05

Влияние сквозной проводимости на определение характеристик процессов релаксационной поляризации

© А.С. Богатин, И.В. Лисица, С.А. Богатина

Ростовский государственный университет, Ростов-на-Дону
E-mail: bogatin@phys.rsu.ru

Поступило в Редакцию 11 апреля 2002 г.

Обсуждено использование ε'' и $\operatorname{tg}\delta$ в качестве характеристик релаксационных процессов в условиях высокой электропроводности. Обнаружены условия, при которых максимумы $\operatorname{tg}\delta$ не исчезают. Сделан вывод о целесообразности использования $\operatorname{tg}\delta$ для описания процессов релаксационной поляризации. Предложен метод количественной оценки интенсивности релаксационного процесса.

Процессы релаксационной поляризации можно описать с помощью уравнения Дебая, которое было им получено для дипольно-ориентационной поляризации, но оказалось справедливым и для других релаксационных процессов. Уравнение описывает зависимость действительной ε' и мнимой ε'' частей комплексной диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$ среды от частоты ω приложенного переменного электрического поля и времени релаксации τ

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\Delta\varepsilon}{1+\omega^2\tau^2}; \qquad \varepsilon'' = \frac{\Delta\varepsilon\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}, \tag{1}$$

где $\Delta\varepsilon = \varepsilon_c - \varepsilon_\infty$. Здесь ε_c значения ε' для низких частот $(\omega \ll 1/\tau)$, ε_∞ — для высоких частот $(\omega \gg 1/\tau)$. ε_0 — электрическая постоянная [1].

Уравнение Дебая предполагает отсутствие в среде процессов сквозной электрической проводимости. При наличии сквозной проводимости оно должно быть преобразовано к виду

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\Delta\varepsilon}{1+\omega^2\tau^2}; \qquad \varepsilon'' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega} + \frac{\Delta\varepsilon\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}, \tag{2}$$

где σ — удельная электропроводность среды на низких частотах. В таком виде уранения Дебая можно использовать и для описания тако-

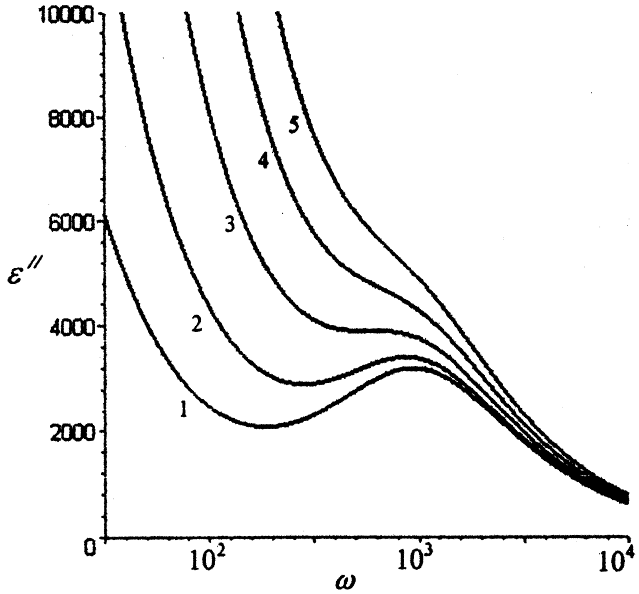

Рис. 1. Зависимость мнимой части диэлектрической проницаемости от логарифма частоты приложенного электрического поля. Для всех кривых $\tau = 10^{-3}$ с, $\varepsilon_\infty = 1000$, $\Delta\varepsilon = 6000$. Частота ω в (c^{-1}). *1* — $\sigma = \sigma_1/4$, *2* — $\sigma = \sigma_1/2$, *3* — $\sigma = \sigma_1$, *4* — $\sigma = 1.7\sigma_1$, *5* — $\sigma = 2.5\sigma_1$.

го процесса релаксационной поляризации как Максвелл–Вагнеровская (междуслойная) [2].

Время релаксации τ — единственный микропараметр процесса релаксационной поляризации, который может быть получен непосредственно из эксперимента (например, из кривой $\varepsilon''(\omega)$). В частотной зависимости ε'' имеется максимум. При отсутствии сквозной проводимости $\tau \cdot \omega_{m1} = 1$ (ω_{m1} — частота, соответствующая максимуму $\varepsilon''(\omega)$). При наличии сквозной проводимости положение максимума в зависимости $\varepsilon''(\omega)$ находится из уравнения

$$\omega_{m1}^4 \tau^3 (\sigma\tau + \Delta\varepsilon\varepsilon_0) - \omega_{m1}^2 \tau (\Delta\varepsilon\varepsilon_0 - 2\sigma\tau) + \sigma = 0. \qquad (3)$$

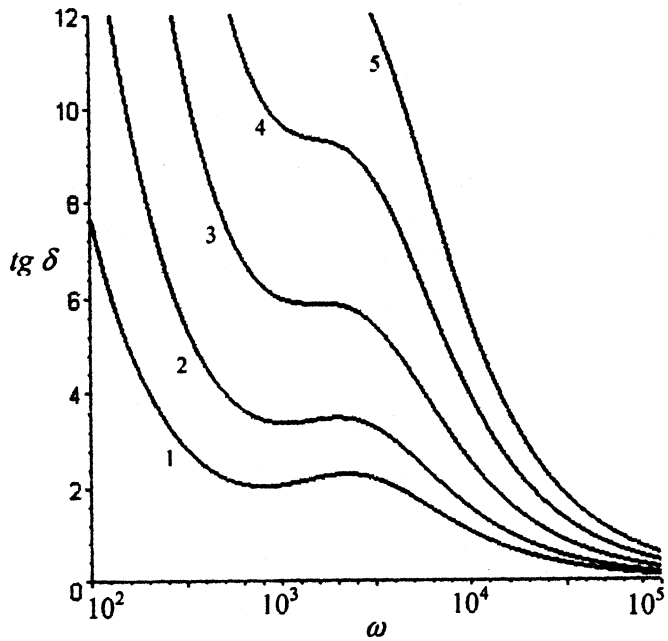

Рис. 2. Зависимость тангенса угла диэлектрических потерь от логарифма частоты приложенного электрического поля. Для всех кривых $\tau = 10^{-3}$ с, $\varepsilon_\infty = 1000$, $\Delta\varepsilon = 6000$. Частота ω в (c^{-1}). *1* — $\sigma = \sigma_2/4$, *2* — $\sigma = \sigma_2/2$, *3* — $\sigma = \sigma_2$, *4* — $\sigma = \sigma_2$, *5* — $\sigma = 2.5\sigma_2$.

Максимуму в частотной зависимости ε'' соответствует больший положительный корень этого уравнения, минимуму — меньший положительный корень. С ростом σ частота минимума растет, максимума уменьшается. Относительная высота пика в максимуме снижается. При $\sigma = \sigma_1$, где $\sigma_1 = \varepsilon_0(\Delta\varepsilon)/(8\tau)$, оба корня совпадают, на кривой $\varepsilon''(\omega)$ наблюдается точка перегиба. При $\sigma > \sigma_1$ максимумы в зависимости $\varepsilon''(\omega)$ исчезают (рис. 1).

Время релаксации τ может быть оцененно также из частотной зависимости $\operatorname{tg}\delta = \varepsilon''/\varepsilon'$. При $\sigma = 0$ частота, соответствующая максимуму $\operatorname{tg}(\omega)$, равна

$$\omega_{m2} = \frac{1}{\tau}\sqrt{\frac{\varepsilon_\infty + \Delta\varepsilon}{\varepsilon_\infty}}. \quad (4)$$

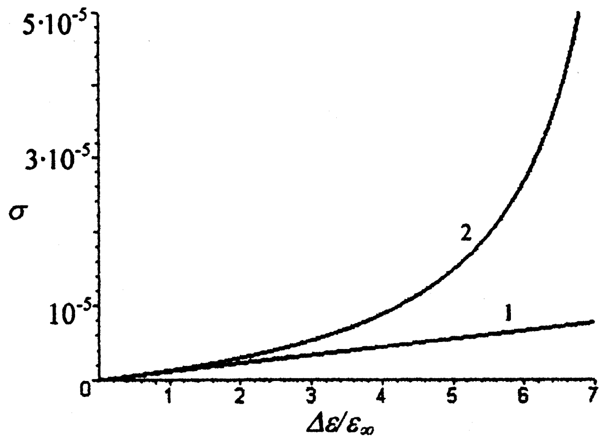

Рис. 3. Зависимость удельной электропроводности среды на низких частотах от отношения $\Delta\varepsilon/\varepsilon_\infty$. Значения удельной электропроводности σ в (СМ). Для всех кривых $\tau = 10^{-3}$ с, $\varepsilon_\infty = 1000$. *1* — $\sigma = \sigma_1$, *2* — $\sigma = \sigma_2$.

При наличии электропроводности ω_{m2} находится из уравнения

$$\omega_{m2}^4\varepsilon_0\varepsilon_\infty\tau^3\big(\sigma\tau + \varepsilon_0(\Delta\varepsilon)\big) - \omega_{m2}^2\varepsilon_0\tau\left(\sigma\tau(\Delta\varepsilon) + \varepsilon_0\varepsilon_\infty(\Delta\varepsilon) + \varepsilon(\Delta\varepsilon)^2\right.$$
$$\left. - 2\sigma\varepsilon_\infty\tau\right) + \varepsilon_0\sigma\big((\Delta\varepsilon) + \varepsilon_\infty\big) = 0. \qquad (5)$$

График частотной зависимости $\operatorname{tg}\delta$ похож на график зависимости $\varepsilon(\omega)$, но только при малых $\Delta\varepsilon$. В приведенном уравнении для ω_{m2} могут быть либо два положительных (два отрицательных не имеют физического смысла), либо ни одного действительного корня. При наличии корней меньший соответствует минимуму $\operatorname{tg}\delta(\omega)$, а больший максимуму. Дискриминант D уравнения (5) для ω_{m2} имеет вид

$$\frac{D}{\varepsilon_0^2\tau^2(\Delta\varepsilon)} = \sigma^2\tau^2\big((\Delta\varepsilon) - 8\varepsilon_\infty\big) - \sigma\tau\left(6(\Delta\varepsilon)\varepsilon_0\varepsilon_\infty - 2(\Delta\varepsilon)^2\varepsilon_0 + 8\varepsilon_\infty^2\varepsilon_0\right)$$
$$+ \left(\varepsilon_0^2\varepsilon_\infty^2(\Delta\varepsilon) + 2\varepsilon_0^2\varepsilon_\infty(\Delta\varepsilon)^2 + \varepsilon_0^2(\Delta\varepsilon)^3\right). \qquad (6)$$

При $\Delta\varepsilon < 8\varepsilon_\infty$ знак дискриминанта зависит от величины отношения $\sigma/\varepsilon_\infty$. Приравняв D нулю, получаем квадратное уравнение относитель-

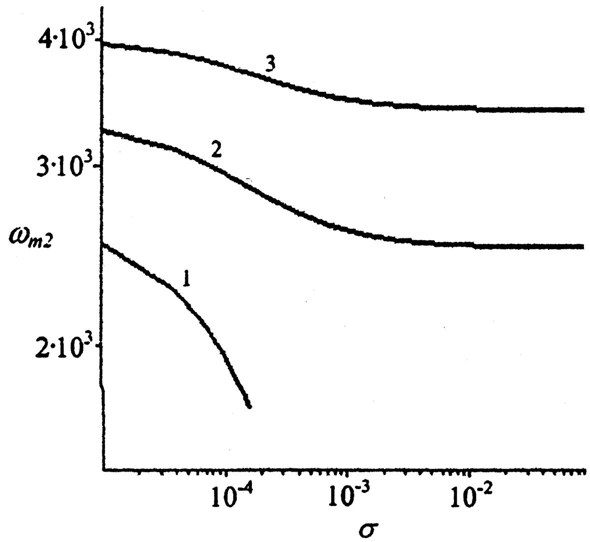

Рис. 4. Зависимость частоты максимума $\mathrm{tg}(\omega)$ от удельной электропроводности среды на низких частотах. Для всех кривых $\tau = 10^{-3}$ с, $\varepsilon_\infty = 1000$. Частота ω_{m2} в (c^{-1}). Значения удельной электропроводности σ в (СМ). *1* — $(\Delta\varepsilon/\varepsilon_\infty) = 6$, *2* — $(\Delta\varepsilon/\varepsilon_\infty) = 10$, *3* — $(\Delta\varepsilon/\varepsilon_\infty) = 15$.

но $(\sigma\tau)$. Решение этого уравнения имеет вид:

$$(\sigma\tau)_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_\infty(\Delta\varepsilon) + (\Delta\varepsilon)^2\varepsilon_0}{8\varepsilon_\infty - (\Delta\varepsilon)}, \qquad (7)$$

$$(\sigma\tau)_2 = \frac{\varepsilon_0\big(7\varepsilon_\infty(\Delta\varepsilon) + 8\varepsilon_\infty^2 - (\Delta\varepsilon)^2\big)}{(\Delta\varepsilon) - 8\varepsilon_\infty}. \qquad (8)$$

Первый корень имеет физический смысл при $\Delta\varepsilon < 8\varepsilon_\infty$. Условно назовем эту ситуацию слабый релаксационный процесс. В этом случае максимумы $\mathrm{tg}(\omega)$ исчезают при $\sigma > \sigma_2$ (рис. 2), где $\sigma_2 = (\varepsilon_0\varepsilon_\infty(\Delta\varepsilon) + (\Delta\varepsilon)^2\varepsilon_0)/((8\varepsilon_\infty - (\Delta\varepsilon))\tau)$. Сравнивая σ_1 с σ_2, легко увидеть, что σ_2 всегда больше σ_1 (рис. 3), что означает исчезновение максимумов в $\mathrm{tg}\,\delta(\omega)$ происходит всегда при больших σ, чем исчезновение максимумов в $\varepsilon''(\omega)$. Различие между σ_1 и σ_2 тем больше, чем больше $\Delta\varepsilon$, т.е. чем сильней выражена релаксационная поляризация в веществе. Возрастание различия между σ_1 и σ_2 резко усиливается при стремлении $\Delta\varepsilon$ к $8\varepsilon_\infty$.

При $\Delta\varepsilon > 8\varepsilon_\infty$ дискриминант D становится сугубо положительной величиной и не меняет знак при любых σ. Таким образом, в случае развития сильного релаксационного процесса ($\Delta\varepsilon > 8\varepsilon_\infty$) максимумы в зависимости $\mathrm{tg}(\omega)$ не исчезают ни при каких σ. На это обстоятельство не обратил внимания автор работы [3]. С другой стороны, в частотной зависимости ε'' максимумы исчезнут при $\sigma > \sigma_1$. С учетом выше сказанного можно утверждать, что при наличии электропроводности в веществе $\mathrm{tg}\,\delta$ для него более чувствительная характеристика релаксационной поляризации, чем ε''.

Интересно пронаблюдать за изменением частотного положения максимума $\mathrm{tg}\,\delta$ при изменении σ. При $\Delta\varepsilon < 8\varepsilon_\infty$ эта зависимость описана в литературе [1]. С ростом σ частота максимума уменьшается. При $\sigma = \sigma_2$ частоты максимума и минимума совпадают. При дальнейшем росте σ максимумы исчезают. Иная ситуация складывается при $\Delta\varepsilon > 8\varepsilon_\infty$. Здесь с ростом σ максимумы также смещаются в область меньших частот, но затем это смещение прекращается, наступает насыщение, и сколько бы σ ни росла, смещение максимума не происходит (рис. 4). В области σ, где смещение максимума есть, оно тем меньше, чем больше отношение $\Delta\varepsilon/\varepsilon_\infty$.

Список литературы

[1] *Фрелих Г.* Теория диэлектриков. М.: Иностранная литература, 1960. 251 с.

[2] *Богородицкий Н.П., Волоковинский Ю.М., Воробьев А.А.* Теория диэлектриков. М.; Л.: Энергия, 1965. 344 с.

[3] *Бердов Г.И.* // Известия высших учебных заведений, сер. физическая. 1962. № 3. С. 9–13.