

01;09

## Взаимодействие колебаний в автостохастической системе

© Э.В. Кальянов

Институт радиотехники и электроники РАН,  
141120 Фрязино, Московская область, Россия

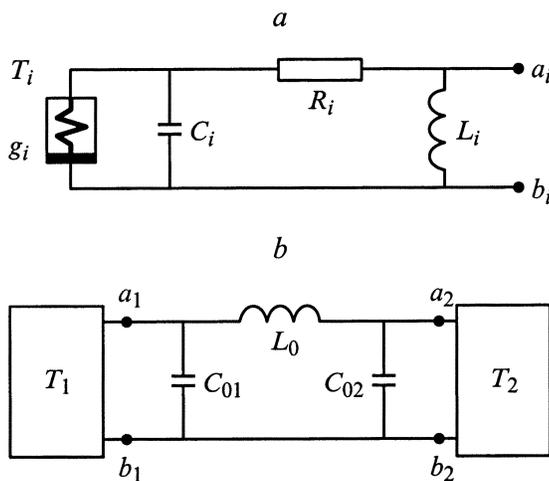
(Поступило в Редакцию 16 февраля 2000 г.)

Рассмотрена система, состоящая из двух ждущих триггеров, соединенных между собой фильтром нижних частот. Показано, что такая система является автостохастической. Получены уравнения движения и проведен численный анализ взаимодействия хаотических колебаний. Приведены результаты исследования экспериментального макета.

Широкое использование триггеров и продвижение их диапазона работы в область высоких и сверхвысоких частот делают актуальным исследование работы связанных триггеров при различных типах связи. Это определяется тем, что при повышении рабочих частот в ансамблях триггеров могут образовываться паразитные связи, приводящие к сложным эффектам. Как показано в [1], в относительно простой системе, состоящей из двух триггеров, могут возбуждаться хаотические колебания при обеспечении емкостной связи между триггерами. В настоящей работе рассматриваются хаотические колебательные процессы и их взаимодействие в системе, состоящей из двух триггеров, соединенных через фильтр нижних частот.

Исследуемая схема связанных триггеров поясняется рис. 1, *a, b*. Каждый парциальный *i*-й триггер  $T_i$  ( $i = 1, 2$ ) содержит индуктивность  $L_i$ , сопротивление  $R_i$ , емкость  $C_i$  и нелинейный элемент  $g_i$  (рис. 1, *a*). Индуктивность  $L_0$  с емкостями  $C_{01}$  и  $C_{02}$  образует фильтр нижних частот, подключенный между точками  $a_i$  и  $b_i$  триггеров (рис. 1, *b*).

Триггеры  $T_1$ , как известно [2], являются ждущими устройствами, при этом каждый из них обладает дву-



**Рис. 1.** Схема двух триггеров, связанных через фильтр нижних частот: *a* — принципиальная схема *i*-го триггера, *b* — схема соединения двух триггеров.

мя устойчивыми состояниями. Однако в рассматриваемом варианте соединения триггеров система может стать автоколебательной с двумя бассейнами притяжения. Действительно, триггеры  $T_1$  и  $T_2$  совместно с емкостями фильтра  $C_{01}$  и  $C_{02}$  соответственно образуют автостохастические подсистемы — цепи Чуа [3]. Поэтому схему на рис. 1 можно также рассматривать как два парциальных генератора с хаотической динамикой, колебательные контуры которых соединены через индуктивность. Последняя при идентичных триггерах может влиять на процесс взаимодействия возбуждающих колебаний аналогично наблюдающемуся в резистивно связанных идентичных генераторах Чуа [4]. Большую практическую значимость, однако, имеет исследование автостохастических систем с идентичными подсистемами. Это обусловлено спецификой систем с хаотическим поведением. Последняя проявляется в сильной зависимости колебаний от начальных условий и параметров: на практике создание идентичных систем с хаотической динамикой весьма проблематично.

Нормированные уравнения рассматриваемой схемы при произвольных параметрах триггеров имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= y_1 - x_1 - h_1(x_1), \\ \dot{y} &= (x_1 - y_1 + z_1 - u)\alpha_1^{-1}, \\ \dot{z}_1 &= -(\beta_1/\alpha_1)y_1, \\ \dot{x}_2 &= \gamma_R(\alpha_2/\alpha_1)[y_2 - x_2 - h_2(x_2)], \\ \dot{y}_2 &= (\alpha_0/\alpha_1)[\gamma_R(x_2 - y_2 + z_2) + u], \\ \dot{z}_2 &= -(\beta_2/\alpha_1\gamma_R)y_2, \\ \dot{u} &= (\beta_0/\alpha_1)(y_1 - y_2). \end{aligned} \quad (1)$$

Переменные  $x_i$  и  $y_i$  в этих уравнениях отображают изменение напряжений на конденсаторах  $C_i$  и  $C_{0i}$  соответственно, а переменные  $z_i$  и  $u$  — изменение тока индуктивностей  $L_i$  и  $L_0$ . Точкой обозначено дифференцирование по безразмерному времени  $t$ . При этом постоянные коэффициенты выражаются следующим образом через элементы схемы:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= C_{01}/C_i, \quad \alpha_0 = C_{01}/C_{02}, \quad \beta_i = C_{01}/L_i G_i^2, \\ \beta_0 &= C_{01}/L_0 G_1^2, \quad \gamma_R = G_2/G_1, \quad G_i = 1/R_i, \end{aligned}$$

Нелинейность  $h_i(x_i)$  активных элементов  $g_i$  может быть аппроксимирована различными соотношениями. В настоящей работе используется аппроксимация нелинейности с помощью гиперболического тангенса

$$h_i(x_i) = -\delta_i \operatorname{th}(x_i), \quad (2)$$

где  $\delta_i$  — постоянные величины.

Система нелинейных дифференциальных уравнений (1), (2) может быть решена только численными методами. Численный анализ проводился как для случая идентичных, так и для случая неидентичных триггеров. При идентичных триггерах фиксированные параметры имели следующие значения:  $\alpha_1 = \alpha_2 = 10$ ,  $\alpha_0 = \gamma_R = 1$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 15$ ,  $\delta_1 = \delta_2 = 1.5$ . Параметр  $\beta_0$ , который можно назвать параметром связи, изменялся в широких пределах. При анализе неидентичных триггеров полагалось, что  $\beta_2 = 14$ ; значения остальных фиксированных параметров — прежние.

Выяснено, что хаотические колебания возбуждаются как при идентичных, так и при неидентичных триггерах. В обоих случаях при выбранных параметрах колебания  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  имеют хаотические аттракторы типа "двойной завиток", которые характерны для цепей Чуа. В случае неидентичных триггеров взаимодействие возбуждающихся хаотических колебаний, естественно, сложнее.

При неидентичных триггерах колебательные процессы  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  при отсутствии связи, а также при слабой связи различаются между собой независимо от начальных условий. В соответствии с этим существуют четыре области "сгущения" траекторий движения изображающей точки с произвольной ориентацией движений в этих сгущениях. По мере увеличения параметра связи проявляется эффект взаимной синхронизации контурных колебаний. В этом случае проекции траекторий движения изображающей точки в областях их сгущений ориентированы в направлении, параллельном множеству  $x_1 = x_2$ . Однако еще сохраняются четыре области из сгущений, что свидетельствует о несинхронности переключений триггеров. При полной синхронизации хаотических колебаний  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  эти колебания одновременно находятся в одном из двух бассейнов притяжения (положительном или отрицательном). В отличие от случая идентичных систем проекция траектории движения изображающей точки располагается не на множестве  $x_1 = x_2$ , а лишь вблизи этого множества.

Физический эксперимент проводился на макете, собранном по схеме рис. 1 при следующих величинах линейных элементов парциальных подсистем:  $R_1 = R_2 = 0.4 \text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = C_2 = 6 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $L_1 = 17 \text{ mH}$ ,  $L_2 = 18 \text{ mH}$ ,  $C_{01} = C_{02} = 4.7 \text{ }\mu\text{F}$ . Нелинейные элементы  $g_i$  выполнены при использовании операционных усилителей на микросхемах типа LM324N.

Характерные результаты численного анализа системы связанных триггеров и натурного эксперимента при неидентичных триггерах иллюстрируются рис. 2. На

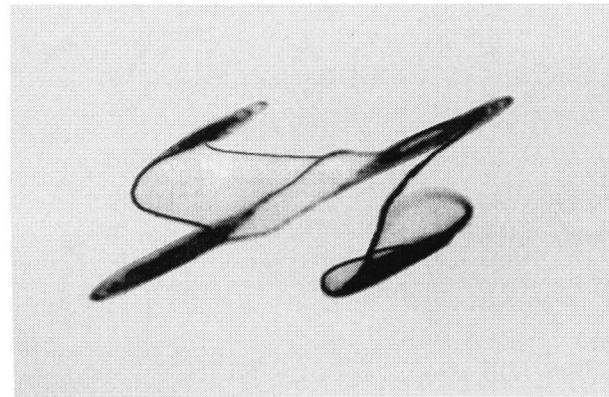
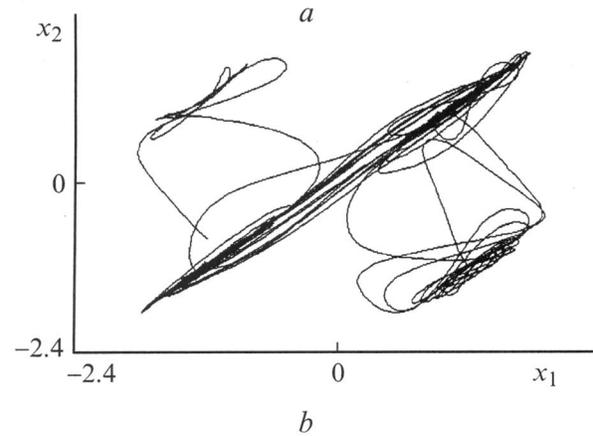


Рис. 2. Траектории движения изображающей точки в фазовом пространстве: *a* — теория, *b* — эксперимент.

рис. 2, *a* представлена траектория движения изображающей точки в проекции на плоскость  $\{x_1, x_2\}$ , рассчитанная при отмеченных выше параметрах парциальных триггеров в интервале времени  $t \in [1500; 3000]$ . При этом  $\beta_0 = 15$ , а начальные условия для переменных следующие:  $x_1(0) = 0.1$ ,  $x_2(0) = -0.1$ ,  $y_i(0) = z_i(0) = u(0) = 0$ . На рис. 2, *b* показана траектория движения, полученная за время, равное 1 на физической модели при  $L_0 = 38 \text{ mH}$ . Результаты эксперимента находятся в соответствии с результатами численного анализа.

Следует отметить, что как при анализе теоретической модели, так и в эксперименте обнаружено существование порога синхронизации хаотических колебаний, который, как известно [5,6], отсутствует при синхронизации колебаний в системах с регулярной динамикой.

Проведенные теоретические и экспериментальные исследования показывают возможность возбуждения и взаимодействия хаотических колебаний в системе триггеров при их связи через фильтр нижних частот. Полученные результаты представляют интерес как с позиций возникновения паразитных связей в ансамблях триггеров, так и с позиций исследования взаимодействия автостochasticких неидентичных генераторов Чуа при одном из возможных вариантов связи (связь через индуктивность).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 98-02-16622).

## Список литературы

- [1] *Кальянов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. Вып. 6. С. 1–6.
- [2] *Каннингхэм В.* Введение в теорию нелинейных систем. Пер. с англ. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962. 456 с.
- [3] *Wu C.W., Yang T., Chua L.O.* // Int. J. Bifurcation and Chaos. 1996. Vol. 6. N 3. P. 455–471.
- [4] *Астахов В.В., Шабунин А.В., Анищенко В.С.* // РЭ. 1997. № 8. С. 974–981.
- [5] *Ланда П.С.* Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980. 360 с.
- [6] *Железовский Б.Е., Кальянов Э.В.* Многочастотные режимы в приборах СВЧ. М.: Связь, 1978. 256 с.