

# Влияние внешнего электрического поля на структуру магнотонного спектра ограниченного магнитоэлектрика

© С.В. Тарасенко

Донецкий физико-технический институт Национальной академии наук Украины,  
83114 Донецк, Украина

(Поступила в Редакцию 18 апреля 2001 г.  
В окончательной редакции 30 июля 2001 г.)

На примере пластины тетрагонального антиферромагнетика с центром антисимметрии показано, что в случае антисимметричного тензора магнитоэлектрических коэффициентов включение внешнего электрического поля может приводить к формированию уже в безобменном пределе ранее не изученных аномалий в спектре объемных акустических магнонов.

С точки зрения спин-волновой динамики наличие в магнитном кристалле линейного магнитоэлектрического эффекта представляет особый интерес в тех случаях, когда 1) появляется возможность линейно возбуждать за счет электрической компоненты электромагнитного поля те моды спектра нормальных магнотонных колебаний многоподрешеточного кристалла, которые не являются в квазистатическом пределе  $\omega/c \rightarrow 0$  ( $\omega$  — частота спиновых волн,  $c$  — скорость света) магнитодипольно-активными [1,2]; 2) с помощью постоянного внешнего электрического поля можно целенаправленно влиять на дисперсионные свойства спин-волнового спектра магнитоупорядоченного кристалла [1].

Именно такая ситуация реализуется в антиферромагнетиках с центром антисимметрии. К ним, в частности, относится  $TbPO_4$ , для которого в [3] было обнаружено достаточно большое значение магнитоэлектрической восприимчивости. Структура линейного магнитоэлектрического взаимодействия в этом типе магнитоупорядоченных кристаллов в общем случае может быть представлена в виде ( $\hat{\gamma}$  — тензор магнитоэлектрических коэффициентов,  $\mathbf{P}$  — вектор электрической поляризации [4–9])

$$F_{me} = \hat{\gamma} \text{Im} \mathbf{P}. \quad (1)$$

В рамках двухподрешеточной модели антиферромагнетика ( $\mathbf{M}_{1,2}$  — намагниченности подрешеток,  $|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$ ) векторы ферромагнетизма  $\mathbf{m}$  и антиферромагнетизма  $\mathbf{l}$  определяются соответственно соотношениями  $\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2M_0$  и  $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2M_0$ . Таким образом, в этих магнетиках как величина, так и характер магнитоэлектрического взаимодействия в кристалле при неизменной ориентации равновесного вектора ферромагнетизма  $\mathbf{m}$  могут самым существенным образом зависеть от направления равновесной ориентации вектора антиферромагнетизма  $\mathbf{l}$ .

Расчеты показали, что в антиферромагнитном кристалле, обладающем магнитоэлектрической энергией вида (1), электродипольно-активными могут быть не только оптические [8], но и акустические моды магнотонного спектра [9]. В работах [10–12] впервые были определены условия, при выполнении которых в пластине антиферромагнетика с центром антисимметрии (1) имеет место формирование нового класса распространя-

ющихся безобменных электродипольно-активных спин-волновых возбуждений — электростатических спиновых волн. Если тензор магнитоэлектрических коэффициентов  $\hat{\gamma}$  в (1) является антисимметричным, то при определенной геометрии распространения этот тип магнонов не является магнитодипольно-активным, и, следовательно, в этом случае без учета линейного магнитоэлектрического взаимодействия формирование дипольно-активных спиновых волн невозможно. Физическим механизмом, ответственным за существование указанного класса безобменных спин-волновых возбуждений в магнитоэлектрической пластине, является косвенное спин-спиновое взаимодействие через дальнедействующее электростатическое поле. Фактически этот тип электродипольно-активных магнонов представляет собой кулоновский магнитный ТМ-поляритон (поляритон Е-типа). Из [10–12] следует, что при определенных условиях в ограниченном антиферромагнетике с антисимметричным тензором магнитоэлектрических коэффициентов возможно одновременное и независимое распространение как магнитодипольно-активных, так и электродипольно-активных безобменных спиновых волн. Поскольку магнитодипольно-активные магноны (магнитостатические спиновые волны) представляют собой кулоновский магнитный ТЕ-поляритон (поляритон Н-типа), в дальнейшем, следуя аналогии с поляритонной динамикой, безобменные магнитодипольно-активные магноны будем называть Н-магнонами, а электродипольно-активные — Е-магнонами.

В [10–12] для Е-магнонов было показано, что совместный учет магнитоэлектрического взаимодействия и пространственной дисперсии магнитного кристалла (за счет неоднородного обменного взаимодействия) приводит к формированию целого ряда аномалий в спектре этого типа дипольно-обменных спин-волновых возбуждений с законом дисперсии  $\Omega_\nu(k_\perp)$  ( $k_\perp$  — волновое число,<sup>1</sup> число мод  $\nu = 1, 2, 3, \dots$  образует бесконечное дискретное множество). К обсуждаемым особенностям магнотонного спектра можно, в частности, отнести точки перегиба ( $\partial^2 \Omega_\nu(k_\perp) / \partial k_\perp^2 = 0$ ), точки экстремума

<sup>1</sup> Поскольку в данной работе мы не рассматриваем зависимости магнотонного спектра  $\Omega_\nu(k_\perp)$  от ориентации волнового вектора  $\mathbf{k}_\perp$  в плоскости пленки,  $|\mathbf{k}_\perp| = k_\perp$ .

$(\partial\Omega_v(k_\perp)/\partial k_\perp = 0, \partial^2\Omega_v(k_\perp)/\partial k_\perp^2 \neq 0)$  и точки кроссовера  $(\Omega_v(k_\perp) = \Omega_\rho(k_\perp)$  при  $v \neq \rho)$ . В качестве примера в [10–12] была выбрана коллинеарная фаза тетрагонального антиферромагнетика ( $|\mathbf{l}| = 1, |\mathbf{m}| = 0$ ) со структурой  $4_z^\pm 2_x^\pm I^-$  при условии, что внешнее магнитное  $\mathbf{H}$  и электрическое  $\mathbf{E}$  поля отсутствуют, нормаль к поверхности пленки  $\mathbf{n}$ , направление распространения волны  $\mathbf{k}_\perp/|\mathbf{k}_\perp|$  и равновесный вектор  $\mathbf{l}$  лежат в одной плоскости ( $\mathbf{l} \parallel \mathbf{n}$  или  $\mathbf{l} \perp \mathbf{n}$ ).

Из результатов [10–12] следует, что оптимальные условия для формирования найденных особенностей магнного спектра реализуются в том случае, когда соответствующая электродипольно-активная ветвь спектра акустических спиновых волн имеет малую энергию активации. Это возможно, например, для слабо анизотропных магнитных кристаллов (в частности, в легкоплоскостной фазе антиферромагнетика) или в том случае, когда рассматриваемая магнная мода является мягкой, а сам кристалл находится вблизи границы устойчивости данного магнитного состояния.

Учитывая вышесказанное, можно утверждать, что последовательное теоретическое описание спектра электродипольно-активных акустических маггнонов в магнитоэлектрике требует одновременного учета как минимум двух факторов: 1) конечных размеров реального магнитного образца; 2) эффекта пространственной дисперсии магнитной среды, обусловленного неоднородным обменным взаимодействием. При этом до сих пор не исследовалось влияние внешнего электрического поля на структуру спектра электродипольно-активных маггнонов в ограниченном антиферромагнетике с центром антисимметрии, несмотря на то что малая энергия активации спектра акустического магнона делает его чувствительным также и к воздействию внешних полей. Вместе с тем результаты работ [4–7] показывают, что уже в коллинеарной фазе ( $|\mathbf{l}| = 1, |\mathbf{m}| = 0$ ) антиферромагнитного магнитоэлектрика  $4_z^\pm 2_x^\pm I^-$  включение внешнего электрического поля  $\mathbf{E} \perp \mathbf{l}$  индуцирует постоянную намагниченность кристалла  $\mathbf{m} \perp \mathbf{E}$  ( $(\mathbf{m}\mathbf{l}) = 0$ ). Это приводит к тому, что электродипольно-активная при  $|\mathbf{E}| = 0$  спиновая волна в случае  $|\mathbf{E}| \neq 0$  становится также и магнитодипольно-активной, однако до сих пор особенности спектра безобменных электродипольно-активных маггнонов ограниченного магнитоэлектрического антиферромагнетика во внешнем электрическом поле не исследовались.

В связи с этим цель данной работы состоит в определении необходимых условий, при выполнении которых включение внешнего электрического поля  $\mathbf{E}$  индуцирует формирование дополнительных аномалий в спектре безобменных объемных спиновых волн ограниченного антиферромагнетика с центром антисимметрии.

## 1. Основные соотношения

Если считать, что  $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{l}| = 1$  (малость релятивистских взаимодействий по сравнению с межподрешеточным обменом), то, следуя [4–7], плотность энергии

двухподрешеточной модели тетрагонального магнитоэлектрического антиферромагнетика в терминах векторов ферромагнетизма  $\mathbf{m}$  и антиферромагнетизма  $\mathbf{l}$  можно представить в виде

$$F = F_m + F_{me} + F_p,$$

$$F_m = M_0^2(0.5\delta\mathbf{m}^2 + 0.5\alpha(\nabla\mathbf{l})^2 + 0.5b l_z^2 + 0.5\beta l_x^2 l_y^2 - \mathbf{m}\mathbf{H}),$$

$$F_p = 0.5\kappa^{-1}P_z^2 + 0.5\kappa_\perp^{-1}(P_x^2 + P_y^2) - \mathbf{P}\mathbf{E}, \quad (2)$$

где  $\delta, \alpha$  и  $b, \beta$  — соответственно константы однородного, неоднородного межподрешеточного обмена и анизотропии,  $\kappa_\perp, \kappa$  — диэлектрические восприимчивости.

В дальнейшем для удобства сравнения с результатами [10–12] в качестве конкретного примера изучим спиновую динамику тетрагонального антиферромагнетика с центром антисимметрии со структурой  $4_z^\pm 2_x^\pm I^-$ , который, как известно, обладает антисимметричным тензором магнитоэлектрических коэффициентов. Соответствующее выражение в (2) для энергии магнитоэлектрического взаимодействия  $F_{me}$  может быть представлено в виде [4–7] ( $\gamma_{1-3}$  — магнитоэлектрические константы)

$$F_{me} = -\gamma_1 m_z (l_x P_y \pm l_y P_x) - \gamma_2 P_z (m_x l_y \pm m_y l_x) - \gamma_3 l_z (m_x P_y \pm m_y P_x). \quad (3)$$

Динамические свойства рассматриваемой модели (2) в рамках феноменологической теории описываются с помощью системы связанных динамических уравнений, состоящей из уравнений магнито- и электростатики, уравнений Ландау–Лифшица для векторов  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{l}$  и эффективного уравнения движения для вектора электрической поляризации  $\mathbf{P}$ . Поскольку в данном случае частота спиновых колебаний системы удовлетворяет условию ( $g$  — гиромагнитное отношение,  $f \sim z^2/mv_0$ ,  $z$  и  $m$  — абсолютная величина заряда иона и приведенная масса элементарной ячейки объемом  $v_0$  [1])

$$\omega \ll g\delta M_0, \sqrt{f/\kappa_\perp}, \sqrt{f/\kappa}, \quad (4)$$

можно редуцировать исходную систему динамических уравнений, исключив из дальнейшего рассмотрения векторы  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{P}$ .

В исследуемой модели антиферромагнетика при  $|\mathbf{E}| = |\mathbf{H}| = 0$  имеет место реализация одной из двух равновесных магнитных конфигураций: легкоосной ( $\mathbf{l} \parallel OZ$ ) и легкоплоскостной ( $\mathbf{l} \perp OZ$ ) [4–7]. Если равновесный вектор антиферромагнетизма  $\mathbf{l}$  лежит в плоскости распространения магнитной поляритонной волны (одной из основных координатных плоскостей,  $k$  — волновой вектор) и совпадает с одной из декартовых осей координат, то, как показывает анализ, в обеих этих фазах возможно независимое распространение магнитных поляритонов ТЕ- и ТМ-типа. В частности, при  $\mathbf{l} \parallel OX$  и  $\mathbf{k} \in XY$  ( $k_z = 0$ ) для электродипольно-активной спиновой волны (магнитный ТМ-поляритон) связанными оказываются следующие компоненты векторов  $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \tilde{\mathbf{l}}$  и  $\tilde{\mathbf{m}}^2$   $H_z, E_{x,y}$ ,

<sup>2</sup> Обозначение  $\tilde{A}$  соответствует малым колебаниям величины  $A$  вблизи равновесного значения.

$\tilde{m}_z, \tilde{l}_y \neq 0$ , а для магнитодипольно-активной (магнитный ТЕ-поляритон) —  $E_z, H_{x,y}, \tilde{m}_y, \tilde{l}_z \neq 0$ . Если при  $\mathbf{l} \parallel OX$   $\mathbf{k} \in XZ$  ( $k_y = 0$ ), ненулевыми компонентами векторов  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{l}$  для магнитного ТМ (ТЕ)-поляритона являются соответственно  $H_y, E_{x,z}, \tilde{m}_y, \tilde{l}_z \neq 0$  ( $E_y, H_{x,z}, \tilde{m}_z, \tilde{l}_y \neq 0$ ). Несложно убедиться, что аналогичные условия формирования магнитных ТМ- и ТЕ-поляритонов реализуются в рассматриваемом бесконечном магнитоэлектрическом антиферромагнетике не только в легкоплоскостной фазе при  $\mathbf{k} \in XY$  ( $k_z = 0$ ) или  $\mathbf{k} \in YZ$  ( $k_x = 0$ ), но и в легкоосной. Например, если в равновесии  $|\mathbf{m}| = 0$ ,  $\mathbf{l} \parallel OZ$ , то независимое распространение указанных типов магнитных поляритонов будет иметь место как при  $\mathbf{k} \in XZ$  ( $k_y = 0$ ), так и при  $\mathbf{k} \in YZ$  ( $k_x = 0$ ) [9]. Следует подчеркнуть, что вследствие линейного магнитоэлектрического эффекта во всех этих случаях спектр нормальных поляритонных колебаний как ТЕ-, так и ТМ-типа будет обладать невязимостью  $\omega(\mathbf{k}) \neq \omega(-\mathbf{k})$  при условии, что  $(\mathbf{k}\mathbf{l}) \neq 0$ , а скорость распространения электромагнитных волн конечна ( $\omega/c \neq 0$ ).

Как показано в работах [4–7], включение внешнего электрического поля  $\mathbf{E}$  может изменить равновесную магнитную конфигурацию рассматриваемого класса антиферромагнитных магнитоэлектриков ( $4_z^\pm 2_x^\pm I^-$ ) даже в отсутствие внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}$ . В частности, при  $\mathbf{E} \perp \mathbf{l}$  ( $|\mathbf{H}| = 0$ )  $|\mathbf{m}| \neq 0$  ( $\mathbf{E} \perp \mathbf{m}$ ), однако до сих пор влияние этого обстоятельства на дисперсионные свойства распространяющихся волноводных магнитных поляритонов в магнитоэлектрическом кристалле конечных размеров не исследовалось. В данной работе мы ограничимся анализом только таких направлений внешнего электрического поля  $\mathbf{E}$ , при которых соответствующий кулоновскому магнитному ТМ-поляритону при  $|\mathbf{E}| = 0$  электродипольно-активный магнотон становится при  $|\mathbf{E}| \neq 0$  также и магнитодипольно-активным (в результате кулоновский магнитный поляритон ТМ-типа превращается в кулоновский магнитный поляритон ЕН-типа).

В качестве примера рассмотрим, следуя [4–7,11], легкоплоскостную фазу тетрагонального антиферромагнетика  $4_z^\pm 2_x^\pm I^-$ :  $\mathbf{l} \parallel OX$ ,  $\mathbf{E} \parallel OZ$ ,  $\mathbf{m} \parallel OY$ . В этом случае, как подчеркивалось выше, при  $|\mathbf{E}| = 0$  в неограниченном магнитоэлектрическом кристалле (2) формирование и независимое распространение безобменных объемных магнонов Н- и Е-типа происходит как для  $\mathbf{k} \in XY$  ( $k_z = 0$ ), так и для  $\mathbf{k} \in XZ$  ( $k_y = 0$ ). Если внешнее электрическое поле, перпендикулярное плоскости распространения такой поляритонной ТМ-волны, не равно нулю (например, для  $\mathbf{k} \in XY$ ,  $\mathbf{E} \parallel OZ$ ), то имеет место формирование магнитного ЕН-поляритона, спектр которого в кулоновском пределе состоит из двух ветвей. В дальнейшем для упрощения аналитических расчетов будем считать, что в легкоплоскостной фазе ( $XY$  — легкая плоскость) антиферромагнетика (2) выполнено соотношение

$$b \gg \beta. \quad (5)$$

В результате при любом  $\mathbf{k}$  спектр нормальных спиновых колебаний рассматриваемого магнетика (2) будет состоять и высоко- и низкочастотной ветвей [12]. В частности,

если  $|\mathbf{E}| = |\mathbf{H}| = 0$ , то при  $\mathbf{k} \in XY$  ( $k_z = 0$ ) магнитный поляритон ТМ-типа связан с низкочастотной ( $\tilde{m}_z, \tilde{l}_y \neq 0$ ), а поляритон ТЕ-типа — с высокочастотной магнонной модой ( $\tilde{m}_y, \tilde{l}_x \neq 0$ ). При  $\mathbf{k} \in XZ$  ( $k_y = 0$ ) и  $|\mathbf{E}| = |\mathbf{H}| = 0$  электродипольно-активным является высокочастотный магнон ( $\tilde{m}_y, \tilde{l}_z \neq 0$ ), а магнитодипольно-активным — низкочастотный ( $\tilde{m}_x, \tilde{l}_y \neq 0$ ). Естественно, что магнитоэлектрические эффекты наиболее существенно будут проявляться в спектре низкочастотной магнонной моды. В связи с этим в дальнейшем введем ряд ограничений: 1) будем рассматривать только ту ветвь спектра кулоновских магнитных ЕН-поляритонов, которая связана с низкочастотной модой магнонного спектра исследуемого магнитоэлектрического антиферромагнетика (для  $\mathbf{l} \parallel OX$  это  $\tilde{m}_z, \tilde{l}_y \neq 0$ ); 2) влиянием высокочастотной ветви магнонного спектра на низкочастотную при  $\omega^2 \ll \omega_s^2 \delta b$  ( $\omega_s \equiv gM_0$ ) будем пренебрегать; 3) поскольку при  $E_z \neq 0$ ,  $|\mathbf{H}| = 0$  и  $\mathbf{l} \parallel OX$  низкочастотная магнонная мода является электродипольно-активной при  $\mathbf{k} \parallel OY$  и магнитодипольно-активной при  $\mathbf{k} \parallel OX$ , ограничимся случаем  $\mathbf{E} \parallel OZ$ ,  $\mathbf{l} \parallel OX$ ,  $\mathbf{k} \in XY$  ( $k_z = 0$ ),  $\tilde{m}_z, \tilde{l}_y \neq 0$ .

С учетом сделанных приближений коротковолновой предел дисперсионного уравнения рассматриваемой ветви спектра ЕН-магнонов для модели неограниченного кристалла (2) можно представить в виде ( $\mathbf{k}^2 \equiv k_x^2 + k_y^2$ )

$$\omega^2 = (\omega_0^2 + c_m^2 \mathbf{k}^2)(1 + A_p k_y^2 \mathbf{k}^{-2}) + \omega_E^2 k_x^2 (\mu k_y^2 + k_x^2)^{-1},$$

$$A_p = 4\pi\gamma_1^2 \chi_{\perp}^2 / (\delta\epsilon), \quad \mu \equiv 1 + 4\pi/\delta,$$

$$\omega_E^2 \equiv \omega_s^2 \gamma_2^2 4\pi\chi^2 E_z^2 / \delta,$$

$$\epsilon_{\perp} \equiv 1 + 4\pi\chi_{\perp}, \quad c_m^2 \equiv 0.25\alpha\delta\omega_s^2,$$

$$\omega_0^2 \equiv c_m^2 \beta / \alpha, \quad \epsilon \equiv 1 + 4\pi\chi. \quad (6)$$

Поскольку в данной работе нас интересует динамика ограниченного магнитоэлектрика, систему динамических уравнений необходимо дополнить соответствующими граничными условиями. В дальнейшем будем считать, что направление нормали  $\mathbf{n}$  к поверхности магнетика совпадает с одной из декартовых осей координат ( $OX$  или  $OY$ ).

В случае полного пиннинга магнитных моментов на поверхности пластины с нормалью  $\mathbf{n}$  дополнительные (обменные) граничные условия могут быть представлены в виде [13] ( $\xi$  — координата вдоль направления  $\mathbf{n}$ ,  $2d$  — толщина пленки)

$$\tilde{\mathbf{m}} = \tilde{\mathbf{l}} = 0, \quad \xi = \pm d. \quad (7)$$

Что касается электродинамических граничных условий, то в данной работе будем считать, что с учетом относительной ориентации нормали к поверхности пленки  $\mathbf{n}$  и направления равновесной ориентации вектора антиферромагнетизма  $\mathbf{l}$  соответствующие выражения для магнитостатического  $\varphi$  ( $\mathbf{H} \equiv \nabla\varphi$ ) и электростатического  $\psi$

( $\mathbf{E} \equiv \nabla\psi$ ) потенциалов могут быть представлены в виде ( $\alpha_* = \alpha_*(\mathbf{l}/|\mathbf{l}|)$ ,  $\beta_* = \beta_*(\mathbf{l}/|\mathbf{l}|)$ )

$$\psi + \alpha_* \frac{\partial\psi}{\partial\xi} = 0, \quad \varphi + \beta_* \frac{\partial\varphi}{\partial\xi} = 0, \quad \xi = \pm d. \quad (8)$$

В частности, если пластина имеет двухстороннее сверхпроводящее покрытие, то  $1/\beta_* = 0$ ,  $\alpha_* = 0$  [14].

## 2. Структура спектра объемного ЕН-магнона

Для расчета спектра волноводного ЕН-магнона на основе одновременного учета магнитоэлектрического и неоднородного обменного взаимодействий можно воспользоваться подходом, ранее развитым в работах [15–17] для анализа спектра объемных дипольно-обменных магнонов в тонкой ферромагнитной пленке. С этой целью с помощью функции Грина из уравнений электро- и магнитостатики ( $\omega/c \rightarrow 0$ ) с граничным условием (8) получим связь между амплитудами электростатического  $\psi$  и магнитостатического  $\varphi$  потенциалов и амплитудой колебания  $y$ -компоненты вектора антиферромагнетизма  $\tilde{\mathbf{l}}$ , считая пространственное распределение последней вдоль нормали к поверхности пленки заданной функцией. Это дает возможность исключить из полной системы динамических уравнений ( $\omega/c \rightarrow 0$ ) переменные, связанные с электростатическим  $\psi$  и магнитостатическим  $\varphi$  потенциалами. Таким образом, задача нахождения магнного спектра ограниченного магнитоэлектрика в этом случае сводится к решению краевой задачи только с обменным граничными условиями (7) для одного интегродифференциального уравнения относительно  $\tilde{l}_y$ . Следуя методике, развитой в [15–17], решение данной граничной задачи будем искать в виде ряда по собственным функциям обменной краевой задачи. В случае (7) имеем ( $\tau \in XY$ ,  $\tau \perp \mathbf{n}$ ,  $\kappa_v \equiv \pi v/d$ ,  $v = 1, 2, \dots$ ) [15–17])

$$l_y(r, t) = \sum_v A_v \sin(\kappa_v \xi) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}_\perp \tau). \quad (9)$$

В результате дисперсионное уравнение, описывающее спектр рассматриваемой ветви волноводных ЕН-магнонов с учетом магнитоэлектрического и неоднородного обменного взаимодействий, при  $\mathbf{k} \in XY$  ( $\mathbf{n} \parallel OX$  или  $\mathbf{n} \parallel OY$ ) и граничных условиях (7), (8) может быть представлено в виде бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд  $A_v$ .

Поскольку структура такой системы уравнений принципиально не изменяется в зависимости от относительной ориентации векторов  $\mathbf{l}$  и  $\mathbf{n}$  в выбранной плоскости распространения поляритонной волны ( $XY$ ), для примера приведем соответствующие выражения для слу-

чая  $\mathbf{k} \in XY$ ,  $\mathbf{n} \parallel OX$  ( $k_x = \kappa_v$ ,  $k_y = k_\perp$ )

$$(W_{vv}(k_\perp) - \omega^2)A_v - W_{v\rho}(k_\perp)A_\rho = 0,$$

$$v \neq \rho, \quad v, \rho = 1, 2, \dots,$$

$$W_{vv}(k_\perp) \equiv (1 + A_\rho P_{vv}(k_\perp))$$

$$\times (\omega_0^2 + c_m^2(k_x^2 + k_y^2)) + \omega_E^2 R_{vv}(k_\perp),$$

$$W_{v\rho}(k_\perp) \equiv A_\rho P_{v\rho}(k_\perp) (\omega_0^2 + c_m^2(k_x^2 + k_y^2)) + \omega_E^2 R_{v\rho}(k_\perp),$$

$$P_{vv}(k_\perp) = k_\perp^2 \int_{-d}^d d\xi \sin(\kappa_v \xi) \int_{-d}^d dt G(\xi, t) \sin(\kappa_v t),$$

$$P_{v\rho}(k_\perp) = k_\perp^2 \int_{-d}^d d\xi \sin(\kappa_\rho \xi) \int_{-d}^d dt G(\xi, t) \sin(\kappa_v t),$$

$$R_{vv}(k_\perp) = \kappa_v^2 \int_{-d}^d d\xi \cos(\kappa_v \xi) \int_{-d}^d dt F(\xi, t) \cos(\kappa_v t),$$

$$R_{v\rho}(k_\perp) = \kappa_v \kappa_\rho \int_{-d}^d d\xi \cos(\kappa_\rho \xi) \int_{-d}^d dt F(\xi, t) \cos(\kappa_v t),$$

$$G(\xi, t) \equiv \begin{cases} \text{sh}(k_\perp(t - d + \xi_\alpha)) \\ \times \text{sh}(k_\perp(\xi + d + \xi_\alpha)) / \Delta_G, & -d \leq \xi \leq t, \\ \text{sh}(k_\perp(t + d + \xi_\alpha)) \\ \times \text{sh}(k_\perp(\xi - d + \xi_\alpha)) / \Delta_G, & t \leq \xi \leq d, \end{cases}$$

$$\text{th}(\xi_\alpha k_\perp) = k_\perp \alpha_*, \quad \Delta_G \equiv k_\perp \text{sh}(2k_\perp d),$$

$$F(\xi, t) \equiv \begin{cases} \text{ch}(ak_\perp(t - d + \xi_\beta)) \\ \times \text{ch}(ak_\perp(\xi + d + \xi_\beta)) / \Delta_F, & -d \leq \xi \leq t, \\ \text{ch}(ak_\perp(t + d + \xi_\beta)) \\ \times \text{ch}(ak_\perp(\xi - d + \xi_\beta)) / \Delta_F, & t \leq \xi \leq d, \end{cases}$$

$$\text{th}(a\xi_\beta k_\perp) = ak_\perp \beta_*,$$

$$\Delta_F \equiv ak_\perp \text{sh}(2ak_\perp d), \quad a \equiv \sqrt{\mu}. \quad (10)$$

Условием существования нетривиального решения системы уравнений (10) относительно  $A_v$  является равенство нулю главного определителя системы. Анализ показывает, что если в (8)  $1/\beta_* = 0$ ,  $\alpha_* = 0$  (идеальный сверхпроводник), то при произвольных  $v$ ,  $\rho$  и  $k_\perp$   $W_{v\rho} = 0$ . В этом случае спектр рассматриваемого типа волноводного ЕН-магнона, бегущего вдоль антиферромагнитной пластины, определяется из (10) следующими соотношениями:

$$\Omega_v^2(k_\perp) - W_{vv}(k_\perp) = 0, \quad v = 1, 2, \dots \quad (11)$$

Таким образом, рассматривая соотношения (10) в рамках метода связанных мод [18], можно утверждать, что в общем случае недиагональные элементы  $W_{v\rho} \neq 0$  в (10) представляют собой возмущение по отношению к нулевому приближению по  $W_{v\rho} \neq 0$ , определяемому (11).

Наличие  $W_{\nu\rho} \neq 0$  приводит к взаимодействию между модами спектра волноводных ЕН-магнонов с номерами  $\nu$  и  $\rho$ . В результате, если для заданных  $\nu$  и  $\rho$  в (11) имело место вырождение мод, при  $W_{\nu\rho} \neq 0$  точки кроссовера будут отсутствовать, а в окрестности конкретной точки кроссовера, определяемой при  $W_{\nu\rho} = 0$  из (11) соотношением  $\Omega_\nu(k_\perp) = \Omega_\rho(k_\perp)$  ( $\nu \neq \rho$ ), структуру спектра рассматриваемого типа объемного ЕН-магнона с учетом (10), (11) можно представить следующим образом:

$$(W_{\nu\nu}(k_\perp) - \omega^2)(W_{\rho\rho}(k_\perp) - \omega^2) - W_{\nu\rho}^2(k_\perp) \approx 0, \quad \nu \neq \rho. \quad (12)$$

Аналогичная схема расчета применима и для случая  $\mathbf{n} \parallel OY$ ,  $k \in XY$ . В дальнейшем ограничимся изучением спектра ЕН-магнона как при  $\mathbf{n} \parallel OX$ , так и при  $\mathbf{n} \parallel OY$  с точностью до членов второго порядка по  $W_{\nu\rho} \ll 1$  ( $\nu \neq \rho$ ), т.е. будем пренебрегать расталкиванием мод в точке кроссовера и считать, что  $k_x = \kappa_\nu$ ,  $k_y = k_\perp$  при  $\mathbf{n} \parallel OX$  и  $k_y = \kappa_\nu$ ,  $k_z = k_\perp$  при  $\mathbf{n} \parallel OY$ . В результате получим

$$\begin{aligned} \Omega_\nu^2(k_\perp) &= (\omega_0^2 + c_m^2(\kappa_\nu^2 + k_\perp^2))(1 + A_p k_\perp^2(\kappa_\nu^2 + k_\perp^2)^{-1}) \\ &\quad + \omega_E^2 \kappa_\nu^2 (\mu k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)^{-1}, \quad \mathbf{n} \parallel OX, \\ \Omega_\nu^2(k_\perp) &= (\omega_0^2 + c_m^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2))(1 + A_p \kappa_\nu^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)^{-1}) \\ &\quad + \omega_E^2 k_\perp^2 (\mu \kappa_\nu^2 + k_\perp^2)^{-1}, \quad \mathbf{n} \parallel OY. \end{aligned} \quad (13)$$

Чтобы более детально исследовать роль нелокальных механизмов спин-спинового взаимодействия в формировании структуры спектра ЕН-магнонов, бегущих вдоль антиферромагнитной пластины (2), (7), (8), проанализируем соотношения (13) в частном случае  $\alpha \rightarrow 0$ . Это отвечает безобменному приближению (пренебрежению эффектом пространственной дисперсии, связанным с неоднородным обменным взаимодействием), хорошо известному из теории магнитодипольно-активных магнонов [13].

### 3. Безобменный предел спектра объемного ЕН-магнона

Из (13) следует, что при выполнении условий  $\alpha \rightarrow 0$  и  $W_{\nu\rho}(k_\perp) \ll 1$  ( $\nu \neq \rho$ ) коротковолновый предел спектра рассматриваемого типа объемных магнонов при  $\mathbf{k} \in XY$ ,  $\mathbf{E} \parallel OZ$  и  $\mathbf{l} \parallel OX$  может быть представлен в виде ( $k_x = \kappa_\nu$ ,  $k_y = k_\perp$  при  $\mathbf{n} \parallel OX$  и  $k_y = \kappa_\nu$ ,  $k_x = k_\perp$  при  $\mathbf{n} \parallel OY$ )

$$\begin{aligned} \Omega_\nu^2(k_\perp) &= \omega_0^2(1 + A_p k_\perp^2(\kappa_\nu^2 + k_\perp^2)^{-1}) \\ &\quad + \omega_E^2 \kappa_\nu^2 (\mu k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)^{-1}, \quad \mathbf{n} \parallel OX, \\ \Omega_\nu^2(k_\perp) &= \omega_0^2(1 + A_p \kappa_\nu^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)^{-1}) \\ &\quad + \omega_E^2 k_\perp^2 (\mu \kappa_\nu^2 + k_\perp^2)^{-1}, \quad \mathbf{n} \parallel OY. \end{aligned} \quad (14)$$

Анализ соотношений (14) показывает, что данный спин-волновой спектр обладает точкой сгущения как при  $k_\perp \rightarrow 0$ , так и при  $k_\perp \rightarrow \infty$ , т.е. для двух фиксированных номеров мод  $\nu$  и  $\rho$  имеет место условие

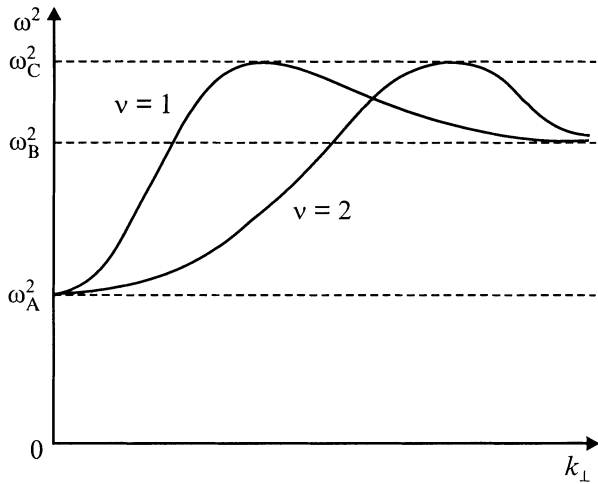
$|\Omega_\nu(k_\perp) - \Omega_\rho(k_\perp)| \rightarrow 0$ . В случае антиферромагнетика с центром антисимметрии (2) и  $|\mathbf{E}| = 0$  в безобменном пределе независимо от номера моды  $\nu$  и величины волнового числа  $k_\perp$  дисперсионные кривые спектра (14) для  $\mathbf{n} \parallel OX$  представляют собой волну прямого типа ( $\partial\Omega_\nu(k_\perp)/\partial k_\perp > 0$ ), а для  $\mathbf{n} \parallel OY$  — волну обратного типа ( $\partial\Omega_\nu(k_\perp)/\partial k_\perp < 0$ ). При этом для заданной величины волнового числа  $k_\perp$  и фиксированного номера моды  $\nu < \rho$  выполняется неравенство вида  $\Omega_\nu(k_\perp) > \Omega_\rho(k_\perp)$  в случае  $\mathbf{n} \parallel OX$  и  $\Omega_\nu(k_\perp) < \Omega_\rho(k_\perp)$  в случае  $\mathbf{n} \parallel OY$ . Независимо от номера моды  $\nu$  дисперсионные кривые (14) обладают при  $k_\perp \neq 0$  точкой перегиба ( $\partial^2\Omega_\nu(k_\perp)/\partial k_\perp^2 = 0$ ) как при  $\mathbf{n} \parallel OX$ , так и при  $\mathbf{n} \parallel OY$ . Дисперсионные свойства рассматриваемого безобменного ЕН-магнона (14) формируются при  $|\mathbf{E}| = 0$  только за счет магнитоэлектрического взаимодействия (если  $\hat{\gamma} \neq 0$ , то  $\Omega_\nu(k_\perp) \neq \text{const}$  [10–12]).

Рассмотрим теперь дополнительные аномалии спин-волнового спектра (14), связанные с  $E_z \neq 0$ . Анализ показывает, что в этом случае как при  $\mathbf{n} \parallel OX$ , так и при  $\mathbf{n} \parallel OY$  уравнение  $\partial\Omega_\nu(k_\perp)/\partial k_\perp = 0$  может иметь отличный от нуля корень. Таким образом, включение  $\mathbf{E}$  вдоль оси  $OZ$  может приводить к формированию при  $k_\perp \neq 0$  экстремума для дисперсионной кривой  $\Omega_\nu(k_\perp)$  спектра объемных ЕН-магнонов с  $\mathbf{k} \in XY$  и  $\mathbf{n} \parallel OX$  (или  $\mathbf{n} \parallel OY$ ). В частности, для  $\mu > 1$  условие наличия экстремума при  $k_\perp = k_*$  на дисперсионной кривой (14) при  $\mathbf{n} \parallel OX$  или  $\mathbf{n} \parallel OY$  определяется следующими соотношениями ( $\mathbf{k} \in XY$ ,  $k_x = \kappa_\nu$ ,  $k_y = k_\perp$  при  $\mathbf{n} \parallel OX$  и  $k_y = \kappa_\nu$ ,  $k_x = k_\perp$  при  $\mathbf{n} \parallel OY$ ,  $R^2 \equiv \mu_E^2 \mu / (A_p \omega_0^2)$ ):

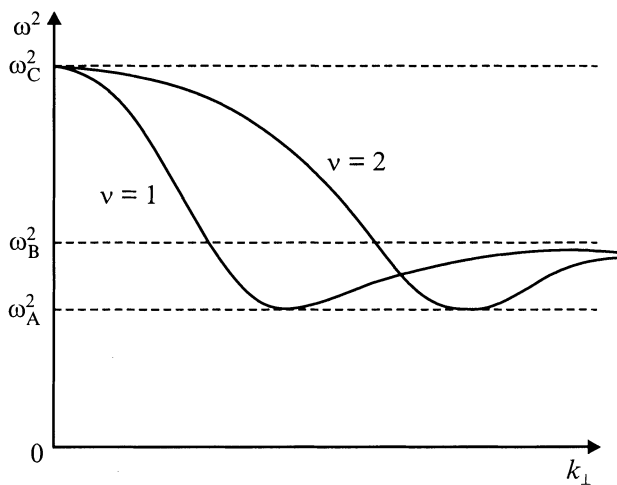
$$\begin{aligned} \omega_0^2 A_p / \mu &< \omega_E^2 < \mu \omega_0^2 A_p, \\ k_*^2 &= \kappa_\nu^2 (R - 1) / (\mu - R), \quad \mathbf{n} \parallel OX, \\ k_*^2 &= \kappa_\nu^2 (\mu - R / (R - 1)), \quad \mathbf{n} \parallel OY. \end{aligned} \quad (15)$$

Если величина внешнего электрического поля  $\mathbf{E} \parallel OZ$  такова, что  $\omega_E^2 < \omega_0^2 A_p / \mu$ , то для заданного номера моды  $\nu$  тип дисперсионной кривой  $\Omega_\nu(k_\perp)$ , определяемой (14), не изменяется по сравнению со случаем  $|\mathbf{E}| = 0$  (прямая волна [ $\partial\Omega_\nu(k_\perp)/\partial k_\perp > 0$ ] при  $\mathbf{n} \parallel OX$ , обратная волна [ $\partial\Omega_\nu(k_\perp)/\partial k_\perp < 0$ ] при  $\mathbf{n} \parallel OY$ ). Если же имеет место условие  $\omega_E^2 > \omega_0^2 A_p \mu$ , то, как показывает расчет, наличие  $\mathbf{E} \parallel OZ$  приводит для заданного номера магнонной моды (14)  $\nu$  и относительной ориентации  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{l}$  к смене типа волны на противоположный по сравнению со случаем  $|\mathbf{E}| = 0$  (прямая волна ( $\partial\Omega_\nu(k_\perp)/\partial k_\perp > 0$ ) при  $\mathbf{n} \parallel OY$ , обратная волна ( $\partial\Omega_\nu(k_\perp)/\partial k_\perp < 0$ ) при  $\mathbf{n} \parallel OX$ ).

Наряду с этим в случае выполнения (15) как при  $\mathbf{n} \parallel OX$ , так и при  $\mathbf{n} \parallel OY$  становится возможным формирование при  $k_\perp \neq 0$  точки кроссовера (пересечения) мод с номерами  $\nu$  и  $\rho$ . Если при  $k_\perp \neq 0$  рассматриваемая мода спектра (14) объемных ЕН-магнонов имеет максимум ( $\mu > 1$ ), то в окрестности длинноволновой точки сгущения спектра ( $k_\perp \rightarrow 0$ ) для мод с номерами  $\nu < \rho$  имеет место соотношение  $\Omega_\nu(k_\perp) > \Omega_\rho(k_\perp)$ , а для  $k_\perp \rightarrow \infty$  выполняется условие  $\Omega_\nu(k_\perp) < \Omega_\rho(k_\perp)$ . В том



**Рис. 1.** Структура спектра безобменного объемного EH-магнона (14) при  $\mathbf{n} \parallel OX$ ,  $\omega_0^2 A_p / \mu < \omega_E^2 < \omega_0^2 A_p \mu$ ,  $\omega_A^2 \equiv \omega_0^2$ ,  $\omega_B^2 \equiv \omega_0^2(1 + A_p)$ ,  $\omega_C^2 \equiv \Omega_v^2(k_{v*})$ ,  $k_{v*}^2 \equiv \kappa_v^2(R - 1)/(\mu - R)$ .



**Рис. 2.** Структура спектра безобменного объемного EH-магнона (14) при  $\mathbf{n} \parallel OY$ ,  $\omega_0^2 A_p / \mu < \omega_E^2 < \omega_0^2 A_p \mu$ ,  $\omega_A^2 \equiv \Omega_v^2(k_{v*})$ ,  $\omega_B^2 \equiv \omega_0^2 + \omega_E^2$ ,  $\omega_C^2 \equiv \omega_0^2(1 + A_p)$ ,  $k_{v*}^2 \equiv \kappa_v^2(\mu - R)/(R - 1)$ .

случае, когда при  $k_{\perp} \neq 0$  для фиксированного номера моды  $\nu$ , принадлежащей спектру объемных EH-магнонов (14), имеется минимум ( $\mu > 1$ ), при  $k_{\perp} \rightarrow 0$  для мод с номерами  $\nu < \rho$  имеем  $\Omega_{\nu}(k_{\perp}) < \Omega_{\rho}(k_{\perp})$ , а при  $k_{\perp} \rightarrow \infty$   $\Omega_{\nu}(k_{\perp}) > \Omega_{\rho}(k_{\perp})$  (рис. 1, 2).

До сих пор при анализе дисперсионных соотношений (13) мы пренебрегали эффектами, связанными с неоднородным обменным взаимодействием; для этого был сделан формальный предельный переход  $\alpha \rightarrow 0$ . Вместе с тем уже в бесконечном кристалле с ростом волнового числа  $k_{\perp}$  возрастает вклад в энергию спиновой волны (6) неоднородного обменного взаимодействия. Влияние этого механизма пространственной дисперсии магнитоэлектрической среды (2) на структуру спектра рассматриваемого типа объемных EH-магнонов в ограниченном

антиферромагнетике с центром антисимметрии обсуждается в следующем разделе.

#### 4. Эффекты неоднородного обменного взаимодействия

В общем случае теоретический анализ соотношений (13) очень громоздок, однако расчеты могут быть существенно упрощены, если считать, что при  $\mathbf{n} \parallel OX$  величина внешнего электрического поля  $E_z \neq 0$  такова, что с хорошей степенью точности выполнено условие  $|R_{\nu} - 1| \ll 1$  ( $R_{\nu} \equiv \omega_E^2 \mu / (A_p \omega_{\nu}^2)$ ,  $\omega_{\nu}^2 \equiv \omega_0^2 + c_m^2 \kappa_{\nu}^2$ ). В случае  $\mathbf{n} \parallel OY$  аналогичное упрощение расчетов может быть достигнуто в предположении, что величина  $\mathbf{E} \parallel OZ$  такова, что  $|R_{\nu} - \mu| \ll \mu$ . В результате совместный анализ выражений (13) и (14) показывает, что если в безобменном пределе (14) в окрестности точки сгущения для мод с заданными номерами  $\nu$  и  $\rho$  ( $\nu < \rho$ ) имеет место соотношение  $\Omega_{\nu}(k_{\perp}) > \Omega_{\rho}(k_{\perp})$ , то уже при бесконечно малой величине константы неоднородного обменного взаимодействия  $\alpha$  происходит исчезновение точки сгущения и формирование при  $k_{\perp} \neq 0$  дополнительной точки пересечения (точки кроссовера) дисперсионных кривых, принадлежащих модам  $\Omega_{\nu}(k_{\perp})$  и  $\Omega_{\rho}(k_{\perp})$  из (13).<sup>3</sup> Если это условие в окрестности точки сгущения дисперсионных кривых (14) не выполняется и  $\Omega_{\nu}(k_{\perp}) < \Omega_{\rho}(k_{\perp})$  для  $\nu < \rho$ , то учет  $\alpha \neq 0$  приводит только к ее исчезновению в соотношениях (13). Кроме того, если в окрестности коротковолновой точки сгущения ( $k_{\perp} \rightarrow \infty$ ) для заданного номера моды  $\nu$  в безобменном приближении ( $\alpha \rightarrow 0$ ) имеет место соотношение  $\partial \Omega_{\nu}(k_{\perp}) / \partial k_{\perp} < 0$ , то наличие неоднородного обменного взаимодействия ( $\alpha \neq 0$ ) индуцирует не только исчезновение точки сгущения, но и формирование при  $k_{\perp} \neq 0$  минимума на соответствующей дисперсионной кривой  $\Omega_{\nu}(k_{\perp})$ . При этом для заданной относительной ориентации векторов  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{l}$  ( $\mathbf{k} \in XY$ ) условия появления минимума на дисперсионной кривой моды с номером  $\nu$  (13) существенным образом зависят от величины внешнего электрического поля  $\mathbf{E} \parallel OZ$ . В частности, для (13) при  $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$  одновременное выполнение условий  $\partial \Omega_{\nu}(k_{\perp}) / \partial k_{\perp} = 0$ ,  $\partial \Omega_{\nu}(k_{\perp}) / \partial k_{\perp} > 0$  для заданного номера моды  $\nu$  и  $k_{\perp} \neq 0$  возможно, если  $\omega_E^2 > \omega_v^2 A_p \mu$ , тогда как при  $\mathbf{n} \perp \mathbf{l}$  необходимо, чтобы  $\omega_E^2 < \omega_v^2 A_p \mu$ .

Таким образом, из сопоставления (13) и (14) следует, что учет  $\alpha \neq 0$  и  $E_z \neq 0$  приводит к формированию дополнительной точки кроссовера в спектре распространяющихся объемных EH-магнонов (13) по сравнению с безобменным пределом (14). В частности, в (13) как для  $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$ , так и для  $\mathbf{n} \perp \mathbf{l}$  становится возможным одновременное возникновение двух точек пересечения  $\Omega_{\nu}(k_{\nu\rho}) = \Omega_{\rho}(k_{\nu\rho})$  ( $k_{\nu\rho} \neq 0$ ) для дисперсионных кривых мод с заданными номерами  $\nu$  и  $\rho$ . Например, для  $\mathbf{n} \perp \mathbf{l}$  ( $\mathbf{k} \in XY$ ) необходимым условием для этого является

<sup>3</sup> Здесь и далее диссипацией пренебрегаем.

выполнение соотношения (15). Совместный учет влияния пространственной дисперсии и внешнего электрического поля в случае  $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$  может приводить также к формированию при  $k_{\perp} \neq 0$  дополнительной точки экстремума (минимума) дисперсионной кривой  $\Omega_v(k_{\perp})$  спин-волнового спектра (13), если в безобменном пределе ( $\alpha \rightarrow 0$ ) (14) она при  $\omega_v^2 A_p \mu > \omega_E^2 > \omega_v^2 A_p / \mu$  имела для  $k_{\perp} \neq 0$  только точку максимума.

Для достаточно больших значений величины  $c_m v / d$  соответствующая дисперсионная кривая  $\Omega_v(k_{\perp})$  спектра ЕН-магнонов (13) при любой величине волнового числа  $k_{\perp}$  будет волной прямого типа ( $\partial \Omega_v(k_{\perp}) / \partial k_{\perp} > 0$ ), не имеющей ни точек перегиба ( $\partial \Omega_v(k_{\perp}) / \partial k_{\perp} = 0$ ), ни точек кроссовера ( $\Omega_v(k_{\perp}) = \Omega_p(k_{\perp})$ ).

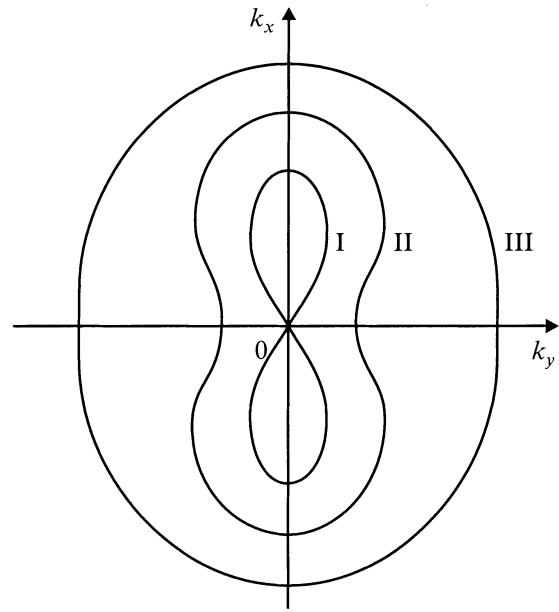
Как известно [19], при анализе условий отражения и преломления объемного нормального колебания на границе исследуемого кристалла важную роль играет форма поверхности волновых векторов такой волны. Локальная геометрия изочастотной поверхности исследуемого типа нормальных объемных колебаний неограниченного кристалла должна существенно влиять и на структуру спектра этих колебаний в кристалле конечных размеров, поскольку в данном случае пространственное распределение амплитуды объемных колебаний является результатом интерференции падающих и отраженных от границ образца объемных волн. Анализ влияния эффектов гибридизации магнитоэлектрического и неоднородного обменного взаимодействий на форму поверхности волновых векторов нормальных спиновых волн ЕН-типа в неограниченном магнетике и связи ее локальной геометрии с найденными выше аномалиями спектра (13) объемных ЕН-магнонов в пластине магнитоэлектрического антиферромагнетика посвящен следующий раздел.

## 5. Форма изочастотной поверхности и структура спектра волноводных ЕН-магнонов

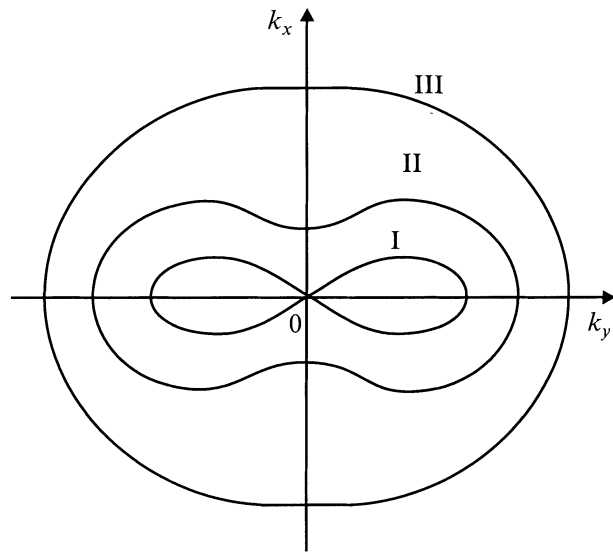
Поскольку волновой вектор исследуемого ЕН-магнона в соотношениях (6) и (13) лежит в плоскости ХУ, для решения поставленной задачи необходимо с помощью (6) изучить в  $\mathbf{k}$ -пространстве форму сечения изочастотной ( $\omega = \text{const}$ ) поверхности рассматриваемой нормальной спиновой волны ЕН-типа плоскостью  $k_x k_y$ . Соответствующее выражение может быть представлено в виде ( $k_y^2 / k^2 \equiv \sin^2 \theta$ ,  $k^2 \equiv k_x^2 + k_y^2$ )

$$c_m^2 k^2 = (\omega^2 - \omega_E^2 \cos^2 \theta (\mu \sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^{-1}) \times (1 + A_p \sin^2 \theta)^{-1} - \omega_0^2. \quad (16)$$

Анализ экстремальных точек кривых (16) и их сопоставление с результатами проведенного выше анализа формы дисперсионных кривых (13) показывают, что существование локального экстремума на дисперсионной кривой исследуемого волноводного ЕН-магнона связано с формированием в неограниченном кристалле на соответствующем сечении поверхности волновых векторов



**Рис. 3.** Структура сечения поверхности волновых векторов ЕН-магнона (16) при  $|\mathbf{E}| = 0$ . I —  $\omega_0^2 < \omega^2 < \omega_0^2(1 + A_p)$ , II —  $\omega_0^2(1 + A_p) < \omega^2 < \omega_0^2(1 + A_p)^2$ , III —  $\omega^2 > \omega_0^2(1 + A_p)^2$ .



**Рис. 4.** Структура сечения поверхности волновых векторов ЕН-магнона (16) при  $\omega_E^2 > \omega_0^2 A_p \mu$ . I —  $\omega_0^2 + \omega_E^2 > \omega^2 > \omega_0^2(1 + A_p)$ , II —  $\omega_0^2 + \omega_E^2 < \omega^2 < \omega_*^2$ , III —  $\omega^2 > \omega_*^2$ ,  $\omega_*^2 \equiv \omega_0^2(1 + A_p)^2 - \omega_E^2(1 + A_p) / \mu$ .

нормальной спиновой волны той же поляризации (16) участка с  $\partial \omega / \partial k_x = 0$  при  $\mathbf{n} \parallel OY$  или с  $\partial \omega / \partial k_y = 0$  при  $\mathbf{n} \parallel OX$ . Будем эта точка максимумом или минимумом определяется знаком локальной гауссовой кривизны кривой (16) в данной точке. В частности, в случае  $|\mathbf{E}| = 0$ ,  $\mathbf{n} \parallel OY$  формирование при  $k_{\perp} \neq 0$  экстремума на дисперсионной кривой (13), так же как и образование на кривой (16) участка с  $\partial \omega / \partial k_x = 0$ , возможно при  $\omega^2 < \omega_0^2(1 + A_p)^2$  (рис. 3). В случае минимума (макси-

му) на дисперсионной кривой (13) гауссова кривизна соответствующего участка на поверхности волновых векторов (16) будет положительной (отрицательной).

В рассматриваемом магнитоэлектрике наличие экстремума дисперсионной кривой объемного дипольно-обменного магнона определяется не только частотой  $\omega$ , номером моды  $\nu$ , толщиной пленки  $d$  и волновым числом  $k_{\perp}$  исследуемого объемного магнона (13), но и величиной внешнего электрического поля  $E_z$ . Например, в случае  $\mathbf{n} \parallel OX$  и  $\omega_E^2 > \omega_0^2 A_p \mu$  для  $\omega_0^2(1 + A_p) < \omega^2 < \omega_*^2$  на кривых (13) и (16) одновременно становится возможным формирование участка с  $\partial\omega/\partial k_{\perp} = 0$  (рис. 4). Если рассмотреть сечения кривой (16) прямыми, заданными условием  $k_y = \text{const}$  или  $k_z = \text{const}$ , то анализ общих точек такой прямой и кривой (16) позволяет получить информацию о структуре спектра соответствующего волноводного ЕН-магнона с заданным волновым числом  $k_{\perp}$ , частотой  $\omega$  и номером моды  $\nu$  (в данном случае о кривых (13)). В частности, если направление нормали к поверхности пленки  $n$  в плоскости волновых векторов  $k_x, k_y$  совпадает с осью ординат ( $\mathbf{n} \parallel OY$ ), то число общих точек прямой  $k_x = k_{perp}$  и кривой (16) определяет максимальное число мод спектра объемных спин-волновых колебаний, которые могут распространяться вдоль оси  $OX$  исследуемой антиферромагнитной пленки толщиной  $2d$  с одинаковым волновым числом  $k_{\perp}$  и частотой  $\omega$  (наличие точек кроссовера). В этой же геометрии наличие общих точек кривой (16) и прямой  $k_y = \kappa_{\nu}$  позволяет определить, с какими волновыми числами  $k_{\perp}$  может распространяться вдоль тонкой пленки толщиной  $2d$  исследуемого антиферромагнетика данный тип волноводного магнона с фиксированным номером моды  $\nu$  и частотой  $\omega$ . Поскольку внешняя нормаль к поверхности волновых векторов совпадает с направлением групповой скорости волны [19], то, как следует из анализа (13), исследование локальной гауссовой кривизны сечения изочастотной поверхности (16) позволяет судить о том, к какому типу волны (прямому или обратному) относится соответствующий участок дисперсионной кривой объемного ЕН-магнона, определяемый из (13) заданными  $\omega, \kappa_{\nu}$  и  $k_{\perp}$ . В частности, в рассматриваемом случае  $\mathbf{k} \in XY$  распространяющаяся вдоль пленки ( $\mathbf{n} \parallel OX$ ) объемная спиновая волна (13) будет волной обратного типа, если проекция внешней нормали к поверхности волновых векторов на ось  $OY$  ( $\mathbf{n} \parallel OX$ ) в точке пересечения этой поверхности с прямой  $k_x = \kappa_{\nu}$  имеет отрицательный знак; если же проекция положительна, то соответствующая волна при заданных  $k_{\perp}, \omega$  и  $\kappa_{\nu}$  будет волной прямого типа.

В данной работе мы в основном анализировали соотношения (10), (11) в нулевом приближении по  $W_{\nu\rho} \ll 1$ , следует отметить, однако, что если в точке вырождения  $\Omega_{\nu}(k_{\perp}) = \Omega_{\rho}(k_{\perp})$  пересекались дисперсионные кривые для волн прямого ( $\partial\Omega_{\nu}(k_{\perp})/\partial k_{\perp} > 0$ ) и обратного ( $\partial\Omega_{\nu}(k_{\perp})/\partial k_{\perp} < 0$ ) типов, то вследствие (12) это вырождение снимается и в результате на

каждой из разошедшихся ветвей спин-волнового спектра возникает по одной дополнительной точке экстремума ( $\partial\Omega_{\nu}(k_{\perp})/\partial k_{\perp} = 0$ ), отвечающей соответственно локальному максимуму или локальному минимуму дисперсионной кривой.

Таким образом, в данной работе в случае пластины антиферромагнетика с центром антисимметрии определены необходимые условия, при выполнении которых наличие постоянного электрического поля приводит к формированию в спектре объемных электродипольно-активных магнонов ранее неизвестных аномалий. К числу найденных особенностей спин-волновой динамики ограниченного магнитоэлектрика, индуцированных постоянным электрическим полем  $\mathbf{E}$ , относятся: 1) превращение волноводного Е-магнона в волноводный магнот ЕН-типа; 2) возможность для заданной магнитооптической конфигурации изменения направления потока энергии, переносимого объемной спиновой ЕН-волной (направления групповой скорости), по сравнению со случаем  $|\mathbf{E}| = 0$ ; 3) возможность формирования как с учетом эффекта пространственной дисперсии (неоднородного обменного взаимодействия), так и в безобменном приближении точек экстремума дисперсионной кривой магнного спектра  $\Omega_{\nu}(k_{\perp})$  при  $k_{\perp} \neq 0$ ; 4) существование при  $k_{\perp} \neq 0$  точек кроссовера дисперсионных кривых, соответствующих модам с номерами  $\nu$  и  $\rho$  спектра объемных спиновых волн ЕН-типа  $\Omega_{\nu}(k_{\perp})$ ; 5) возможность изменения с помощью внешнего электрического поля локальной геометрии изочастотной поверхности нормальной спиновой ЕН-волны в антиферромагнетике с центром антисимметрии. При этом имеется взаимно однозначное соответствие между локальной геометрией поверхности волновых векторов нормального спин-волнового возбуждения ЕН-типа неограниченного кристалла и структурой спектра этого типа волноводных колебаний в случае ограниченного магнетика из того же материала.

Необходимо отметить, что при оценке возможности экспериментального наблюдения всех изученных в данной работе случаев квантования спектра объемных магнонов следует также принимать во внимание и затухание мод. В рамках феноменологической теории учет влияния диссипации не представляет затруднений. Однако поскольку рассматриваемый класс магнитоэлектрических кристаллов экспериментально изучен еще крайне слабо, соответствующие оценки могут быть проведены только по порядку величины. Пусть  $\Delta H_{\nu}$  — ширина линии объемной нормальной моды  $\Omega_{\nu}(k_{\perp})$  с номером  $\nu$ , а  $\Delta\Omega_{\nu\rho}$  — величина щели при снятии вырождения в точке кроссовера объемных нормальных мод  $\Omega_{\nu}(k_{\perp})$  и  $\Omega_{\rho}(k_{\perp})$ . В этом случае из (12) следует, что достаточным условием для экспериментального наблюдения эффектов квантования в спектре объемных магнонов в антиферромагнитной пластине толщиной  $2d$  вдали от точек кроссовера является выполнение соотношения

$$H_E \nu a / 2d \gg \Delta H_{\nu}, \quad (17)$$

где  $H_E$  — обменное поле,  $a$  — постоянная решетки. Как известно [20], величина  $\Delta H_{\nu}$  в зависимости от



температуры может существенно изменяться: например, в случае  $\text{MnF}_2$  такое изменение может достигать четырех порядков. Если считать, что  $\Delta H_\nu \approx 10^3$  Ое,  $H_E \approx 10^6$  Ое,  $a \approx 10^{-8}$  см [20], то из (17) следует, что  $d \ll 10^{-5}$  см. Для наблюдения расталкивания ветвей в области кроссовера мод  $\Omega_\nu(k_\perp)$  и  $\Omega_\rho(k_\perp)$  требуется, согласно (12), выполнение более жесткого, чем (17), критерия ( $g$  — магнитомеханическое соотношение)

$$\Delta\Omega_{\nu\rho} \gg g\Delta H_\nu. \quad (18)$$

Необходимо также отметить, что, хотя в настоящей работе расчет проводился для конкретного вида обменных и электродинамических граничных условий, область применимости полученных результатов на самом деле является более широкой, поскольку [21] характер спектра объемных колебаний, неоднородных по толщине образца ( $\nu > 1$ ), слабо чувствителен к типу граничных условий. Исключение могут составить условия существования точек кроссовера для дисперсионных кривых, рассчитанных на основе граничных условий (7), (8).

В заключение автор хотел бы выразить глубокую благодарность В.М. Юрченко, Т.Н. Тарасенко и И.Е. Драгунову за поддержку идеи данной работы и плодотворные обсуждения.

## Список литературы

- [1] Г.А. Смоленский, И.Е. Чупис. УФН. **137**, 3, 415 (1982).
- [2] R.V. Pisarev. *Ferroelectrics* **162**, 1–4, 191 (1994).
- [3] S. Bluck, H.G. Kahle. *J. Phys.* **C21**, 11, 5193 (1988).
- [4] Е.А. Туров. *Ferroelectrics* **162**, 1–4, 253 (1994).
- [5] Е.А. Туров, В.В. Меньшенин, В.В. Николаев. *ЖЭТФ* **104**, 6, 4157 (1993).
- [6] Е.А. Туров. *ЖЭТФ* **104**, 5, 3886 (1993).
- [7] Е.А. Туров, В.В. Меньшенин. *ЖЭТФ* **108**, 6, 2061 (1995).
- [8] В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский. *ЖЭТФ* **94**, 9, 268 (1988).
- [9] В.Д. Бучельников, В.Г. Шавров. *ЖЭТФ* **109**, 2, 709 (1996).
- [10] С.В. Тарасенко. *Опт. и спектр.* **86**, 4, 658 (1999).
- [11] С.В. Тарасенко. *ФНТ* **27**, 1, 52 (2001).
- [12] С.В. Тарасенко. *ФНТ* **27**, 2, 178 (2001).
- [13] А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков. *Магнитные колебания и волны.* Наука, М. (1994). 462 с.
- [14] V.I. Alshits, A.N. Darinskii, J. Lothe. *Wave Motion* **16**, 2, 265 (1992).
- [15] О.Г. Вендик, Д.Н. Чарторижский. *ФТТ* **12**, 5, 1538 (1970).
- [16] Б.А. Калиникос. *Изв. вузов. Физика* **24**, 8, 42 (1981).
- [17] В.А. Kalinikos, A.N. Slavin. *J. Appl. Phys.* **C19**, 11, 7013 (1986).
- [18] А.Я. Ярив, П. Юх. *Оптические волны в кристаллах.* Мир, М. (1987). 616 с.
- [19] Ю.И. Сиротин, М.П. Шаскольская. *Основы кристаллофизики.* Наука, М. (1979). 639 с.
- [20] А.А. Мухин. *Препринт ИОФ АН СССР № 245.* М. (1984). 65 с.
- [21] Л.М. Бреховских. *Волны в слоистых средах.* Наука, М. (1973). 343 с.