06

# Эффективные материальные параметры, резонансные и поляризационные свойства магнитофотонного кристалла

#### © С.В. Елисеева, Д.И. Семенцов

Ульяновский государственный университет, 432970 Ульяновск, Россия e-mail: eliseeva-sv@ya.ru, sementsovdi@mail.ru

### (Поступило в Редакцию 20 сентября 2013 г.)

Для взаимно перпендикулярной ориентации оси периодичности, волнового вектора и подмагничивающего поля в приближении мелкослоистой среды получены выражения для эффективных материальных параметров периодической структуры магнетик–диэлектрик. Учет поправок, пропорциональных  $(L/\lambda)^2$ , приводит к зависимости эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей от магнитных и диэлектрических проницаемостей слоев. Исследованы резонансные и поляризационные свойства, а также проводимость рассматриваемой магнитофотонной структуры.

## Введение

В настоящее время активно изучаются особенности распространения электромагнитных волн в различного рода метаматериалах и фотонно-кристаллических структурах (ФКС), свойствами которых можно эффективно управлять [1-4]. Для магнитоактивных структур, выполненных на основе магнитных и диэлектрических слоев, волновые характеристики существенно зависят от величины и направления внешнего магнитного поля по отношению не только к направлению распространения волны, но и к направлению оси периодичности структуры. Особенности распространения электромагнитных волн в такой структуре во много связаны с ее гиротропией, которая является следствием гиротропии магнитных слоев и может проявляться как в СВЧ, так и оптическом диапазонах. Гиротропные свойства структуры связаны с наличием антисимметричных недиагональных компонент у тензора магнитной и (или) диэлектрической проницаемостей  $\hat{\mu}_f$  и  $\hat{\varepsilon}_f$  (в зависимости от рабочего частотного диапазона) магнитных слоев [5–10]. Дисперсионные свойства подобной ФКС должны во много определяться частотной зависимостью компонент указанных тензоров, а также компонент диагонального тензора  $\hat{\varepsilon}_d$  диэлектрических слоев, наличием или отсутствием диссипации энергии, а также соотношением между длиной волны и периодом структуры. В частности, учет диссипативных процессов приводит не только к затуханию собственных волн, но и к значительному изменению характера дисперсии и ограничению минимальной фазовой скорости волн.

Общий вид указанных тензоров существенно зависит от ориентации внешнего магнитного поля. При направлении магнитного поля вдоль оси периодичности сохраняется одноосный характер структуры, как и у сред, состоящих из изотропных слоев. При подмагничивании вдоль двух ортогональных осей, лежащих в плоскости слоев, ФКС приобретает свойства двухосного кристалла. При этом гиротропия и тип анизотропии структуры определяют тип нормальных волн, которые могут распространяться в ФКС. Практическое использование высокочастотных и оптических свойств магнитогиротропных слоистых структур требует знания их эффективных параметров. Основная цель теории эффективной среды [10–13] — определение эффективных параметров сложной структуры данного состава, формы и свойств составных элементов. Этими параметрами являются диэлектрическая и магнитная проницаемости, проводимость или комплексный показатель преломления.

В настоящей работе для случая взаимной перпендикулярной ориентации оси периодичности структуры, волнового вектора и подмагничивающего поля получено общее (по отношению периода структуры к длине волны, т.е.  $L/\lambda$ ) дисперсионное соотношение. В длинноволновом приближении получены эффективные диэлектрическая и магнитная проницаемости (ДП и МП), определяющие эффективный показатель преломления мелкослоистой среды с учетом поправок, квадратичных по малому параметру  $L/\lambda$ . В указанном приближении получены резонансные и поляризационные характеристики таких сред, исследуются их зависимости от подмагничивающего поля и соотношения толщин слоев, составляющих период структуры.

### Уравнения поля в структуре

Рассмотрим одномерную магнитоактивную ФКС, состоящую из чередующихся слоев немагнитного диэлектрика толщиной  $l_d$  и слоев магнетика толщиной  $l_f$ . Электромагнитные свойства диэлектрических слоев описываются скалярными и вещественными ДП  $\varepsilon_d$  и МП  $\mu_d$ , а магнитных слоев — тензорными параметрами  $\hat{\varepsilon}_f$  и  $\hat{\mu}_f$ (для общности магнитные слои приняты бигиротропными, что актуально для структур на основе железоиттриевого граната в ИК диапазоне, а также магнитных полупроводников). Такая одномерная ФКС в отсутствие внешнего магнитного поля обладает свойствами одноосного кристалла с осью симметрии **n**, перпендикулярной границам раздела слоев. Будем считать эту ось совпадающей с осью Ox. Наличие внешнего статического магнитного поля **H**, величина которого предполагается больше поля насыщения магнитных слоев, приводит к однородно намагниченному состоянию магнитных слоев. Для поля **H**, ориентированного вдоль оси Oy, материальные параметры магнитных слоев имеют вид

、

$$\hat{\varepsilon}_f = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & i\varepsilon_a \\ 0 & \varepsilon_0 & 0 \\ -i\varepsilon_a & 0 & \varepsilon \end{pmatrix}, \quad \hat{\mu}_f = \begin{pmatrix} \mu & 0 & i\mu_a \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ -i\mu_a & 0 & \mu \end{pmatrix}.$$
(1)

,

Будем считать, что волна распространяется вдоль оси Oz, лежащей в плоскости слоев, перпендикулярно подмагничивающему полю, которое также лежит в плоскости слоев (т. е.  $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}$  и  $\mathbf{k} \perp \mathbf{n}$ ). При данной геометрии в слоистой среде возможно распространение двух типов волн – ТЕ и ТМ. Для управляемых магнитным полем волн ТЕ-типа с компонентами волнового поля  $(h_x, e_y, h_z)$ решения уравнений электромагнитного поля для каждой из компонент имеют следующий вид:

$$\begin{pmatrix} e_{y}(x,z)\\h_{x,z}(x,z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{y}(x)\\h_{x,z}(x) \end{pmatrix} \exp[i(\omega t - kz)], \quad (2)$$

где  $\omega$  — частота, а k — продольная компонента волнового вектора (константа распространения). Зависимость амплитуд указанных компонент поля от координаты xдля диэлектрических слоев имеет следующий вид:

$$e_{y}(x) = A_{1} \cos \kappa x + A_{2} \sin \kappa x,$$
  

$$h_{x}(x) = -\frac{k}{k_{0}\mu_{d}} (A_{1} \cos \kappa x + A_{2} \sin \kappa x),$$
  

$$h_{z}(x) = -\frac{i\kappa}{k_{0}\mu_{d}} (A_{1} \sin \kappa x - A_{2} \cos \kappa x),$$
 (3)

где  $\kappa = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_d \mu_d - k^2}$  — поперечная компонента волнового вектора в диэлектрических слоях. Для компонент волнового поля в магнитных слоях имеем

$$e_{y}(x) = B_{1} \cos \nu x + B_{2} \sin \nu x,$$

$$h_{x}(x) = -\frac{1}{k_{0}\mu_{\perp}} \left[ (\nu \eta B_{1} + kB_{2}) \sin \nu x + (kB_{1} - \nu \eta B_{2}) \cos \nu x \right],$$

$$h_{z}(x) = -\frac{i}{k_{0}\mu_{\perp}} \left[ (k\eta B_{1} - \nu B_{2}) \cos \nu x + (\nu B_{1} + k\eta B_{2}) \sin \nu x \right],$$
(4)

 $+ (\nu B_1 + k\eta B_2) \sin \nu x ], \qquad (4)$ где  $\nu = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_0 \mu_\perp - k^2}$  — поперечная компонента волнового вектора в магнитных слоях,  $\mu_\perp = \mu - \mu_a^2/\mu$ , а  $\eta = \mu_a/\mu$ .

Используя традиционные граничные условия и условия периодичности для соответствующих компонент волнового поля, получаем дисперсионное соотношение для рассматриваемого типа подмагничивания:

$$2p(1 - \cos \kappa l_d \cos \nu l_f) + (1 + p^2 + q^2) \sin \kappa l_d \sin \nu l_f = 0,$$
(5)

где введены параметры  $p = \kappa \mu_{\perp} / \nu \mu$ , а  $q = \kappa \mu_a / \nu \mu$ . При  $\kappa^2 > 0$  и  $\nu^2 > 0$  поперечное распределение волнового поля в слоях является периодическим, тогда как при  $\kappa^2 < 0$  и  $\nu^2 < 0$  волновое поле локализуется на межслойных границах. В этом случае (с учетом замен  $\kappa \to i\kappa$  и  $\nu \to i\nu$ ) дисперсионное соотношение (5) приобретает вид

$$2p(1 - \operatorname{ch} \kappa l_d \operatorname{ch} \nu l_f) - (1 + p^2 + q^2) \operatorname{sh} \kappa l_d \operatorname{sh} \nu l_f = 0.$$
(6)

Для волны ТМ-типа с компонентами волнового поля  $(e_x, h_y, e_z)$  соответствующие дисперсионные соотношения могут быть получены из выражений (5) и (6), если в них произвести следующие замены материальных параметров отдельных слоев:  $\varepsilon_0 \to \mu_0$ ,  $\mu_{\perp} \to \varepsilon_{\perp} = \varepsilon - \varepsilon_a^2/\varepsilon$ ,  $\mu \to \varepsilon$ ,  $\mu_a \to \varepsilon_a$ .

## Эффективные проницаемости "мелкослоистой" структуры

В длинноволновом приближении (в приближении тонких слоев, когда  $\kappa l_d \ll 1$  и  $\nu l_f \ll 1$ ), проводя в дисперсионном соотношении (5) разложение тригонометрических функций по малому параметру  $\xi = k_0 L$  с точностью до квадратичных членов, получаем для константы распространения ТЕ-волны выражение  $k = k_0 N_{\text{eff}}$ . Здесь эффективный показатель преломления структуры  $N_{\text{eff}} = \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}} \mu_{\text{eff}}}$ . где введены эффективные материальные параметры структуры:

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \bar{\varepsilon}(1 + \Delta_{\varepsilon}), \quad \mu_{\text{eff}} = \tilde{\mu}(1 + \Delta_{\mu}),$$
$$\Delta_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_d - \varepsilon_0}{\bar{\varepsilon}} \Delta, \quad \Delta_{\mu} = \tilde{\mu} \frac{\mu_d - \mu_{\perp}}{\mu_{\perp} \mu_d} \Delta,$$
$$\Delta = \frac{\xi^2}{6\sqrt{3}} \left(\frac{l_d l_f}{L^2}\right)^2 \frac{\bar{\mu}\tilde{\mu}}{\mu_d \mu_{\perp}} (\varepsilon_d \mu_d - \varepsilon_0 \mu_{\perp}). \tag{7}$$

Чтобы получить эффективные проницаемости рассматриваемой структуры для ТМ-волны, необходимо в приведенных соотношениях произвести указанные выше замены материальных параметров для отдельных слоев:

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \tilde{\varepsilon}(1 + \Delta_{\varepsilon}), \quad \mu_{\text{eff}} = \bar{\mu}(1 + \Delta_{\mu}),$$
$$\Delta_{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon} \frac{\varepsilon_d - \varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_d \varepsilon_{\perp}} \Delta, \quad \Delta_{\mu} = \frac{\mu_d - \mu_0}{\bar{\mu}} \Delta,$$
$$\Delta = \frac{\xi^2}{6\sqrt{6}} \left(\frac{l_d l_f}{L^2}\right)^2 \frac{\bar{\varepsilon}\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_d \varepsilon_{\perp}} (\varepsilon_d \mu_d - \varepsilon_{\perp} \mu_0). \tag{8}$$

В соотношениях (7) и (8) введены усредненные по структуре параметры

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_d \theta + \varepsilon_0}{1 + \theta}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu_d \theta + \mu_\perp}{1 + \theta},$$
(9)

где параметр  $\theta = l_d/l_f$ . Так как период структуры  $L = l_d + l_f$ , то  $l_d = L\theta/(1 + \theta)$ ,  $l_f = L/(1 + \theta)$ . Значение параметра  $\theta = 0$  соответствует массивному магнитному

образцу. Наряду со средними значениями проницаемостей здесь также введены величины

$$\frac{1}{\tilde{\varepsilon}} = \frac{1}{1+\theta} \left( \frac{\theta}{\varepsilon_d} + \frac{1}{\varepsilon_f} \right), \quad \frac{1}{\tilde{\mu}} = \frac{1}{1+\theta} \left( \frac{\theta}{\mu_d} + \frac{1}{\mu_f} \right),$$
$$\varepsilon_f = \varepsilon - \frac{\varepsilon_a^2}{\varepsilon + \theta\varepsilon_d}, \quad \mu_f = \mu - \frac{\mu_a^2}{\mu + \theta\mu_d}.$$
(10)

В соответствии с комплексностью материальных параметров константа распространения также является комплексной k = k' - ik''. Действительная и мнимая части константы распространения определяются соотношениями

$$k' = \frac{k_0}{\sqrt{2}} \left( \sqrt{a^2 + b^2} + a \right), \quad k'' = \frac{k_0}{\sqrt{2}} \left( \sqrt{a^2 + b^2} - a \right), \tag{11}$$

где введены обозначения  $a = \varepsilon'_{\text{eff}} \mu'_{\text{eff}} - \varepsilon''_{\text{eff}} \mu''_{\text{eff}}, b = \varepsilon'_{\text{eff}} \mu''_{\text{eff}} + \varepsilon''_{\text{eff}} \mu'_{\text{eff}}$ 

# Резонансные свойства структуры

Будем считать, что магнитные слои ФКС представляют собой магнитоизотропную среду, для которой в намагниченном состоянии диагональные и недиагональные компоненты тензора МП (1) имеют вид

$$\mu = 1 + \frac{\omega_M(\omega_H^2 + i\omega_r\omega)}{\omega_H(\omega_H^2 - \omega^2 + 2i\omega_r\omega)},$$
$$\mu_a = \frac{\omega\omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2 + 2i\omega_r\omega},$$
(12)

 $\mu_0 = 1.$  Здесь введены параметры  $\omega_M = 4\pi\gamma M$ ,  $\omega_H = \gamma H$ и  $\omega_r = \xi \omega_H$ , где M — намагниченность насыщения, H — внешнее статическое магнитное поле,  $\gamma$  — магнитомеханическое отношение,  $\xi$  — параметр магнитной релаксации. Эффективной магнитной проницаемостью магнитных слоев для управляемых магнитным полем TE-волн в рассматриваемой геометрии является величина  $\mu_{\perp}$ . Максимум мнимой части и нуль действительной части этой величины при фиксированном значении поля определяют частоты магнитного резонанса и антирезонанса:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}, \quad \omega_a = \omega_H + \omega_M. \tag{13}$$

При анализе экспериментальных данных удобно использовать выражения для полей магнитного резонанса и антирезонанса, отвечающих фиксированному значению частоты, а именно

$$H_0 = 2\pi M \left( \sqrt{1 + (2\omega/\omega_M)^2} - 1 \right), \quad H_a = \frac{\omega}{\gamma} - 4\pi M.$$
(14)

В случае мелкослоистой среды после подстановки в  $\mu_{\rm eff}^{\rm TE}$  соответствующих выражений для диагональных и недиагональных компонент тензора  $\tilde{\mu}_f$ , получаем (без

учета поправок, пропорциональных  $k_0$ ) для резонансной частоты следующее соотношение:

$$\omega_0^2 = \frac{\mu_d (1+\theta^2)\omega_H (\omega_H + \omega_M) + \theta [\mu_d^2 \omega_H^2 + (\omega_H + \omega_M)^2]}{\mu_d (1+\theta^2) + \theta^2 (1+\mu_d)^2}.$$
(15)

Здесь  $\omega_H = \gamma H$ ,  $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$ , где H — внутреннее поле в образце. Из полученного выражения видна явная зависимость  $\omega_0$  от отношения толщин диэлектрических и магнитных слоев  $\theta$ . Как правило, у используемых в эксперименте диэлектрических прослоек  $\mu_d = 1$ , поэтому выражение для резонансной частоты принимает вид

$$\omega_0 = \gamma H \sqrt{1 + 4\pi \frac{M_0}{H} \left(\frac{4\pi\theta}{1 + \theta^2} \frac{M_0}{H}\right)}.$$
 (16)

Выражения для резонансного и антирезонансного полей, определяемые эффективной магнитной проницаемостью  $\mu_{\text{eff}}$  слоистой среды, имеют вид

$$H_0 = \frac{\sqrt{F^2 \omega_M^2 + 4G(\omega^2 G - \theta \omega_M^2)} - F \omega_M}{3\gamma G},$$

 $H_a =$ 

$$\frac{\sqrt{(\theta+\mu_d)^2 \left(4\omega^2(1+\theta\mu_d(2+\theta\mu_d))+\theta^2\mu_d^2\omega_M^2\right)-\omega_M(\theta+\mu_d)(2+\theta\mu_d)}}{2\gamma G},$$
(17)

где введены обозначения  $G = (\theta + \mu_d)(1 + \theta\mu_d)$  и  $F = \mu_d + \theta(2 + \theta\mu_d)$ . Резонансное и антирезонансное поля существенно зависят от отношения толщин слоев  $\theta$ . Как правило, у используемых в эксперименте диэлектрических прослоек  $\mu_d = 1$ , при этом  $G = F = (1 + \theta)^2$ , и выражения для резонансного и антирезонансного полей принимают вид

$$H_{0} = \frac{\sqrt{\omega_{M}^{2} + 4\left(\omega^{2} - \theta(1+\theta)^{-2}\omega_{M}^{2}\right)} - \omega_{M}}{2\gamma},$$
$$H_{a} = \frac{\sqrt{4\omega^{2}(1+\theta)^{2} + \theta^{2}\omega_{M}^{2}} - \omega_{M}(2+\theta)}{2\gamma(1+\theta)}.$$
(18)

Проведем численный анализ полевых зависимостей материальных параметров ФКС в случае распространения в ней управляемых внешним полем волн ТЕ-типа. В качестве диэлектрических слоев выбрана СВЧ-керамика с параметрами  $\varepsilon_d = \varepsilon'_d + i \varepsilon''_d$ ,  $\varepsilon'_d = 8$ ,  $\varepsilon''_d = 2.4 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mu_d = 1$  [14]. В качестве материала магнитных слоев выбран железо-иттриевый гранат с магнитных слоев выбран железо-иттриевый гранат с магнитными параметрами  $4\pi M = 1780$  Гс,  $\xi = 0.02$ . В отношении электрических свойств магнетик будем считать изотропной средой с комплексной ДП  $\varepsilon_f = \varepsilon'_f - i\varepsilon''_f$ , где  $\varepsilon'_f = 15$ ,  $\varepsilon''_f = 0.03$ . При значении подмагничивающего поля H = 2 кОе частота магнитного резонанса для отдельных магнитных слоев ( $\mu_{\perp} \to \infty$ ) равна  $\omega_0 = 4.84 \cdot 10^{10} \, {\rm s}^{-1}$ , частота антирезонанса ( $\mu_{\perp} = 0$ )  $\omega_a = 6.65 \cdot 10^{10} \, {\rm s}^{-1}$ .



**Рис. 1.** Полевые зависимости действительной и мнимой частей эффективных проницаемостей  $\varepsilon_{\text{eff}}$  и  $\mu_{\text{eff}}$  мелкослоистой ФКС при значениях параметра  $\theta = 0.5, 1.0, 2.0, 10$  (кривые 1-4).



**Рис. 2.** Полевые зависимости действительной и мнимой (кривые 1, 2) частей поправок к единице в выражениях (7) для эффективных ДП (сплошная линия) и МП (штриховая линия) при  $\theta = 1$ .

Ниже представлены полевые зависимости характерных величин для ТЕ-волны в исследуемой ФКС, отвечающие частоте  $\omega = 4.84 \cdot 10^{10} \, {\rm s}^{-1}$  и периоду структуры

L = 0.5 mm. На рис. 1 приведены полевые зависимости действительной и мнимой частей эффективных проницаемостей  $\varepsilon_{\rm eff}$  и  $\mu_{\rm eff}$  ФКС для значений параметра  $\theta = 0.5$ ,



**Рис. 3.** Зависимости от параметра  $\theta$  резонансного и антирезонансного (сплошная и штриховая линии) полей для  $\omega_0 = (4.84, 5.75, 6.65) \cdot 10^{10} \, \text{s}^{-1}$  (кривые *I*-3) и квадрата нормированной резонансной частоты для  $H = 1.6, 2.6, 3.6 \, \text{kOe}$  (кривые *I*-3).

1.0, 2.0, 10 (кривые 1-4), которые носят резонансный характер. Изменение параметра  $\theta$  приводит к существенному изменению амплитуды резонансных кривых, которая с увеличением толщины магнитных слоев (т.е. уменьшением  $\theta$ ) растет. При этом ширина резонансных кривых  $\varepsilon''_{\rm eff}(H)$  больше ширины кривых  $\mu''_{\rm eff}(H)$ .

На рис. 2 приведены полевые зависимости действительной и мнимой частей (1, 2) поправок  $\Delta_{\varepsilon}$  (сплошные линии) и  $\Delta_{\mu}$  (штриховые линии) в выражениях (7) для эффективных проницаемостей ФКС при значении параметра  $\theta = 1$ . Видно, что абсолютные значения указанных поправок существенно меньше единицы, при этом их знак может быть как положительным, так и отрицательным. Наибольших абсолютных значений указанные величины достигают в области антирезонанса, где они на порядок больше, чем в области резонанса. Отметим также, что для структуры заданного типа значения действительной и мнимой частей  $\Delta_{\mu}$  более чем на порядок превышают соответствующие значения  $\Delta_{\varepsilon}$ .

На рис. З представлены зависимости от параметра  $\theta$  резонансного и антирезонансного полей (сплошная и штриховая линии) для значений частоты  $\omega = (4.84, 5.75, 6.65) \cdot 10^{10} \, {\rm s}^{-1}$  (кривые 1–3), а также квадрата нормированной резонансной частоты для значений поля H = 1.6, 2.6, 3.6 kOe (кривые 1–3). Видно, что с увеличением параметра  $\theta$  различие между полями  $H_0$  и  $H_a$  уменьшается. Зависимость резонансной частоты от отношения толщин соседних слоев в структуре имеет нелинейный характер. При  $\theta \rightarrow 0$  (массивный магнетик) и  $\theta \rightarrow \infty$  (изолированная тонкая магнитная пленка) величина ( $\omega/\omega_H$ )<sup>2</sup> стремится к значению  $1 + \omega_M/\omega_H = 2.1, 1.7, 1.5$ .

## Эффективная проводимость

При изучении высокочастотных свойств магнитоактивных ФКС, магнитные слои которых являются проводящими, интерес представляет также вопрос об эффективной проводимости  $\sigma_{\text{eff}}$  структуры. Электрические свойства проводящего магнетика описываются диагональными компонентами тензора ДП, которые в этом случае являются комплексными  $\varepsilon_{f\alpha} = \varepsilon'_{f\alpha} - i\varepsilon''_{f\alpha}$ , где  $\alpha = x, y, z$ . Мнимые части указанных компонент тензора ДП связаны с компонентами диагонального тензора проводимости  $\hat{\sigma}_f$  соотношением  $\varepsilon''_{f\alpha} = 4\pi\sigma_{f\alpha}/\omega$ . Для заданного типа волны эффективную проводимость ФКС определим, выделяя в эффективной ДП  $\varepsilon_{\text{eff}}$  ее мнимую часть.



**Рис. 4.** Зависимости удельной проводимости мелкослоистой ФКС от параметра  $\theta$  при  $\sigma_0 \approx \sigma \approx 10^{17} \, {\rm s}^{-1}$  для ТМ (кривая *1*)- и ТЕ-волн при значениях частоты  $\omega_0 =$ = (4.84, 5.75, 6.65) · 10<sup>10</sup> s<sup>-1</sup> (кривые 2–4).



**Рис. 5.** Полевая зависимость удельной (на один период) эллиптичности и эллипсы поляризации прошедшего через эффективную среду излучения для  $\theta = 0.5$ , 1, 2, 10 (кривые 1-4) и  $\omega = 4.84 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$ ,  $\vartheta = \pi/4$ .

Если в выражениях (7) для  $\varepsilon_{\text{eff}}$  не учитывать поправки, пропорциональные  $k_0L$ , то в случае ТЕ-волны

$$\sigma_{\rm eff}^{\rm TE} = \frac{\sigma_d \theta + \sigma_0}{1 + \theta},\tag{19}$$

где  $\sigma_d = \omega \varepsilon_d''/4\pi$  и  $\sigma_0 = \omega \varepsilon_0''/4\pi$ . Для ТМ-волны в этом случае получаем выражение

$$\sigma_{\rm eff}^{\rm TM} = \frac{1}{1+\theta} \left( \frac{\sigma_d \theta \omega^2}{\varepsilon_d^{\prime 2} \omega^2 + 16\pi^2 \sigma_d^2} + \frac{\sigma \omega^2}{\varepsilon_f^{\prime 2} \omega^2 + 16\pi^2 \sigma^2} \right).$$
(20)

Сравнение проводимостей  $\sigma_{\rm eff}^{\rm TE}$  и  $\sigma_{\rm eff}^{\rm TM}$  по величине показывает, что  $\sigma_{\rm eff}^{\rm TE}$  имеет всегда порядок  $\sigma$  (при  $\sigma_d \ll \sigma$ ), тогда как  $\sigma_{\rm eff}^{\rm TM} \approx \sigma^{-1}$  и существенно зависит от частоты, поэтому для высокопроводящих сред  $\sigma_{\rm eff}^{\rm TM} \approx \omega^2 / 16\pi^2 \sigma \ll \sigma$ . Таким образом, эффективная удельная проводимость ФКС является поляризационно чувствительной величиной, зависящей от типа волны.

Отметим, что различие компонент  $\sigma_x = \sigma_0$  и  $\sigma_y = \sigma_z = \sigma$  связано с проявлением гальваномагнитных эффектов при наличии внешнего магнитного поля [15], однако это различие достаточно мало́ и величины  $\sigma_0$  и  $\sigma$  имеют один порядок. Поэтому в случае высокопроводящих (металлических) магнитных слоев, для которых  $\sigma_0 \approx \sigma \approx 10^{17} \, {\rm s}^{-1}$  (например, Co), и  $\varepsilon_d \approx 10$ ,  $\omega \approx 10^{10} \, {\rm s}^{-1}$ ,  $\theta = 1$ , получаем для  $\sigma_{\rm eff}^{\rm TE} \approx 5 \cdot 10^{16} \, {\rm s}^{-1}$ , тогда как для  $\sigma_{\rm eff}^{\rm TM} \approx 10^3 \, {\rm s}^{-1}$ .

На рис. 4 приведены зависимости эффективных проводимостей  $\sigma_{\text{eff}}^{\text{TE}}$  и  $\sigma_{\text{eff}}^{\text{TM}}$  от параметра  $\theta$ , полученные для ФКС с указанными параметрами магнитных и диэлектрических слоев для трех значений частоты  $\omega = (4.84, 5.75, 6.65) \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$  (кривые *1–3*). Видно, что величина  $\sigma_{\text{eff}}^{\text{TE}}$  от частоты практически не зависит и спадает с увеличением параметра  $\theta$ , а величина  $\sigma_{\text{eff}}^{\text{TM}}$ растет с увеличением и частоты, и параметра толщины диэлектрических слоев. Рассмотренный эффект, обусловленный слоистостью структуры, может быть использован для увеличения глубины проникновения высокочастотного поля в проводящую ФКС. В общем случае глубина проникновения может быть определена выражением  $\delta = c / \sqrt{2\pi \sigma_{\rm eff} \omega \mu_{\rm eff}}$ . Для приведенных выше значений параметров структуры в случае ТЕ-волны  $\delta^{\rm TE} \approx 10^{-4}$  сm, тогда как для ТМ-волны  $\delta^{\rm TM} \approx 10^3$  сm. Это значение намного превышает глубину проникновения СВЧ-поля в массивный металлический образец, что позволяет существенно увеличить эффективность взаимодействия слоистых планарных СВЧ-устройств с волнами ТМ-типа.

#### Поляризационные характеристики

Для определения поляризационных свойств эффективной среды будем считать, что плоскость поляризации падающей волны находится под углом  $\vartheta_0$  к направлению подмагничивающего поля (**H** || *Oy*) и определяется направлением электрического вектора волны **e**<sub>0</sub> в плоскости *xy*. Как указывалось выше, в рассматриваемой геометрии собственными волнами являются TE ( $h_x$ ,  $e_y$ ,  $h_z$ )и TM ( $e_x$ ,  $h_y$ ,  $e_z$ )-волны. Представим электрическое поле падающей волны в виде суммы TE- и TM-волн:  $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_0^{\text{TE}} + \mathbf{e}_0^{\text{TM}}$ , где  $e_0^{\text{TE}} = e_0 \cos \vartheta_0$ ,  $e_0^{\text{TM}} = e_0 \sin \vartheta_0$ . Электрическое поле волны, прошедшей через структуру толщиной *L*, запишем в виде  $\mathbf{e} = \mathbf{e}^{\text{TM}} + \mathbf{e}^{\text{TM}}$ , где

$$e^{\text{TM}} = e_0 \sin \vartheta_0 \exp(-k_{\text{TM}}''L) \exp(-ik_{\text{TM}}'L),$$
  
$$e^{\text{TE}} = e_0 \cos \vartheta_0 \exp(-k_{\text{TE}}''L) \exp(-ik_{\text{TE}}'L). \qquad (21)$$

Комплексную поляризационную переменную χ представим следующим образом:

$$\chi = \frac{E^{\text{TE}}}{E^{\text{TM}}} \exp(i\delta) = \frac{\cos\vartheta_0 \exp(-k_{\text{TE}}''L)}{\sin\vartheta_0 \exp(-k_{\text{TM}}''L)} \exp(i\delta), \quad (22)$$

где фазовое рассогласование на длине прохода волны  $\delta = (k'_{\rm TM} - k'_{\rm TE})L$ . Угол наклона большой оси эллипса поляризации определяется выражениями [15,16]

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\operatorname{Re}|\chi|}{1-|\chi|^2}, \quad \theta = \frac{1}{2}\operatorname{arctg} \frac{2\operatorname{Re}|\chi|}{1-|\chi|^2}, \quad (23)$$

а угол эллиптичности и эллиптичность — соотношениями

$$\sin 2\psi = -\frac{2\mathrm{Im}|\chi|}{1+|\chi|}, \quad e = \mathrm{tg}\,\psi. \tag{24}$$

На рис. 5 представлены полевая зависимость удельной эллиптичности (в расчете на один период), и эллипсы поляризации, прошедшей через стуктуру волны, полученные при ориентации плоскости поляризации падающей волны  $\vartheta_0 = \pi/4$  и значениях параметра  $\theta = 0.5, 1.0, 2.0, 10$  (кривые I-4) на частоте  $\omega = 4.84 \cdot 10^{10} \, {\rm s}^{-1}$ . Видно, что величина эллпитичности существенно зависит от приложенного магнитного поля и соотношения толщин слоев в периоде и всегда остается меньше единицы. Поэтому прошедшее через структуру излучение в основном имеет эллиптическую поляризацию. При значении эллиптичности, близкой к нулю, можно наблюдать эллипсы поляризации с малым значением малой полуоси, т.е. прошедшее через структуру излучение близко к линейной поляризации.

Проведенный в настоящей работе анализ показал, что в приближении "мелкослоистости" эффективные материальные параметры магнитоактивной ФКС, полученные с учетом поправок, пропорциональных  $(L/\lambda)^2$ , становятся зависимыми как от магнитной, так и диэлектрической проницаемостей отдельных слоев. Резонансными и поляризационными характеристиками такой среды можно эффективно управлять с помощью внешнего магнитного поля. Ее проводимость является поляризационно чувствительной, т.е. зависит от типа распространяющейся в среде волны.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Министерства науки и образования РФ.

## Список литературы

- [1] *Sakoda K.* Optical Properties of Photonic Crystals. Springer Verlag, 2001. 223 p.
- [2] Johnson S.G., Joannopoulos J.D. Photonic Crystals. The Road from Theory to Practice. Kluwer–Boston, 2001. 156 p.
- [3] Yablonovitch E. // Nature. 2009. Vol. 461. P. 744–745.
- [4] Вендик И.Б., Вендик О.Г. // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 1. С. 3–28.
- [5] Visnovsky S. Optics in Magnetic Multilayers and Nanostructures CRC Press Taylor & Francis Group, 2006. 521 p.
- [6] Lyubchanskii I,L., Dadoenkova N.N., Lyubchanskii M.I., Shapovalov E.A., Rasing Th. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2003. Vol. 36. P. R277–287.
- [7] Figotin A., Vitebsky I. // Phys. Rev. B. 2003. Vol. 67.
   P. 165 210-1–165 210-20.
- [8] Inoue M., Arai K., Fujii T., Abe M. // J. Appl. Phys. 1998. Vol. 83. P. 6768–6770.

- [9] Lyubchanskii I.L., Dadoenkova N.N., Lyubchanskii M.I., Shapovalov E.A., Lakhtakia A., Rasing Th. // Appl. Phys. Lett. 2004. Vol. 85. P. 5932–5934.
- [10] Елисеева С.В., Семенцов Д.И., Степанов М.М. // ЖТФ. Т. 78. Вып. 10. С. 70–77.
- [11] Raj N., Tilley D.R. // Phys. Rev. B. 1987. Vol. 36. P. 7003–7007.
- [12] Sementsov D.I. // Radiophysics and Quantum Electronics. 1980. Vol. 23. N 5. P. 418–421.
- [13] Eliseeva S.V., Sannikov D.G., Sementsov D.I. // JMMM. 2010.
   Vol. 322. N 23. P. 3807–3816.
- [14] Таблицы параметров производимых ферритов и диэлектриков. Завод "Магнетон", СПб. URL: http://www.magneton.ru (дата обращения 5.09.2012).
- [15] Gurevich A.G. Ferrites at Microwaves. M.: Fizmatgiz, 1960. 407 p.
- [16] *Ярив А., Юх П.* Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. 616 с.