.И., Босин М.Е., Бродский М.М.* // Изв. вузов. Сер. Физика. 1974. № 2. С. 110–115.
[2] *Хирт Дж., Лоте И.* Теория дислокаций. М.: Атомиздат, 1972. 600 с.
[3] *Предводителев А.А., Тяпунина Н.А., Зиненкова Г.М., Бушуев Г.В.* Физика кристаллов с дефектами. М.: Изд-во МГУ, 1986. 246 с.
[4] *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981. 800 с.