

01;11

Магнитная проницаемость и остаточная намагниченность двухфазной случайно неоднородной среды

© В.В. Бакаев,¹ А.А. Снарский,² М.В. Шамонин¹¹H. ROSEN Engineering GmbH, Am Seitenkanal 8, D-49811 Lingen (Ems), Germany²Национальный технический университет Украины "КПИ", 03056 Киев, Украина
e-mail: asnar@phys.carrier.kiev.ua

(Поступило в Редакцию 30 октября 2000 г.)

Рассмотрен случайно неоднородный композит, одна из фаз которого является ферромагнетиком, а вторая немагнитна (пара- или диамагнетик). Найдена зависимость эффективной магнитной проницаемости композита от концентрации и внешнего магнитного поля в случае, когда петлей гистерезиса можно пренебречь. В противоположном случае найдена зависимость остаточной намагниченности композита от концентрации ферромагнитной фазы.

Магнитные композитные материалы постоянно привлекают внимание. Такие материалы широко используются в различных технических приложениях, например для создания ферромагнетиков с большой или, наоборот, практически нулевой петлей гистерезиса. Большое место в создании новых материалов принадлежит разработке макроскопически неоднородных сред, свойствами которых можно управлять в широких пределах (см., например, [1,2]). Большой интерес в последнее время также привлекает гигантский эффект Холла и гигантское магнитосопротивление [3,4 и ссылки к ней].

Основной характеристикой неоднородных сред являются эффективные коэффициенты, в случае магнитных композитов это эффективная проницаемость μ_e . По определению μ_e связывает между собой средние по объему напряженность H и индукцию B магнитного поля

$$\langle \mathbf{B} \rangle = \mu_e \langle \mathbf{H} \rangle \langle \mathbf{H} \rangle, \quad (1)$$

где $\langle \dots \rangle = V^{-1} \int \dots dV$, V — объем усреднения.

Для композитов со случайной структурой вычисление эффективных коэффициентов является сложной задачей, не имеющей общего решения [5]. Существует считанное количество удачных приближений, позволяющих получить аналитические зависимости эффективных коэффициентов от геометрии расположения фаз, степени неоднородности и т.п. Для малой концентрации включений, когда искажение полей одним включением практически не сказывается в области других включений, это приближение Максвелла. В реальных композитах такое приближение, как правило, не выполняется. Наиболее удачным приближением, учитывающим влияние включений друг на друга, является приближение самосогласованного поля Бруггемана–Ландауера (БЛ) [6–8]. Метод БЛ дает хорошее приближение для всех значений параметров, кроме непосредственной близости к порогу протекания при больших значениях неоднородности. В последнем случае необходимо использовать теорию перколяции [8,9].

В настоящей работе будет рассмотрена трехмерная случайно неоднородная среда, одна из фаз которой ферромагнитная, а вторая немагнитна (диа- и парамагнетик, восприимчивостью которых можно пренебречь). Несмотря на формальную схожесть задач о вычислении эффективной удельной проводимости $\langle \mathbf{j} \rangle = \sigma_e \langle \mathbf{E} \rangle$ (\mathbf{j} — ток, \mathbf{E} — поле, $\text{div } \mathbf{j} = 0$, $\text{rot } \mathbf{E} = 0$), эффективной теплопроводности $\langle \mathbf{q} \rangle = \kappa_e \langle -\nabla T \rangle$ (\mathbf{q} — плотность потока тепла, ∇T — градиент температуры, $\text{div } \mathbf{q} = 0$), задача об определении эффективной магнитной проницаемости μ_e (1) отличается от вышеприведенных по крайней мере двумя принципиальными моментами, которые значительно усложняют анализ. Во-первых, локальной эффективной проницаемости $\mu(H)$ присущ особый вид нелинейности (см. вставку на рис. 1), который не сводится ни к слабой нелинейности, когда при малых полях зависимость становится линейной (например, зависимость типа закона Ома), ни к сильной нелинейности, когда предполагается степенная вольт-амперная характеристика (в терминах электрических полей и токов) [10,11]. При достаточно больших магнитных полях относительная магнитная проницаемость близка к единице, т.е. среда, состоящая из ферромагнитной и немагнитной фаз, слабо неоднородна. В то же время в промежуточных полях относительная магнитная проницаемость может достигать больших значений (500 и более), и, таким образом, среда становится сильно неоднородной. Во-вторых, в том случае, когда в ферромагнитной фазе нельзя пренебречь остаточной намагниченностью, понятие магнитной проницаемости теряет свою однозначность.

В настоящей работе мы рассмотрим сначала случай, когда петлей гистерезиса можно пренебречь, т.е. когда в ферромагнитной фазе $\mu_1 = \mu_1(H)$ однозначна функция поля, а потом рассмотрим задачу об определении остаточной намагниченности.

Для определения зависимости μ_e от внешнего поля воспользуемся модификацией приближения БЛ, предложенной в [12,13] для случая степенной нелинейности

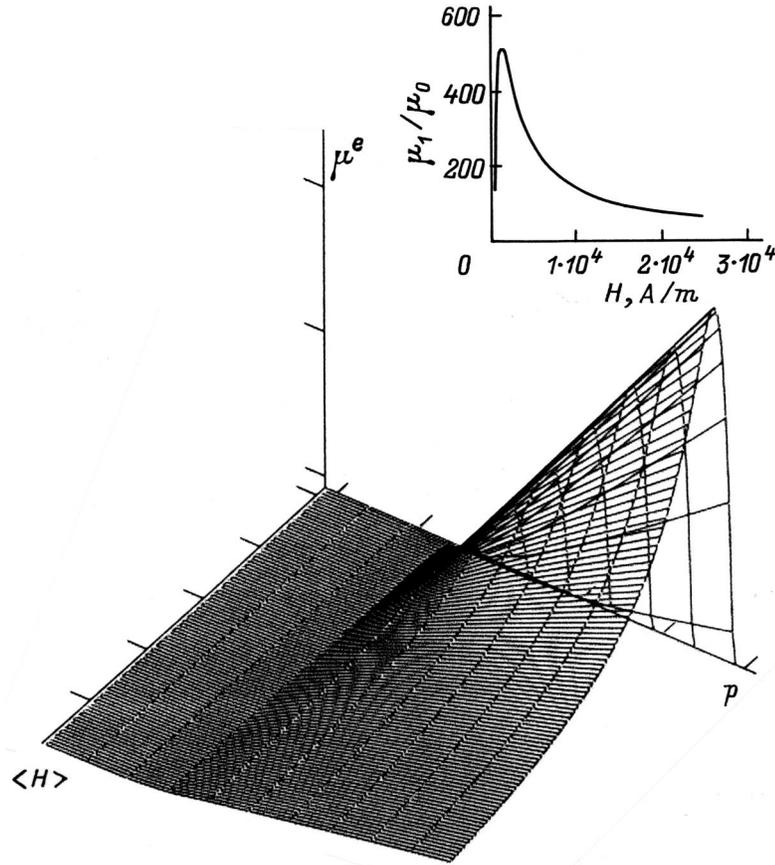


Рис. 1. Зависимость эффективной магнитной проницаемости от концентрации ферромагнитной фазы p и напряженности среднего по объему магнитного поля. На вставке приведена зависимость удельной магнитной проницаемости ферромагнитной фазы.

в вольт-амперной характеристике типа $j = \chi E^\beta$. Следуя [12,13], с учетом того что локальное поле $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ внутри включений постоянно [14], будем характеризовать нелинейную фазу с $\mu_1 = \mu_1(H)$ некоторой постоянной магнитной проницаемостью $\tilde{\mu}_1$

$$\tilde{\mu}_1 = \langle \mu_1(H) \rangle_1, \quad (2)$$

где усреднение берется по объему включений.

Такая замена (2) означает, что композит состоит теперь из двух "линейных" фаз $\tilde{\mu}_1$ и μ_2 (μ_2 практически равна μ_0). Таким образом, для определения μ_e можно воспользоваться стандартным приближением БЛ [6–8]

$$\mu_e = \frac{1}{4} \left\{ (3p - 1)\tilde{\mu}_1 + (2 - 3p)\mu_2 + \sqrt{[(3p - 1)\tilde{\mu}_1 + (2 - 3p)\mu_2]^2 + 8\mu_2\tilde{\mu}_1} \right\}, \quad (3)$$

где p — концентрация ферромагнитной фазы.

Для того чтобы определить зависимость μ_e от $\langle H \rangle$, воспользуемся соотношением [12,13]

$$\langle H^2 \rangle_1 = \frac{\langle H^2 \rangle}{p} \frac{\partial \mu_e}{\partial \tilde{\mu}_1}, \quad (4)$$

которое легко получается (при размерах образца, больших размера самоусреднения) из равенства [15]

$$\langle \mathbf{B}\mathbf{H} \rangle = \langle \mathbf{B} \rangle \langle \mathbf{H} \rangle \quad (5)$$

и определения эффективного коэффициента (1).

Необходимо также выразить $\tilde{\mu}_1$ через $\langle H^2 \rangle_1$, для чего положим

$$\tilde{\mu}_1 = \langle \mu(H) \rangle_1 \approx \mu_1 \left(\sqrt{\langle H^2 \rangle_1} \right). \quad (6)$$

Такое приближение хорошо оправдало себя при вычислении удельной проводимости для случая степенной вольт-амперной характеристики фаз [12,13]. Подстановка (6) в (3) и (3) в (4) дает нелинейное уравнение для определения $\langle H^2 \rangle_1$

$$\langle H^2 \rangle_1 = \frac{\langle H^2 \rangle}{4p} \left[3p - 1 + \frac{[(3p - 1)\tilde{\mu}_1 + (2 - 3p)\mu_2](2 - 3p) + 4\mu_2}{\sqrt{[(3p - 1)\tilde{\mu}_1 + (2 - 3p)\mu_2]^2 + 8\tilde{\mu}_1\mu_2}} \right]. \quad (7)$$

Определяя из (7) поле $\langle H^2 \rangle_1$ и подставляя его в (3), находим эффективную магнитную проницаемость ферромагнитного композита μ_e как функцию концентрации,

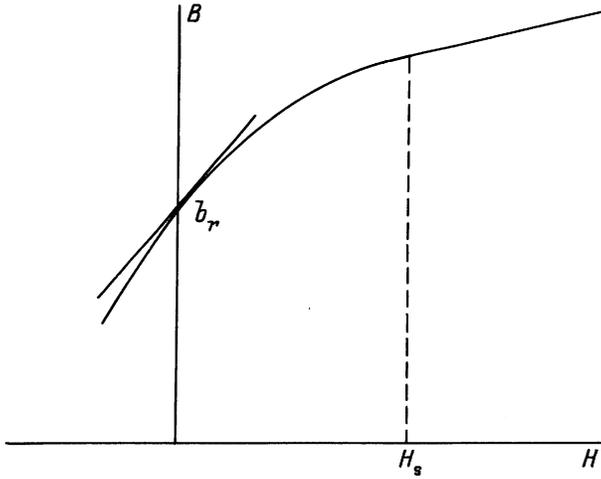


Рис. 2. Верхняя часть петли гистерезиса, b_r — остаточная намагниченность; H_s — поле, при котором достигается техническое насыщение.

внешнего магнитного поля $\langle H \rangle$ и параметров функции нелинейности.

В качестве примера возьмем конкретную зависимость локальной магнитной проницаемости $\mu_1 = \mu_1(H)$, показанную на вставке к рис. 1. На рис. 1 показана рассчитанная по (7) и (8) зависимость μ_e от концентрации ферромагнитной фазы p и внешнего поля $\langle H \rangle$. При $p = 1$, как и должно быть, зависимость μ_e от поля совпадает с зависимостью магнитной проницаемости чистой ферромагнитной фазы. Для магнитных полей, при которых $\mu_1 = \mu_1(H) \gg 1$, на концентрационной зависимости μ_e наблюдается резкий рост при переходе через порог протекания, который для трехмерного случая $p_c \approx 0.2$.

Рассмотрим теперь ферромагнитную фазу с ненулевой петлей гистерезиса. В этом случае понятие как локальной, так и эффективной магнитных проницаемостей теряет однозначность. Однако, так как ферромагнетики с большой петлей гистерезиса используются в основном как постоянные магниты, важно найти зависимость остаточной намагниченности композита B_r от концентрации ферромагнитной фазы. Для этого мы рассмотрим предельную верхнюю часть петли гистерезиса $B_m = B_m(H)$ (рис. 2). При этом мы предполагаем, что при намагничивании внешнее поле $\langle H \rangle$ сначала достигло значений, больших или равных H_s (магнитного поля, при котором достигается техническое насыщение [16]), а потом было уменьшено до нуля.

В рассматриваемой нами схеме приближенного вычисления эффективных свойств композита все включения одной фазы в другой находятся в "одинаковом положении". Влияние включений друг в друга учтено схемой самосогласования, но при этом локальные поля внутри всех включений данной фазы одни и те же. В такой схеме локальная остаточная намагниченность (обозначим ее b_r) во всех ферромагнитных включениях

одна и та же. Так как сейчас нас интересует B_r (т.е. мы будем рассматривать область малых полей $H \approx 0$), предельную кривую намагниченности можно аппроксимировать линейной зависимостью (рис. 2)

$$B(H) = \mu_d H + b_r, \quad (8)$$

где $\mu_d = dB(0)/dH$ — дифференциальная удельная проницаемость в нулевом поле для предельной кривой намагниченности.

Таким образом, для ферромагнитной фазы зависимость $B = B(H)$ теперь имеет вид (8), а для немагнитной остается той же самой, что и ранее, $B(H) = \mu_0 H$. Задача об определении эффективных коэффициентов для таких локальных законов сводится с точностью до обозначений к задаче определения эффективного коэффициента термоэдс. В самом деле, при наличии термоэлектрических явлений

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} + \sigma \alpha (-\nabla T), \quad (9)$$

где \mathbf{j} — плотность тока, \mathbf{E} — напряженность электрического поля, σ — удельная проводимость, α — коэффициент термоэдс, ∇T — градиент температуры.

Выберем следующий случай: 1) среда однородна по теплопроводности (равны удельные теплопроводности фаз $\kappa_1 = \kappa_2$), 2) $\alpha_2 = 0$ (термоэдс во второй фазе отсутствует). Условия 1 и 2 означают, что в среде $\nabla T = \text{const}$; обозначим его величину g . Положим теперь, кроме того, коэффициент первой фазы равным

$$\alpha_1 = -b_r / \sigma_1 g, \quad (10)$$

тогда

$$\begin{aligned} j &= \sigma_1 E + b_r \quad (\text{I фаза}), & B &= \mu_d H + b_r, \\ j &= \sigma_2 E \quad (\text{II фаза}), & B &= \mu_0 H, \end{aligned} \quad (11)$$

что, как видно, с точностью до обозначений ($j \leftrightarrow B$, $E \leftrightarrow H$, $\sigma_i \leftrightarrow \mu_i$) совпадает с задачей об остаточной намагниченности (см. (8) и ниже).

Таким образом, для того чтобы найти остаточную намагниченность композита, необходимо в терминах термоэлектрической задачи найти эффективный коэффициент термоэдс — α_e , тогда B_r будет равна с точностью до обозначений $\alpha_e (\alpha_1 = -b_r / \sigma_1 g) \sigma_e g$. Выражение α_e в приближении SCFMA получено в [17,18]; в нашем случае его можно записать так:

$$\alpha_e = p \alpha_1 \sigma_1 \frac{2\sigma_e + \sigma_2}{2p(\sigma_1 - \sigma_2)\sigma_e + \sigma_1 \sigma_2}, \quad (12)$$

где эффективная проводимость (12) также определяется в приближении SCFMA

$$\begin{aligned} \sigma_e &= \frac{1}{4} \left[(3p - 1)\sigma_1 + (2 - 3p)\sigma_2 \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{[(3p - 1)\sigma_1 + (2 - 3p)\sigma_2]^2 + 8\sigma_1 \sigma_2} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

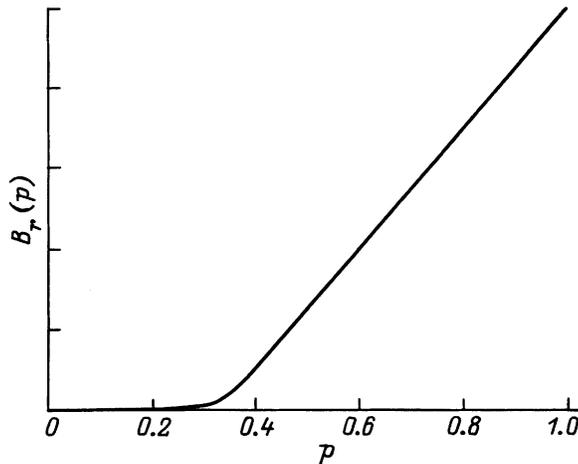


Рис. 3. Зависимость остаточной намагниченности композита B_r от концентрации ферромагнитной фазы.

С учетом всего вышесказанного (и заменой обозначений $\sigma_1 \rightarrow \mu_d$, $\sigma_2 \rightarrow \mu_0$, $\sigma_e \rightarrow \mu_e$) остаточная намагниченность композита B_r может быть записана так:

$$B_r = b_r p \frac{\mu_e}{\mu_0} \frac{2 \frac{\mu_e}{\mu_0} + 1}{2 \left[p \left(\frac{\mu_d}{\mu_0} - 1 \right) + 1 \right] \frac{\mu_e}{\mu_0} + \frac{\mu_d}{\mu_0}}. \quad (14)$$

На рис. 3 показана зависимость остаточной намагниченности от концентрации ферромагнитной фазы.

В работе [1] приведены экспериментальные зависимости (рис. 14–16 в [1]), из которых видно резкое возрастание μ_e в некотором диапазоне концентраций. Такое резкое возрастание свидетельствует о перколяционном переходе. Согласно [1], порог протекания близок к 0.25. Как известно, приближение БЛ не позволяет получить правильные критические индексы эффективных коэффициентов, однако дает хорошее качественное описание роста эффективных коэффициентов при прохождении концентрации через порог протекания. Нелинейный вариант приближения БЛ, как видно из рис. 1, также дает резкое возрастание μ_e при тех же концентрациях. Однако количественные параметры, характер этого возрастания зависят (рис. 1) от величины внешнего магнитного поля, что в терминах теории перколяции означает зависимость критических индексов от внешнего магнитного поля. К сожалению, не удается сравнить полученные теоретически результаты с экспериментом, поскольку в [1] не приведены зависимости магнитной проницаемости ферромагнитной фазы от поля и не указано, при каких полях измерены зависимости μ_e от концентрации. Заметим, что, согласно рис. 3, и остаточная намагниченность ведет себя перколяционноподобным образом. Отметим, наконец, тот неочевидный факт, что значение поля, при котором достигается максимум μ_e , зависит от концентрации ферромагнитной фазы.

Выражаем благодарность П. Розену, Т. Бойкеру, И. Розенмёллеру за плодотворное обсуждение и Пак-Минг Хью и Д. Кальону за присылку оттисков работ. В. Бакаев и А. Снарский благодарны H. ROSEN Engineering GmbH за гостеприимство во время работы над статьей.

Список литературы

- [1] Fiske T.J., Gokturk H.S., Kalyon D.M. // J. Mat. Sci. 1997. Vol. 32. P. 5551–5560.
- [2] Gokturk H.S., Fiske T.J., Kalyon D.M. // J. Appl. Phys. 1993. Vol. 73. P. 5598–5600.
- [3] Proc. Forth, Fifth Intern. Conf. Elect. Transp. and Optic. Prop. of Inhomog. Media / Ed. A.M. Dykhne. Phys. A. 1997. Vol. 241. N 1–2 / Ed. P.-M. Hui. Phys. 1999. Vol. B279. N 1–3.
- [4] Wong S.K., Zhao B., Ng T.K. et al. // Eur. J. Phys. 1999. Vol. B10. P. 481–485.
- [5] Binns K.J., Lawrenson P.S., Trowbridge C.W. The Analytical and Numerical Solution of Electric and Magnetic Fields. Chichester (England): John Wiley & Sons, 1992. 470 p.
- [6] Landauer R. // J. Appl. Phys. 1952. Vol. 23. P. 779–784.
- [7] Bruggeman D.A. // Ann. Phys. (Leipzig). 1935. Vol. 24. P. 636–679.
- [8] Clerc J.P., Giraud G., Laugier J.M., Luck J.M. // Adv. Phys. 1990. Vol. 39. P. 191–308.
- [9] Stauffer D., Aharony A. // Introduction to Percolation Theory. London; Washington: Taylor & Francis, 1992. P. 181.
- [10] Kenkel S.W., Straley J.P. // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49. P. 767–770.
- [11] Straley J.P., Kenkel S.W. // Phys. Rev. 1984. Vol. B29. P. 6299–6305.
- [12] Hui P.M., Cheung P., Kwong Y.R. // Physica. 1997. Vol. A241. P. 301–309.
- [13] Hui P.M., Woo Y.F., Wan W.M.V. // J. Phys. 1995. Vol. C7. P. L593–L597.
- [14] Landau L.D., Lifshitz E.M. // Electrodynamics of Continuous Media. Oxford: Perg. Press, 1960. P. 620.
- [15] Dykhne A.M. // Sov. Phys. JETP. 1971. Vol. 32. P. 63–65.
- [16] Jiles D. Introduction to Magnetism and Magnetic Materials. London: Chapman and Hall, 1991. P. 440.
- [17] Webman I., Jortner J., Cohen M.H. // Phys. Rev. 1977. Vol. B16. P. 2959–2964.
- [18] Balagurov B.Ja. // J. Tech. Phys. Semicond. 1982. Vol. 16. P. 259–264.