

Волновые функции и энергии магнетополяронов в полупроводниковых квантовых ямах

© И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, С.Т. Павлов*,**

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия

* Facultad de Fisica de la UAZ, Apartado Postal C-580, 98060 Zacatecas, Mexico

** Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук, 119991 Москва, Россия

E-mail: dorog@dor.ioffe.rssi.ru, korovin@mail.ioffe.ru, pavlov@ahobon.reduaz.mx

(Поступила в Редакцию 29 ноября 2004 г.)

Представлена классификация магнетополяронов в полупроводниковых квантовых ямах. Магнетополяроны образуются вследствие эффекта Джонсона–Ларсена. Путем диагонализации уравнения Шредингера вычислены волновые функции обычных двойных и комбинированных магнетополяронов.

1. Введение

Эффект Джонсона–Ларсена [1–3] возникает при выполнении условия

$$\omega_{LO} = j\omega_{e(h)H}, \quad (1)$$

где ω_{LO} — предельная частота продольного оптического (LO) фонона,

$$\omega_{e(h)H} = |e|H/cm_{e(h)}$$

— циклотронная частота, $m_{e(h)}$ — эффективная масса электрона (дырки), H — магнитное поле, j — число.¹

Эффект Джонсона–Ларсена называют также магнетополяронным резонансом, а образующиеся при условии (1) состояния в полупроводниках — магнетополяронами.

При значениях магнитного поля, соответствующих выполнению условия (1), возникает резонансная связь между зонами с различными квантовыми числами n Ландау (рис. 1). Электрон-фононное взаимодействие приводит к снятию вырождения в точках пересечения уровней, что проявляется в магнетооптических эффектах. Магнетополяронное состояние было впервые обнаружено в массивном InSb в межзонном поглощении света [1–3].

После появления пионерских работ Джонсона и Ларсена магнетополяронный эффект привлек большое внимание как теоретиков, так и экспериментаторов. Интенсивно исследовались магнетополяронные черты в транспортных и оптических явлениях. В течение последних лет новая волна интереса к эффекту Джонсона–Ларсена была стимулирована появлением полупроводниковых объектов пониженной размерности, в которых эффект увеличивается вследствие размерного квантования электронных возбуждений.

Образование поляронных состояний имеет место как в трехмерных (3D), так и в квазидвумерных (2D) системах. Различие между системами заключается в спектрах электрона (дырки) в присутствии квантуемого

¹ В случае „классического“ эффекта Джонсона–Ларсена j — целое число, но, как показано далее, при некоторых дробных значениях j возникает так называемый ослабленный магнетополяронный эффект.

магнитного поля: в 3D-системе это одномерные зоны Ландау, в 2D-системе — дискретные уровни. Это различие приводит к разной величине расталкивания уровней электрон-фононной системы.

В 3D- и 2D-системах магнетополяронные состояния играют важную роль в формировании частотной зависимости магнетооптических эффектов, таких как межзонное поглощение света, циклотронный резонанс и комбинационное рассеяние света (см. обзоры [4–7]).

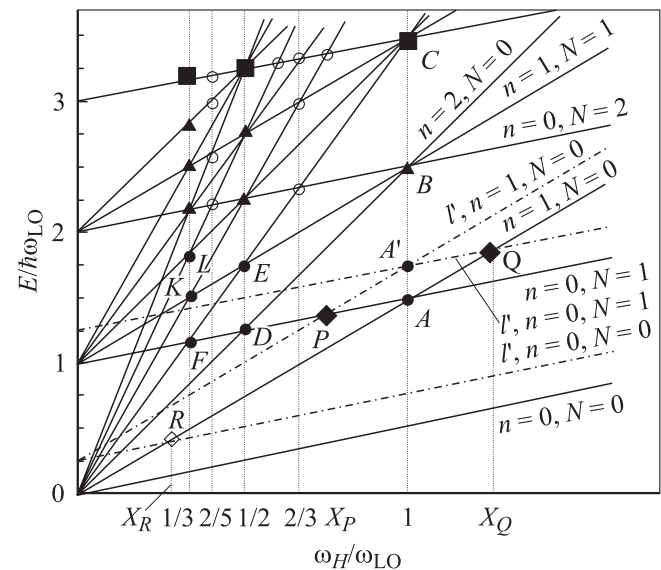


Рис. 1. Уровни электрон (дырочно)-фононной системы как функции магнитного поля. Точкам пересечения линий соответствуют поляронные состояния. Темные кружки — двойные поляроны, треугольники — тройные поляроны, квадраты — четверные поляроны, светлые кружки — ослабленные поляроны, темные ромбы — комбинированные поляроны, светлые ромбы — ослабленные комбинированные поляроны. ω_H — циклотронная частота, ω_{LO} — частота LO-фонона, E — энергия, отсчитанная от энергии ϵ_l размерного квантования, n — номер уровня Ландау, N — число фононов, l, l' — числа размерного квантования.

В [8] Коровин и Павлов показали, что в случае объемного полупроводника магнетополяронное расщепление пропорционально $\alpha^{2/3} \hbar \omega_{LO}$, где α — безразмерная константа электрон-фононной связи Фрелиха [9], причем $\alpha \ll 1$.

В квазидвумерных системах, в частности в полупроводниковых квантовых ямах (КЯ), эффект усиливается, и расхождение между компонентами расщепления пика (например, поглощения света) становится пропорциональным $\alpha^{1/2} \hbar \omega_{LO}$ [10–17].

2. Классификация магнетополяронов

На рис. 1 сплошными линиями показаны термы электрон-фононной системы, относящиеся к значению квантового числа l размерного квантования. Используется модель, в которой все фононы, существенные при образовании магнетополяронов, имеют одну частоту ω_{LO} без учета дисперсии. По оси абсцисс отложено отношение $j^{-1} = \omega_{e(h)H} / \omega_{LO}$, по оси ординат — отношение $E / \hbar \omega_{LO}$, где E — энергия, отсчитанная от энергии $\varepsilon_l^{e(h)}$, соответствующей уровню l размерного квантования (величины $\varepsilon_l^{e(h)}$ для КЯ конечной глубины приведены, например, в [18]).

Точкам пересечения термов соответствуют поляронные состояния. Темными кружками обозначены „двойные“ поляроны (пересечение только двух термов). Рассмотрим некоторую точку пересечения термов, которой отвечает число j (см. (1)). Пусть n — номер уровня Ландау, проходящего через данную точку пересечения термов при $N = 0$. Тогда для существования двойного полярона должны выполняться условия

$$2j > n \geq j. \quad (2)$$

Видно, что значению $j = 1$ соответствует один двойной полярон, обозначенный буквой A . Значению $j = 2$, т.е. $\omega_H / \omega_{LO} = 1/2$, отвечают два двойных полярона (D и E), значению $j = 3$, т.е. $\omega_H / \omega_{LO} = 1/3$, — три двойных полярона (F , K и L), и т.д.

На рис. 1 приведены не все поляроны, расположенные левее $\omega_H / \omega_{LO} = 1/3$. Заметим, что для эксперимента чрезвычайно важно существование поляронов, соответствующих числам $j > 1$. Действительно, резонансные значения $H_{resj} = \omega_{LO} mc / j |e|$ уменьшаются в j раз по сравнению с H_{res1} для полярона A .

Выше двойных поляронов расположены тройные поляроны, соответствующие пересечению трех термов, еще выше — четверные и т.д. На рис. 1 тройные поляроны обозначены треугольниками, четверные — квадратами. Число поляронов каждого сорта при данном j равно j . Тройные поляроны в объемных кристаллах впервые рассмотрены в [19], в КЯ — в [20–22].

Отметим, что для пересечения трех и более термов в одной точке необходима эквидистантность уровней Ландау. Для того чтобы теория [22] тройных поляронов была применима, необходимо, чтобы поправки к

энергии, обусловленные непараболичностью зоны или экситонным эффектом [23], были меньше величины расщепления термов. Но в случае двойных поляронов нарушение эквидистантности уровней не является препятствием, так как пересечение двух термов все равно существует.

Все упомянутые выше поляроны соответствуют целому значению j . Кроме того, на рис. 1 присутствуют другие пересечения термов с квантовым числом l (сплошные линии), обозначенные светлыми кружками. Они соответствуют дробным значениям j . Поскольку термы, пересекающиеся в этих точках, характеризуются величинами $\Delta N \geq 2$, реальные прямые переходы между ними с испусканием одного фонона невозможны. Назовем такие поляроны ослабленными. Поскольку термы пересекаются, их расщепление неизбежно, но для вычисления величины расщепления нужно учитывать переходы между пересекающимися термами через виртуальные промежуточные состояния или учитывать в операторе электрон-фононного взаимодействия малые двухфононные вклады. В результате величины ΔE_{weak} расщепления термов в случае ослабленных поляронов должны быть существенно меньше, чем в случае поляронов при целых j . Вклады переходов через промежуточные состояния в величины ΔE_{weak} более высокого порядка по безразмерной константе связи Фрелиха α чем $\alpha^{1/2}$.

При учете двух или более значений квантового числа l размерного квантования картина пересечения термов значительно усложняется. Помимо обычных поляронов, соответствующих уровню l' (например, полярон A'), появляются комбинированные магнетополяроны, для которых электрон-фононное взаимодействие связывает два электронных уровня с разными числами l . Числа Ландау могут при этом совпадать или быть разными [24,25]. На рис. 1 для примера штрихпунктирными линиями показаны три терма, относящиеся к квантовому числу l' , и положение двух комбинированных поляронов P и Q , обозначенных темными ромбами. На рис. 1 следовало бы провести больше штрихпунктирных линий и получить большее число комбинированных поляронов. Однако это сильно усложнило бы рисунок. Для примера на рис. 1 обозначен полярон R (светлый ромб), который является комбинированным и ослабленным.

Интересной особенностью комбинированных поляронов является то, что соответствующие значения магнитных полей зависят от расстояния $\Delta \varepsilon = \varepsilon_{l'} - \varepsilon_l$ между уровнями l и l' размерного квантования и, следовательно, от глубины и ширины КЯ. Действительно, с помощью рис. 1 легко получить

$$\begin{aligned} (\omega_H / \omega_{LO})_P &= X_P = 1 - \Delta \varepsilon / \hbar \omega_{LO}, \\ (\omega_H / \omega_{LO})_Q &= X_Q = 1 + \Delta \varepsilon / \hbar \omega_{LO}. \end{aligned} \quad (3)$$

На рис. 1 представлен случай $\Delta \varepsilon < \hbar \omega_{LO}$. Если $\Delta \varepsilon > \hbar \omega_{LO}$, то остается только один комбинированный полярон, которому отвечает второе из равенств (3). Существенно, что магнетополярон P на рис. 1 соответствует гораздо меньшим значениям магнитного поля H ,

чем полярон А. Это должно облегчить его экспериментальное наблюдение.

Еще один вид комбинированного полярона [24,25] не приведен на рис. 1, поскольку он существует только при условии

$$\Delta\varepsilon = \hbar\omega_{\text{ЛО}}, \quad (4)$$

когда термы $l', n, N = 0$ и $l, n, N = 1$ совпадают при всех значениях магнитного поля. Для выполнения резонансного условия (4) требуется определенное расстояние между уровнями l и l' , что достигается подбором ширины и глубины КЯ. Магнитное поле требуется только для формирования уровней Ландау и может быть выбрано сравнительно небольшим. Будем говорить, что при условии (4) возникает особое поляронное состояние.

Для того чтобы была применима картина, изображенная на рис. 1, необходимо, чтобы расстояния между соседними уровнями $l, l-1, l+1$ были много больше величины ΔE поляронных расщеплений. Поскольку расстояния между уровнями уменьшаются с ростом ширины d КЯ, на величину d накладываются ограничения сверху (численные оценки см. в [26], рис. 2, 3).

3. Гамильтониан системы

Энергетический спектр всех двойных магнетполяронов — как обычных (классических), так и комбинированных — определяется двумя способами, дающими одинаковые результаты. Один из них был впервые использован в [8] и состоял в определении полюсов одночастичной функции Грина электрона. Он также применялся в [25,26]. Другой способ описан в работе [18], посвященной полярону А. Волновые функции полярона представлены как суперпозиции волновых функций невозмущенных состояний (в случае полярона А это состояния ($n = 1, N = 0$ и $n = 0, N = 1$) с неизвестными пока коэффициентами). Уравнение Шредингера сводится к системе двух уравнений для двух коэффициентов. Приравняв детерминант к нулю, получаем квадратное уравнение для энергий поляронных состояний $p = a$ и $p = b$. Преимущество по сравнению с первым способом состоит в том, что одновременно с вычислением энергий мы находим волновые функции магнетполяронов, а эти функции необходимы для описания многих магнетооптических эффектов.

В настоящей работе результаты [18] для полярона А обобщены на случай всех двойных поляронов, включая обычные комбинированные и особые поляронные состояния. Особое внимание обратим на вид ранее неизвестных волновых функций. Теория не распространяется на ослабленные, тройные, четверные и т.п. поляроны.

Рассмотрим полупроводниковую КЯ типа I с шириной запрещенной зоны E_g и барьером ΔE_e для электронов. Для определенности будем исследовать магнетопляроны с участием электронов. Результаты могут быть легко использованы для описания магнетопляронов с участием дырок.

Магнитное поле направлено по оси z перпендикулярно плоскости КЯ. Векторный потенциал выбираем в виде $\mathbf{A} = \mathbf{A}(0, x, H, 0)$. Уравнение Шредингера для электронов, взаимодействующих с ЛО-фононами, имеет вид

$$\mathcal{H}\Theta = E\Theta, \quad \mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + V, \quad \mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_e + \mathcal{H}_{\text{ph}}, \quad (5)$$

причем

$$\mathcal{H}_e \Psi_{n,k_y,l} = [(n + 1/2)\hbar\omega_{eH} + \varepsilon_l] \Psi_{n,k_y,l}, \quad (6)$$

где

$$\Psi_{n,k_y,l} = \Phi_n(x + a_H^2 k_y) L_y^{-1/2} \exp(ik_y y) \varphi_l(z),$$

$$\Phi_n(x) = (\pi^{1/2} 2^n n! a_H)^{-1/2} H_n(x/a_H) \exp(-x^2/2a_H^2), \quad (7)$$

$a_H = \sqrt{c\hbar/|e|H}$ — магнитная длина; $H_n(t)$ — полином Эрмита; функции $\varphi_l(z)$ и уровни ε_l энергии размерного квантования электронов для КЯ конечной глубины определены, например, в [18]; \mathcal{H}_{ph} — гамильтониан фоновой системы, V — оператор взаимодействия электронов с фононами. В случае бесконечно глубокой ямы, когда $\Delta E_e \rightarrow \infty$,

$$\varphi_l(z) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{d}} \sin\left(\frac{\pi lz}{d} + \frac{\pi l}{2}\right), & |z| \leq \frac{d}{2}, \\ 0, & |z| \geq \frac{d}{2}. \end{cases}$$

$$\varepsilon_l(z) = \pi^2 \hbar^2 l^2 / 2m_e d.$$

Обозначим через $\psi_{\text{ph}0}(Y)$ и $\psi_{\text{ph}v}(Y)$ волновые функции фоновой системы, соответствующие отсутствию фононов и присутствию одного фонона с индексами $v \equiv (\mathbf{q}_\perp, \mu)$ где \mathbf{q}_\perp — волновой вектор фонона в плоскости xy ; μ — прочие индексы [27], Y — координаты фоновой подсистемы. Положим

$$\mathcal{H}_{\text{ph}} \psi_{\text{ph}0} = 0, \quad \mathcal{H}_{\text{ph}} \psi_{\text{ph}v} = \hbar\omega_v \psi_{\text{ph}v}. \quad (8)$$

Функции с большим числом фононов (двумя, тремя и т.д.) не понадобятся, так как в образовании классических двойных поляронов соответствующие состояния не участвуют, так же как в образовании комбинированных поляронов P и Q (рис. 1).

Используем модель, в которой дисперсия ЛО-фононов не учитывается, полагая

$$\omega_v = \omega_{\text{ЛО}}. \quad (9)$$

Влияние дисперсии фононов на магнетопляронный спектр обсуждается в [23]. Взаимодействие электронов с фононами имеет вид

$$V = \sum_v [C_v(\mathbf{r}_\perp, z) b_v + C_v^*(\mathbf{r}_\perp, z) b_v^\dagger], \quad (10)$$

где b_v^\dagger, b_v — операторы рождения и уничтожения фонона,

$$C_v(\mathbf{r}_\perp, z) = C_v \exp(i\mathbf{q}_\perp \mathbf{r}_\perp) \xi_v(z), \quad (11)$$

причем $\xi_v(z)$ выбрано так, что $\xi_v(z=0) = 1$.

В одиночной КЯ вместо объемных ЛО-фононов имеется три типа фононов [27]: 1) так называемые фононы полупространства, не проникающие в КЯ; 2) интерфейсные фононы, которые затухают при удалении от границ КЯ; 3) плененные (confined) фононы в материале КЯ. Последние не проникают в барьер, их амплитуда обращается в нуль на границах КЯ. В случае плененных фононов [27] набор индексов ν включает \mathbf{q}_\perp и дискретные индексы μ , а взаимодействие (11) определяется как

$$\xi_\nu(z) = \xi_\mu(z) = \begin{cases} \cos(\pi\mu z/d), & \mu = 1, 3, \dots, & |z| \leq d/2, \\ \sin(\pi\mu z/d), & \mu = 2, 4, \dots, & |z| \leq d/2, \\ 0, & & |z| \geq d/2, \end{cases}$$

$$C_\nu = C_{\mathbf{q}_\perp, \mu} = -\hbar\omega_{\text{LO}} \sqrt{\frac{8\pi\alpha l}{S_0 d [q_\perp^2 + (\mu\pi/d)^2]}}, \quad (12)$$

где $l = \sqrt{\hbar/2m_e\omega_{\text{LO}}}$; S_0 — нормировочная площадь. Во многих теоретических расчетах спектров магнетополярона в КЯ в качестве электрон-фононного взаимодействия используется взаимодействие Фрелиха с объемными ЛО-фононами [9]. При этом $\mu = q_z$, $\xi_\nu(z) = \exp(iq_z z)$,

$$C_\nu = C_{\mathbf{q}} = -\hbar\omega_{\text{LO}} \sqrt{\frac{4\pi\alpha l^3}{V_0}} \frac{1}{ql},$$

$$\alpha = \frac{e^2}{2\hbar\omega_{\text{LO}}l} (\varepsilon_\infty^{-1} - \varepsilon_0^{-1}), \quad (13)$$

V_0 — нормировочный объем, ε_∞ и ε_0 — высокочастотная и статическая диэлектрическая проницаемость вещества КЯ.

В [26] выяснено, при каких условиях правомерно использование взаимодействия (13) с объемными фононами для описания спектров магнетополяронов в КЯ. Показано, что при достаточно широких КЯ взаимодействием электронов с интерфейсными фононами можно пренебречь, а взаимодействие (12) с плененными фононами приводит к тем же результатам, что и (13). Далее форма взаимодействия (11) не конкретизируется.

4. Волновые функции и энергии магнетополяронов

Рассмотрим полярон, возникающий на пересечении термов $n_0, l_0, N = 1$ и $n_1, l_1, N = 0$, где n — квантовое число Ландау, l — номер уровня размерного квантования, N — число фононов. Волновую функцию ищем в виде суперпозиции

$$\Theta(x, y, z, Y) = \sum_{k_y} a_0(k_y) \Psi_{n_1 k_y, l_1}(x, y, z) \psi_{\text{ph}0}(Y) + \sum_{k_y, \nu} a_1(k_y) \Psi_{n_0, k_y, l_0}(x, y, z) \psi_{\text{ph}\nu}(Y). \quad (14)$$

Индексы 0 и 1 у коэффициентов $a_0(k_y)$ и $a_1(k_y)$ обозначают число фононов. Для удобства дальнейших вычислений введем обозначения

$$\Psi_{n_1, k_y, l_1}(x, y, z) = \Psi_{1, k_y}(x, y, z),$$

$$\Psi_{n_0, k_y, l_0}(x, y, z) = \Psi_{0, k_y}(x, y, z), \quad (15)$$

а также

$$\Sigma_1 = (n_1 + 1/2)\hbar\omega_{eH} + \varepsilon_{l_1},$$

$$\Sigma_0 = (n_0 + 1/2)\hbar\omega_{eH} + \varepsilon_{l_0}. \quad (16)$$

Тогда уравнение Шредингера можно записать в виде

$$(E - \Sigma_1) \psi_{\text{ph}0} \sum_{k_y} a_0(k_y) \Psi_{1, k_y} + (E - \Sigma_0 - \hbar\omega_{\text{LO}}) \times \sum_{k_y} a_1(k_y, \nu) \psi_{\text{ph}\nu} - \psi_{\text{ph}0} \sum_{k_y} \Psi_{0, k_y} \sum_{\nu} C_\nu(\mathbf{r}_\perp, z) a_1(k_y, \nu) - \sum_{k_y} a_0(k_y) \Psi_{1, k_y} \sum_{\nu} C_\nu^*(\mathbf{r}_\perp, z) \psi_{\text{ph}\nu} = 0. \quad (17)$$

В уравнении (17) мы использовали приближение

$$V \psi_{\text{ph}\nu}(Y) \simeq C_\nu(\mathbf{r}_\perp, z) \psi_{\text{ph}0}(Y),$$

поскольку здесь учитывается только связь между состояниями с $N = 0$ и $N = 1$. Все другие возможные переходы приводят к поправкам более высокого порядка по α .

Умножим уравнение (17) последовательно на $\psi_{\text{ph}0}^*(Y)$ и $\psi_{\text{ph}\nu'}^*(Y)$ и проинтегрируем по Y . Используя свойства ортогональности и нормировки фононных функций, получаем два уравнения

$$(E - \Sigma_1) \sum_{k_y} a_0(k_y) \Psi_{1, k_y} - \sum_{k_y} \Psi_{0, k_y} \sum_{\nu} C_\nu(\mathbf{r}_\perp, z) a_1(k_y, \nu) = 0,$$

$$(E - \Sigma_0 - \hbar\omega_{\text{LO}}) \sum_{k_y} a_1(k_y, \nu) \Psi_{0, k_y} - \sum_{k_y} \Psi_{1, k_y} C_\nu^*(\mathbf{r}_\perp, z) a_0(k_y) = 0. \quad (18)$$

Первое из уравнений (18) умножаем на $\Psi_{1, k'_y}^*(x, y, z)$, второе — на $\Psi_{0, k'_y}^*(x, y, z)$, а затем интегрируем по x, y, z . Получаем

$$(E - \Sigma_1) \sum_{k_y} a_0(k_y) \delta_{k_y, k'_y} - \sum_{k_y, \nu} a_1(k_y, \nu) M^*(k_y, k'_y, \nu) = 0,$$

$$(E - \Sigma_0 - \hbar\omega_{\text{LO}}) \sum_{k_y} a_1(k_y, \nu) \delta_{k_y, k'_y} - \sum_{k_y} a_0(k_y) M(k_y, k'_y, \nu) = 0, \quad (19)$$

где введено обозначение для матричного элемента

$$M(k_y, k'_y, \nu) = \int dx dy dz \Psi_{0, k'_y}^*(x, y, z) C_v^*(\mathbf{r}_\perp, z) \times \Psi_{1, k_y}(x, y, z). \quad (20)$$

Используя обозначения (11) и (15), получаем

$$M(k_y, k'_y, \nu) = \delta_{k_y - q_y, k'_y} U^*(\nu) \exp[ia_H^2 q_x (k'_y + q_y/2)], \quad (21)$$

где

$$U^*(\nu) = C_v^* \mathcal{K}_{n_1 n_0}(a_H q_y, -a_H q_x) \mathcal{M}^*(\nu), \quad (22)$$

$$\mathcal{K}_{nm}(p_x, p_y) = \mathcal{K}_{nm}(\mathbf{p}) = \left[\frac{\min(n!, m!)}{\max(n!, m!)} \right]^{1/2} i^{|n-m|} (p/\sqrt{2})^{|n-m|} \times \exp[-p^2/4 + i(\phi - \pi/2)(n-m)] L_{\min(n,m)}^{|n-m|}(p^2/2), \quad (23)$$

$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$, $\phi = \arctg(p_y/p_x)$, $L_m^n(t)$ — полином Лагерра,

$$\mathcal{M}(\nu) = \int dz \varphi_{l_0}(z) \varphi_{l_1}(z) \xi_\nu(z). \quad (24)$$

При выводе (22) использован интеграл

$$\mathcal{K}_{nm}(x, y) = e^{ixy/2} \int_{-\infty}^{\infty} dt f_m(t) f_n(t+x) e^{ity}, \quad (25)$$

где

$$f_n(t) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi} 2^n n!}} \exp(-t^2/2) H_n(t).$$

Подставив (21) в (18) и суммируя по k_y , получаем

$$(E - \Sigma_1) a_0(k_y) - \sum_\nu a_1(k_y - q_y, \nu) \times \exp[-ia_H^2 q_x (k_y - q_y/2)] U(\nu) = 0, \\ (E - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO}) a_1(k_y, \nu) - a_0(k_y + q_y) \times \exp[ia_H^2 q_x (k_y + q_y/2)] U^*(\nu) = 0. \quad (26)$$

Из второго уравнения находим

$$a_1(k_y, \nu) = a_0(k_y + q_y) \exp[ia_H^2 q_x (k_y + q_y/2)] \times U^*(\nu) / (E - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO}). \quad (27)$$

Подставив (27) в первое уравнение, получаем квадратное уравнение для энергии E

$$(E - \Sigma_1)(E - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO}) - \sum_\nu |U(\nu)|^2 = 0. \quad (28)$$

Введем обозначение

$$w(n_0, n_1, l_0, l_1) = \sum_\nu |U(\nu)|^2, \quad (29)$$

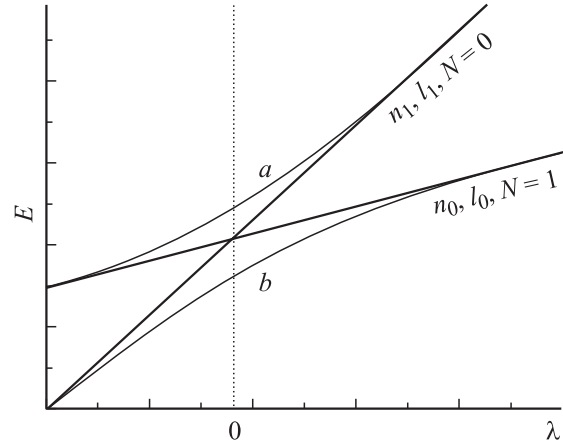


Рис. 2. Схематическое изображение поляронных энергий. $\lambda = \Sigma_1 - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO}$ (см. (16)), $\hbar\omega_{LO} > \varepsilon_{l_1} - \varepsilon_{l_0}$, $h_1 > h_0$.

причем из (22) следует

$$w(n_0, n_1, l_0, l_1) = \sum_\nu |C_\nu|^2 B_{n_0 n_1}(a_H^2 q_\perp^2/2) |\mathcal{M}_{l_0 l_1}(\nu)|^2, \quad (30)$$

где

$$B_{n_0 n_1}(u) = \frac{\min(n_0!, n_1!)}{\max(n_0!, n_1!)} u^{|n_0 - n_1|} e^{-u} [L_{\min(n_0, n_1)}^{|n_0 - n_1|}(u)]^2. \quad (31)$$

Уравнение (28) имеет два решения

$$E_{a,b} = \frac{1}{2} \left\{ \Sigma_0 + \Sigma_1 + \hbar\omega_{LO} \pm \sqrt{(\Sigma_1 - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO})^2 + 4w(n_0, n_1, l_0, l_1)} \right\}, \quad (32)$$

где индексы a и b соответствуют знакам плюс и минус. Энергетическое расстояние между двумя магнетополяронными состояниями равно

$$\Delta E = \sqrt{\lambda^2 + 4w(n_0, n_1, l_0, l_1)}, \quad (33)$$

где

$$\lambda = (n_1 - n_0) \hbar\omega_{eH} - \hbar\omega_{LO} + \varepsilon_{l_1} - \varepsilon_{l_0}$$

описывает отклонение от точного резонанса. Энергетический спектр любого двойного полярона (классического или комбинированного) схематически изображен на рис. 2.

Используя (14), (27), (32) и обозначения (15), получаем волновые функции магнетополяронов в состояниях $p = a$ и $p = b$

$$\Theta_p(x, y, z, Y) = \sum_{k_y} a_{0p}(k_y) \left[\Psi_{1, k_y}(x, y, z) \psi_{\text{ph } 0}(Y) + (E_p - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO})^{-1} \sum_\nu \exp[ia_H^2 q_x (k_y - q_y/2)] \times U_\nu^* \Psi_{0, k_y - q_y}(x, y, z) \psi_{\text{ph } \nu}(Y) \right]. \quad (34)$$

Прямой расчет показывает, что функции с индексами $p = a$ и $p = b$ ортогональны,

$$\int dY dr \Theta_b^* \Theta_a = 0, \quad (35)$$

а из условия нормировки

$$\int dY dr |\Theta_p|^2 = 1 \quad (36)$$

получаем равенство

$$\sum_{k_y} |a_{0p}(k_y)|^2 = \left[1 + \frac{w(n_0, n_1, l_0, l_1)}{(E_p - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO})^2} \right]^{-1}. \quad (37)$$

Выберем коэффициенты $a_{0p}(k_y)$ в виде

$$a_{0p}(k_y) = \delta_{k_y, k'_y} \left[1 + \frac{w(n_0, n_1, l_0, l_1)}{(E_p - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO})^2} \right]^{-1/2}. \quad (38)$$

Тогда волновые функции поляронов характеризуются индексами p и k_y и с использованием обозначений (15) принимают следующий окончательный вид:

$$\begin{aligned} \Theta_{p, k_y}(x, y, z, Y) &= \left[1 + \frac{w(n_0, n_1, l_0, l_1)}{(E_p - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO})^2} \right]^{-1/2} \\ &\times \left[\Psi_{1, k_y}(x, y, z) \psi_{ph 0}(Y) + (E_p - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO})^{-1} \right. \\ &\times \sum_{\nu} \exp[i a_H q_x (k_y - q_y/2)] U^*(\nu) \\ &\times \Psi_{0, k_y - q_y}(x, y, z) \psi_{ph \nu}(Y) \left. \right], \quad (39) \end{aligned}$$

причем выполняются условия ортогональности и нормировки

$$\int dY dr \Theta_{p', k'_y}^* \Theta_{p, k_y} = \delta_{p, p'} \delta_{k_y, k'_y}. \quad (40)$$

С помощью волновых функций (39) определим вероятность нахождения системы в состояниях без фононов и с одним LO-фононом с индексом ν . Получаем

$$\begin{aligned} Q_{0p} &= \left[1 + \frac{w}{(E_p - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO})^2} \right]^{-1} \\ &= \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + 4w^2}} \right), \quad (41) \end{aligned}$$

$$Q_{\nu p} = \frac{|U(\nu)|^2}{(E_p - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO})^2} \left[1 + \frac{w}{(E_p - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO})^2} \right]^{-1}. \quad (42)$$

Суммируя $Q_{\nu p}$ по ν , получаем полную вероятность нахождения системы в состоянии с одним фононом

$$Q_{1p} = \sum_{\nu} Q_{\nu p} = \frac{1}{2} \left(1 \mp \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + 4w^2}} \right) = 1 - Q_{0p}. \quad (43)$$

Во всех формулах верхний знак соответствует $p = a$, нижний — $p = b$. В условиях точного резонанса, когда $\lambda = 0$ или

$$\hbar\omega_{eH} n_1 + \varepsilon_{l_1} = \hbar\omega_{eH} n_0 + \varepsilon_{l_0} + \hbar\omega_{LO}, \quad (44)$$

который достигается при резонансных значениях H_{res} магнитного поля, энергия поляронных состояний равны

$$E_{a,b}^{res} = \Sigma_1 \pm \sqrt{w(n_0, n_1, l_0, l_1)}, \quad (45)$$

а поляронное расщепление

$$\Delta E_{res} = 2\sqrt{w(n_0, n_1, l_0, l_1)}. \quad (46)$$

Численные расчеты величин ΔE_{res} для некоторых поляронов приведены в [25,26].

В точном резонансе вероятности нахождения системы в состояниях без фононов и с одним фононом равны, т. е.

$$Q_{0p} = Q_{1p} = 1/2. \quad (47)$$

Рассмотрим ситуацию вдали от резонанса, когда

$$|\Sigma_1 - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO}| \gg \Delta E_{res}. \quad (48)$$

Результаты различны для случаев $\Sigma_1 - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO} < 0$ и $\Sigma_1 - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO} > 0$. На рис. 2 первому случаю соответствует область слева от точки $\Sigma_1 - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO} = 0$, второму — справа от этой точки. Вводя индексы left и right, получаем

$$E_{a \text{ right}} = E_{b \text{ left}} = \Sigma_1 + \frac{w}{\Sigma_1 - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO}}, \quad (49)$$

$$E_{a \text{ left}} = E_{b \text{ right}} = \Sigma_0 + \hbar\omega_{LO} + \frac{w}{\Sigma_0 - \Sigma_1 + \hbar\omega_{LO}}, \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \Theta_{a, k_y \text{ right}} = \Theta_{b, k_y \text{ left}} &= \Psi_{1, k_y} \psi_{ph 0} + \frac{1}{\Sigma_1 - \Sigma_0 - \hbar\omega_{LO}} \\ &\times \sum_{\nu} \exp[i a_H q_x (k_y - q_y/2)] U^*(\nu) \Psi_{0, k_y - q_y} \psi_{ph \nu}, \quad (51) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Theta_{a, k_y \text{ left}} &= \frac{\sqrt{w}}{\Sigma_0 - \Sigma_1 + \hbar\omega_{LO}} \Psi_{1, k_y} \psi_{ph 0} \\ &+ \frac{1}{\sqrt{w}} \sum_{\nu} \exp[i a_H q_x (k_y - q_y/2)] U^*(\nu) \Psi_{0, k_y - q_y} \psi_{ph \nu}, \quad (52) \end{aligned}$$

$$\Theta_{b, k_y \text{ right}} = -\Theta_{a, k_y \text{ left}}. \quad (53)$$

Результаты (49)–(53) согласуются с формулами теории возмущений² (см., например, [28], стр. 165), если принять во внимание только два состояния системы с индексами $n_0, l_0, N = 1$ и $n_1, l_1, N = 0$. Поправки к энергии пропорциональны α , поправки к волновым функциям пропорциональны $\alpha^{1/2}$. Вдали от резонанса в точке $\Sigma_1 = \Sigma_0 + \hbar\omega_{LO}$ следовало бы учесть возможные переходы в другие состояния системы.

² В [18] допущена опечатка: в правой части аналога формулы (53) вместо знака минус поставлен плюс.

Итак, вычислены энергетические спектры и волновые функции обычных (классических) и комбинированных магнетополяронов в полупроводниковых КЯ. Знание волновых функций необходимо для теоретического рассмотрения оптических явлений, в которых проявляется эффект Джонсона–Ларсена.

Список литературы

- [1] D.M. Larsen, E.J. Johnson. In: Proc. of 8th Int. Conf. on Physics of Semiconductors. Kyoto (1966). J. Phys. Soc. Jap. Suppl **21**, 443 (1966).
- [2] E.J. Johnson, D.M. Larsen. Phys. Rev. Lett. **16**, 15, 655 (1966).
- [3] D.M. Larsen. In: Proc. of the X Int. Conf. on Physics of Semiconductors / Eds S.P. Keller, J.C. Hensel, F. Stern. Cambridge, MA (1970). U.S.A.E.C, Oak Ridge, TN (1970).
- [4] V.J. Ivanov-Omskii, L.I. Korovin, E.M. Shereghii. Phys. Stat. Sol. (b) **90**, 1, 11 (1978).
- [5] R.J. Nicholas, D.J. Barnes, D.R. Seadley, G.M. Langerak, J. Singleton, P.J. van der Wel, J.A.A.J. Perenboom, J.J. Harris, C.T. Foxon. In: Spectroscopy of Semiconductors Microstructures. Vol. 206 of NATO Advanced Study Institute. Ser. B: Physics / Eds G. Fasol, A. Fasolino, P. Lugli. Plenum, N.Y. (1980). P. 451.
- [6] A. Petrou, D.B. McCombe. In: Landau Level Spectroscopy / Eds G. Landwer, E.I. Rashba. Modern Problems in Condensed Matter Sciences. North-Holland, Amsterdam (1988). Vol. 27.2.
- [7] R.J. Nicholas. In: Handbook of Semiconductors / Ed. M. Balkanski. 2nd ed. North-Holland, Amsterdam (1994). Vol. 2.
- [8] Л.И. Коровин, С.Т. Павлов. ЖЭТФ **53**, 5 (11), 1708 (1967); Письма в ЖЭТФ **6**, 2, 525 (1967).
- [9] H. Fröhlich. Adv. Phys. **3**, 2, 325 (1954).
- [10] Л.И. Коровин, С.Т. Павлов, Б.Э. Эшпулатов. ФТТ **20**, 12, 3594 (1978).
- [11] S. Das Sarma, A. Madhukar. Phys. Rev. B **22**, 6, 2823 (1980).
- [12] S. Das Sarma, A. Madhukar. Phys. Rev. Lett. **52**, 10, 859; 1570 (1984).
- [13] G.Q. Hai, T.M. Peeters, J.T. Devreese. In: Phonons in Semiconductor Nanostructures. NATO ASI Ser. E: Applied Sciences / Eds I.P. Leburton, I. Pascual, C. Sotomayor Torres. Kluwer Academic Publ., Dordrecht–Boston–London (1993). Vol. 236. P. 509.
- [14] G.Q. Hai, T.M. Peeters, J.T. Devreese. Phys. Rev. B **47**, 16, 10358 (1993).
- [15] A.O. Govorov. Solid State Commun. **92**, 977 (1994).
- [16] R.J. Nicholas, S. Sasaki, N. Niura, F.F. Peteers, J.M. Shi, C.O. Hai, J.T. Devreese, M.I. Lawless, D.E. Ashenlord, B. Lunn. Phys. Rev. B **50**, 11, 7596 (1994).
- [17] J.M. Shi, F.M. Peteers, J.T. Devreese. Phys. Rev. B **50**, 20, 15182 (1994).
- [18] I.G. Lang, V.I. Belitsky, A. Cantarero, L.I. Korovin, S.T. Pavlov, M. Cardona. Phys. Rev. B **54**, 24, 17768 (1996).
- [19] Л.И. Коровин. ФТТ **13**, 3, 842 (1971).
- [20] Л.И. Коровин, С.Т. Павлов, Б.Э. Эшпулатов. ФТТ **35**, 6, 1562 (1993).
- [21] L.I. Korovin, S.T. Pavlov, B.E. Eshpulatov. Phys. Low-Dim. Struct. **4/5**, 83 (1994).
- [22] I.G. Lang, V.I. Belitsky, A. Cantarero, L.I. Korovin, S.T. Pavlov, M. Cardona. Phys. Rev. B **56**, 11, 6880 (1997).
- [23] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ЖЭТФ **118**, 2 (8), 388 (2000); Cond-mat/0004373.
- [24] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. Письма в ЖЭТФ **65**, 7, 511 (1997).
- [25] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ЖЭТФ **116**, 4 (10), 1419 (1999).
- [26] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ЖЭТФ **115**, 1, 187 (1999).
- [27] N. Mori, T. Ando. Phys. Rev. B **40**, 9, 6175 (1989).
- [28] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. Наука, М. (1974).