01

Квазистационарное распределение релятивистских частиц в изогнутом кристалле

© В.П. Кощеев

Сургутский государственный университет
E-mail: koscheev@surgu.wsnet.ru

Поступило в Редакцию 21 июня 2002 г.

Показано, что в изогнутом кристалле формируется квазистационарное распределение релятивистских частиц (протонов) по поперечным энергиям с характерной шириной, меньшей чем тысячные доли электроновольта.

Поворот и охлаждение пучков релятивистских частиц в изогнутых кристаллах были предсказаны в работе [1]. В [2] была построена теория объемного захвата релятивистских частиц в режим каналирования, где было показано, что дискретность потенциала атомной плоскости изогнутого кристалла является причиной механизма упругих потерь энергии поперечного движения каналированных частиц, которые в 10^7 раз превосходят неупругие потери энергии поперечного движения.

Движение быстрых заряженных частиц в изогнутых плоскостных каналах кристалла будем описывать с помощью уравнения Фоккера–Планка [3]. Это уравнение было построено с помощью стохастического уравнения эволюции поперечной энергии каналированных частиц [4–5]. Уравнение Фоккера–Планка имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial [A(\varepsilon) f]}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 [B(\varepsilon) f]}{\partial \varepsilon^2}, \qquad (1)$$

где $f = f(\varepsilon, t)$ — плотность потока каналированных частиц в пространстве поперечных энергий.

Коэффициенты сноса и диффузии каналированных частиц в пространстве поперечных энергий имеют вид

$$A(\varepsilon) = -\frac{2pv}{RT(\varepsilon)}\Big[x_2(\varepsilon) - x_1(\varepsilon)\Big] + \frac{1}{4}\frac{\partial B(\varepsilon)}{\partial \varepsilon};$$

$$B(\varepsilon) \simeq \frac{4\big(x_2(\varepsilon) - x_1(\varepsilon)\big)}{T^2(\varepsilon)} \int\limits_{x_1(\varepsilon)}^{x_2(\varepsilon)} D(x)dx,$$

где $T(\varepsilon)$ — период колебаний частицы в плоскостном канале кристалла; $x_{1,2}$ — точки поворота классической траектории каналированных частиц могут быть определены из уравнения $U_{eff}(x_{1,2}) = \varepsilon$; эффективный потенциал плоскостного канала изогнутого кристалла имеет вид

$$U_{eff}(x) = \overline{U}(x) - \frac{pvx}{R};$$

$E = pv$ — энергия налетающей частицы; R — радиус изгиба кристалла; $y = s\cos\phi$; $z = s\sin\phi$; угол ϕ лежит в плоскости YOZ вдали от главных кристаллографических направлений; $s \simeq vt$ — глубина проникновения каналированных частиц в кристалл; $\overline{U}(x)$ — непрерывный потенциал плоскостного канала кристалла, усредненный по тепловым колебаниям; $D(x)$ — коэффициент диффузии каналированных частиц.

Решение уравнения (1) будем искать в приближении гармонического потенциала плоскостного канала, постоянного значения радиуса изгиба кристалла и постоянного значения плотности атомных электронов.

Сперва рассмотрим чисто динамическую задачу, когда коэффициент диффузии равен нулю. Непосредственной подстановкой можно показать, что функция

$$\overline{f}(\varepsilon, t) = \left[\frac{1}{4(\varepsilon+\varepsilon_*)V_{\max}}\left(1 + \frac{\varepsilon_*}{(\sqrt{\varepsilon+\varepsilon_*} + (4t/T)\sqrt{\varepsilon_*})^2 - \varepsilon_*}\right)\right]^{1/2} \quad (2)$$

является решением уравнения (1) с $B(\varepsilon) = 0$ и начальным условием

$$\overline{f}(\varepsilon, t=0) = [4\varepsilon V_{\max}]^{-1/2}, \quad (3)$$

соответствующим пучку частиц с нулевой расходимостью, падающему на поверхность кристалла с нулевым углом разориентации. В (2) введены следующие обозначения: $\varepsilon_* = (R_c/R)^2 V_{\max}$; $V_{\max}$ — максимальное значение потенциала изолированной атомной плоскости; R_c — критический радиус изгиба кристалла [1]. Легко видеть, что после нескольких периодов осцилляций в плоскостном канале $(4t/T) \gg 1$ функция распределения (2) перестает зависеть от времени

$$\overline{f}(\varepsilon, t \gg T) = [4(\varepsilon + \varepsilon_*)V_{\max}]^{-1/2}. \qquad (4)$$

Таким образом, под действием упругих потерь энергии поперечного движения, вызванных дискретностью потенциала атомной плоскости изогнутого кристалла, происходит смещение функции распределения по поперечным энергиям и ее максимума от $\varepsilon = 0$ в неизогнутой части кристалла к $\varepsilon = -\varepsilon_*$ в изогнутой его части. При изгибе кристалла дно потенциальной ямы смещается от центра плоскостного канала и понижается на величину $-\varepsilon_*$.

Стационарное решение уравнения (1), которое правильнее называть квазистационарным, так как полная энергия каналированных частиц уменьшается из-за неупругих потерь энергии, имеет вид

$$f_s(\varepsilon) = [4(\varepsilon + \varepsilon_*)\varepsilon_{1/e}]^{-1/2} \exp\left(-\sqrt{(\varepsilon + \varepsilon_*)/\varepsilon_{1/e}}\right). \qquad (5)$$

Характерная ширина функции распределения (5) имеет вид

$$\varepsilon_{1/e} \simeq \frac{8\left[\mathrm{Re}^4 N Z_2 \ln(Ea/\hbar c)\right]^2}{(pv)^3}, \qquad (6)$$

где NZ_2 — средняя плотность атомных электронов; a — радиус экранирования; $\hbar$ — постоянная Планка; c — скорость света.

Для релятивистских протонов в кристалле кремния оценка формулы (6) приводит к следующему результату

$$\varepsilon_{1/e} \simeq \frac{1}{pv}\left(\frac{R}{R_c}\right)^2 \cdot 10^{-6},$$

где $[pv] = \mathrm{GeV}$, а $[\varepsilon_{1/e}] = \mathrm{eV}$ — единицы измерения полной и поперечной энергии соответственно.

Легко видеть, что в широком диапазоне значений полной энергии от 1 до 1000 GeV релятивистские протоны локализованы вблизи минимума потенциала изогнутого плоскостного канала кристалла кремния с рекордно малыми значениями характерной ширины, меньшими чем тысячные доли электроновольта. Из сравнения формул (4) и (5) следует, что учет многократного рассеяния приводит к парадоксальному результату, а именно: не к уширению, а к сужению функции распределения каналированных частиц по поперечным энергиям. Известно (см., например, [6]), что аналогичная ситуация наблюдается в накопительных кольцах, но механизм охлаждения поперечной энергии релятивистских ионов там предполагается несколько иной. Непосредственной проверкой теории может явиться обработка результатов эксперимента [7] по методике, использованной в эксперименте [8]. В эксперименте [8] изгиб кристалла осуществлялся устройством с тремя опорами, что приводит к переменному по глубине проникновения частиц в кристалл радиусу изгиба [9]. Никакого квазистационарного состояния в этом случае образоваться не может, что и было зафиксировано в [8] (см. Fig. 17 в [8]). В эксперименте [7] изгиб кристалла осуществлялся с помощью устройства, обеспечивающего постоянный радиус изгиба, что, как было показано выше, должно привести к образованию квазистационарного распределения по поперечным энергиям. Еще одним косвенным подтверждением теории могут служить результаты эксперимента [10], в котором никак не объяснялся факт отсутствия деканалирования с того участка кристалла, на котором радиус кривизны был постоянным. Изгиб кристалла в [10] осуществлялся устройством, которое имело четыре точки опоры.

Список литературы

[1] *Tsyganov E.N.* // Preprint Fermilab, TM. 682. Batavia, 1976.
[2] *Кощеев В.П.* // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. В. 8. С. 24–27.
[3] *Кощеев В.П.* // Изв. вузов. Физика. 2002. № 1. С. 88–92.
[4] *Кощеев В.П.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. В. 18. С. 61–64.
[5] *Кощеев В.П.* // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. В. 5. С. 1–4.
[6] *Danared H., Kallberg A., Rensfelt K.-G., Simonson A.* // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. N 17. P. 174801–1 174801–4.
[7] *Андреев В.А., Баублис В.В., Дамаскинский Е.А.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 36. № 9. С. 340–343.
[8] *Bak J.F., Jensen P.R., Matsboll H.* et al. // Nucl. Phys. 1984. V. B242. P. 1–30.
[9] *Ellison J.A., Baker S.I., Carrigan R.A., jr.* et al. // Nucl. Instr. Meth. in Phys. Res. 1984. V. B2. P. 9–12.
[10] *Gibson W.M., Kim L.I., Pisharody M.* et al. // Nucl. Instr. Meth. in Phys. Res. 1984. V. B2. P. 54–59.