

## О глубине экстинкции в гладком рентгеновском волноводе

© Л.И. Огнев

Национальный исследовательский центр „Курчатовский институт“,  
123182 Москва, Россия  
e-mail: liognev@gmail.com

(Поступило в Редакцию 17 марта 2015 г.)

На основе приближенного решения дисперсионного уравнения для динамики рентгеновского пучка, захваченного в плоский волновод с гладкими стенками, исследована зависимость глубины экстинкции излучения от оптической плотности вещества стенок и энергии рентгеновского излучения. Показано, что для углов падения рентгеновского пучка, не превышающих френелевского угла, глубина экстинкции в непоглощающей среде зависит только от разности плотностей электронов в веществе стенки и волноводного слоя  $N_{e1} - N_{e2}$  как  $(\pi r_0(N_{e1} - N_{e2}))^{-1/2}$ , где  $r_0 \sim 2.81794 \cdot 10^{-13}$  см — классический радиус электрона. Результаты хорошо согласуются с глубиной проникновения рентгеновского излучения в поверхность, полученной из формул Френеля в приближении плоских волн при углах скольжения от нулевого до половины критического угла полного внешнего отражения.

Глубина проникновения излучения в вещество стенок рентгеновского волновода имеет существенное значение для определения величины потерь при формировании выходного пучка [1–3] и при использовании эффекта каналирования рентгеновского излучения в диагностических целях [4,5]. В теоретических исследованиях каналирования рентгеновского излучения распределение электромагнитного излучения в рентгеновском волноводе рассматривалось как для возбуждения волной, падающей сбоку [1,6], так и при фронтальном входе в канал [2,3,7,8]. В настоящей работе будет рассмотрено формирование волноводной структуры в плоском рентгеновском волноводе с гладкими стенками в режиме фронтального захвата излучения открытым концом канала.

Показатель преломления большинства веществ, из которых изготавливают рентгеновские волноводы, в диапазоне энергий рентгеновского излучения 8–20 keV очень мало отличается от единицы:  $n_0 = \varepsilon_0^{1/2} = 1 - \delta + i\beta$ , где  $\delta \leq 10^{-5}$  и  $\beta \sim 0.1 \delta$  [9]. Поперечный размер вакуумного волновода  $d$  находится в пределах от десятков до сотен нанометров, что значительно меньше продольного размера пластин, образующих волновод, длина и ширина которых может достигать нескольких миллиметров [3]. Поэтому задача формирования модовой структуры в таком волноводе может рассматриваться как двумерная (2D). Волновод освещается линейно поляризованной плоской волной с электрическим вектором, параллельным плоскости щели волновода (рис. 1). В координатной системе, показанной на рис. 1, ось  $Oz$  совпадает с границей вакуумного слоя волновода, а ось  $Ox$  расположена поперек щели.

Модовая структура захваченного рентгеновского пучка может сильно меняться в зависимости от геометрии волновода и отражающих свойств стенок резонатора. Поскольку глубина проникновения излучения в вещество при отражении рентгеновского излучения, исследо-

ванная в модели плоских волн [10], перестает зависеть от отношения  $\beta/\delta$  при  $\beta/\delta < 0.1$ , что заведомо выполняется в случае жесткого рентгеновского излучения [9], в дальнейшем будем пренебрегать влиянием поглощения и рассматривать только экстинкцию на боковых стенках канала.

Ввиду малости коэффициента отражения основной вклад в формирование проходящего пучка в волноводе с диэлектрической проницаемостью вещества канала  $\varepsilon_2$  и стенок  $\varepsilon_1$  дают дифракция и рассеяние при малых скользких углах ( $\theta < \theta_c = \sqrt{\text{Re}(1 - \varepsilon_1/\varepsilon_2)} \sim 10^{-3}$  rad). Используя параболическое приближение для электрического поля  $E = A(x, z) \exp(-ikz)$ , медленно меняющаяся амплитуда  $A(x, z)$  находится из параболического уравнения (PWE)

$$2ik\partial A/\partial z = \Delta_{\perp} \Psi + k^2(\chi(x, z) - 1)\Psi = 0, \quad (1)$$

где  $\chi(x, y) = \varepsilon(x, y)/\langle \varepsilon \rangle$  — относительная диэлектрическая проницаемость материала канала,  $\langle \varepsilon \rangle$  — значение статистически усредненной диэлектрической проницаемости в центре канала. Предполагается, что диэлектрическая проницаемость материала  $\varepsilon(x, y)$  на границе

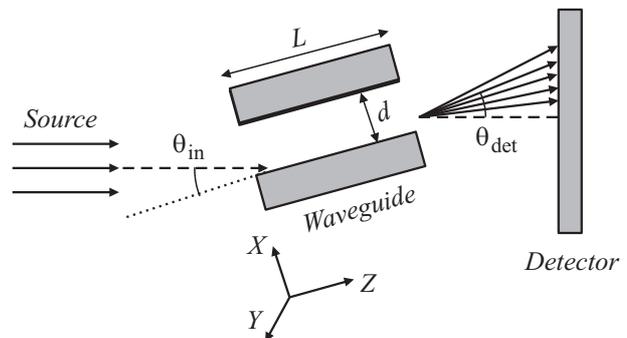


Рис. 1. Экспериментальная конфигурация по наблюдению захвата рентгеновского излучения в волноводный канал [3].

канала меняется скачкообразно, поэтому

$$\chi(x, z) = \begin{cases} \varepsilon_1/\varepsilon_2, & x \leq 0, \\ 1, & 0 < x < \xi(z), \\ \varepsilon_1/\varepsilon_2, & x \geq \xi(z), \end{cases} \quad (2)$$

где  $x = 0$  и  $x = \xi(z) = d$  — верхняя и нижняя границы канала,  $\langle \varepsilon_2 \rangle = \varepsilon_2$  — значение диэлектрической проницаемости вещества (или вакуума), заполняющего центральную часть канала,  $\varepsilon_1$  — диэлектрическая проницаемость стенок канала.

Амплитуда захваченной волны с начальным профилем  $A(x, z = 0)$  на расстоянии  $z$  от входа в многомодовый рентгеновский волновод может быть записана как суперпозиция мод  $\psi_n(x)$ :

$$A(x, z) = \sum_m c_m(z) \psi_m(x) \exp(-ik_{zm}z - \gamma_m z), \quad (3)$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$  — номера моды,  $\gamma_m$  — коэффициенты затухания,  $k_{zm}$  — „медленный“ продольный волновой вектор  $m$ -й моды. Резонансные моды  $\psi_m$  являются решениями уравнения на собственные значения

$$\Delta_{\perp} \psi_m(x) = k [2k_{zm} - k \operatorname{Re}(\chi(x))] \psi_m(x). \quad (4)$$

Внутри канала моды выбираются в виде

$$\psi_m(x) = \sin(q_{xm}x + \varphi_m), \quad (5)$$

где  $q_{xm}^2 = -k(2k_{zm})$  и  $q_{xm}$  может рассматриваться как проекция  $\mathbf{k}$  на продольную ось  $x$  для  $m$ -моды. Выражение для  $q_{xm}$  отличается от получаемого непосредственно из уравнения Гельмгольца отсутствием квадратичного слагаемого  $k_{zm}^2$ , что может сказаться на дисперсионных свойствах модели волновода для высших волноводных мод, но не влияет на глубину проникновения излучения в стенку канала. Френелевский сдвиг фазы для отраженной волны  $\varphi_m$  определяется как

$$\varphi_m = \arcsin\{q_{xm}/k\theta_c\}, \quad (6)$$

где  $\theta_c = \sqrt{\operatorname{Re}(1 - \varepsilon_1/\varepsilon_2)}$  — френелевский критический угол полного внешнего отражения на границе двух сред при падении пучка излучения из среды. Модовые коэффициенты  $c_m$  при фронтальном возбуждении электромагнитного поля в волноводе можно оценить как  $c_m = \int A(x, z = 0) \psi_m(x) dx / \int \psi_m^2(x) dx$ . Коэффициенты затухания мод  $\gamma_m$  определяются как интегралы перекрытия

$$\gamma_m = -(k/2) \int \psi_m^*(x) [\operatorname{Im}(\chi(x, z) - 1)] \psi_m(x) dx. \quad (7)$$

Волновые продольные числа  $q_{xm}$  для распространяющихся мод находятся из трансцендентного уравнения

$$-2 \arcsin[q_{xm}/(k\theta_c)] = q_{xm}d - (m + 1)\pi. \quad (8)$$

В приближении малых углов  $q_{xm}/(k\theta_c) \leq 1$  (т.е. вдали от критического угла  $\theta_c$ )  $\arcsin(\alpha) \approx \alpha$ , поэтому уравнение (8) может быть переписано в виде

$$q_{xm} = \frac{\pi m}{d + \frac{\lambda}{\pi\theta_c}} = \frac{\pi m}{d_{\text{eff}}}, \quad (9)$$

где  $d$  — геометрическая ширина канала, а  $d_{\text{eff}}$  — эффективная ширина волноводного канала, которая включает глубину проникновения излучения в вещество стенок.

Глубина проникновения излучения в вещество в пересчете на одну стенку может быть записана как

$$d_p = (\lambda/2\pi) (\operatorname{Re}(1 - \varepsilon_1/\varepsilon_2))^{-1/2} \\ = (\lambda/2\pi) [2(\delta_1 - \delta_2)]^{-1/2}. \quad (10)$$

Следует отметить, что глубина проникновения не зависит от номера моды и длины волны излучения и вдали от линий поглощения может быть записана в виде

$$d_p = \lambda/(2\pi\theta_c) = (4\pi r_0)^{-1/2} (N_{e1} - N_{e2})^{-1/2}, \quad (11)$$

где  $r_0 \sim 2.81794 \cdot 10^{-13}$  см — классический электронный радиус,  $N_{e1}$  и  $N_{e2}$  — плотность электронов в материале стенок и материале канала. Для излучения с энергией 8 keV в кремниевом вакуумном канале глубина проникновения в стенку равна  $d_p = \lambda/(2\pi\theta_c) \approx 6.3$  нм. Эта величина оказывает существенное влияние на динамику мод в случае канала с профилированной периодической стенкой и должна учитываться при интерпретации экспериментальных данных [3].

По-прежнему предполагая, что выполняется соотношение (9), полученное линеаризацией дисперсионного уравнения, рассмотрим, как будет меняться глубина экстинкции от номера моды  $m$ , если поперечный волновой вектор  $q_{xm}$  будет находиться численно из уравнения (8) без линеаризации. Результаты для вакуумного канала шириной  $d = 300$  нм приведены на рис. 2 линией 1, показывающей слабое возрастание величины  $d_p$ . Здесь модовая зависимость представлена в угловом эквиваленте как  $\theta = (m + 1)/2 \cdot \lambda/d$ . Энергия излучения 8 keV, материал канала — кремний. На том же рис. 2 кривой 2 приведена глубина экспоненциального затухания электрического поля в стенке канала, получаемого при решении уравнения (4) модовым методом (5) при сшивании электрического поля и его производной внутри канала и в материале стенки. Из равенства  $k_{zm}$  и соответственно фазовой скорости волны, захваченной в канал, внутри канала и в веществе стенки следует соотношение

$$\kappa_{xm}^2 = k^2\theta_c^2 - q_{xm}^2, \quad (12)$$

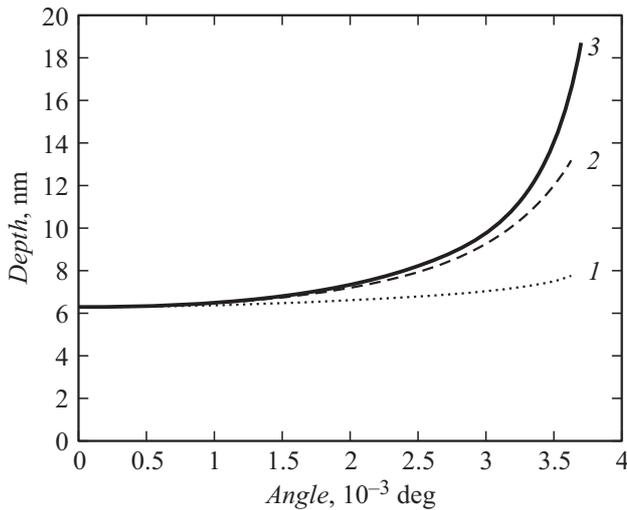
откуда определяется показатель экспоненциального затухания излучения для моды  $m$  в веществе стенки  $\kappa_{xm}$ .

Из рис. 2 видно, что полученная отсюда глубина проникновения излучения медленно возрастает, превышая значения на кривой 1 с ростом номера моды. Результат, полученный из формул Френеля для комплексного

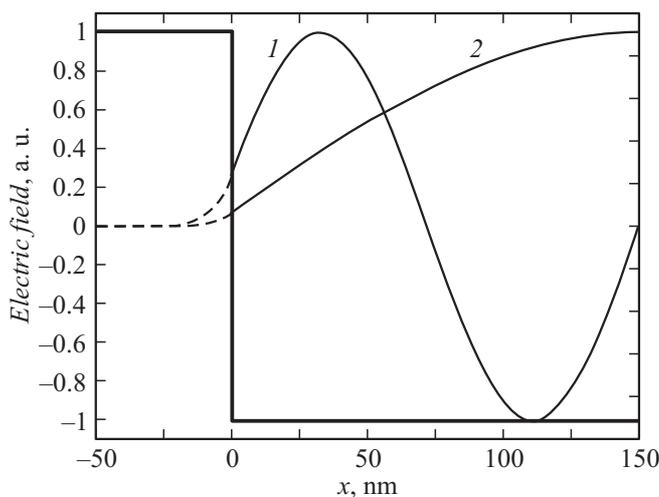
показателя преломления [9] в приближении плоских волн [10]

$$d_p = \lambda/2\pi(\sin^2 \theta_c - \sin^2 \theta)^{-1/2}, \quad (13)$$

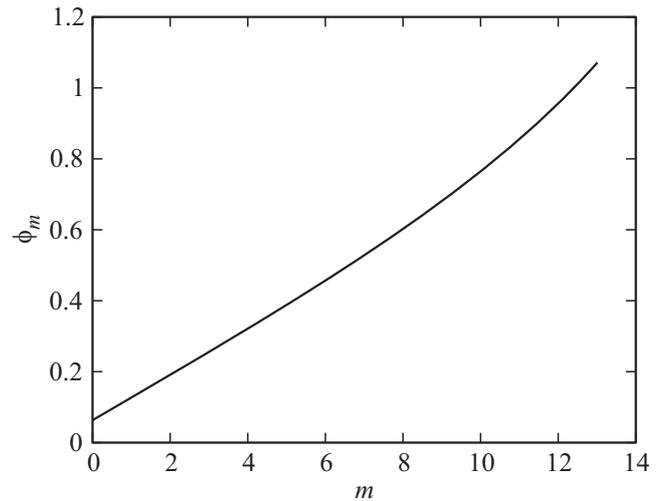
показан кривой 3. Учет слабого поглощения в формулах Френеля [10] не приводит к заметному увеличению  $d_p$  в рассматриваемом диапазоне энергий рентгеновского



**Рис. 2.** Зависимость глубины проникновения электрического поля в стенку канала в зависимости от номера поперечной моды (1) и (2) или угла наклона плоской волны (3). Номер моды пересчитан в угол наклона по соотношению  $\theta = (m + 1)/2 \cdot \lambda/d$ . Кривая 1 соответствует приближению (9) со значениями поперечного волнового числа, полученными из дисперсионного уравнения, кривая 2 соответствует поперечному волновому вектору в среде (12). Приближение плоской волны показано кривой 3.



**Рис. 3.** Пространственная зависимость амплитуды электрического поля вблизи стенки ( $x = 0$ ) для основной моды ( $m = 0$ ) — кривая 1 и третьей ( $m = 3$ ) собственной моды — кривая 2 в вакуумном канале шириной  $d = 300$  nm. Амплитуда электрического поля в веществе показана штриховыми линиями.



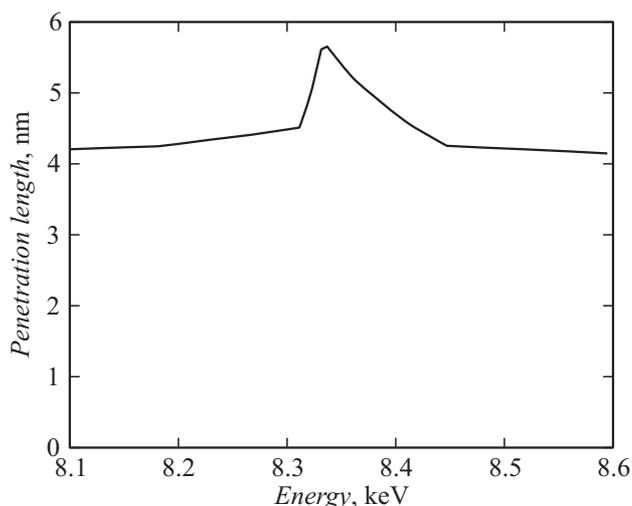
**Рис. 4.** Зависимость френелевского сдвига фазы  $\phi_m$  (уравнение (5)) электрического поля вблизи стенки волновода от номера моды  $m$ .

излучения. Таким образом, в диапазоне углов  $\theta \leq 0.5\theta_c$  или для эквивалентных ему номеров волновых мод  $m \leq \theta_c \cdot d/\lambda$  результаты для всех трех методов практически совпадают.

Хотя глубина проникновения излучения в вещество стенки не зависит от номера моды  $m$ , коэффициенты затухания  $\gamma_m$  (7), обусловленные в первую очередь поглощением в веществе стенок, квадратично возрастают с номером моды как  $(m + 1)^2$  [7]. Это объясняется тем, что в точке сшивания периодической волновой функции в волновом слое и затухающего экспоненциального решения в стенке возрастают как амплитуда, так производная, поэтому, несмотря на постоянную глубину проникновения, интегралы перекрытия (7) растут (рис. 3). Величина электрического поля вблизи стенки зависит от френелевского сдвига фазы  $\phi_m$  в выражении (5), который практически линейно растет с номером моды  $m$  (рис. 4).

### О возможности наблюдения эффекта

Поскольку глубина экстинкции очень слабо зависит от угла наклона и энергии рентгеновского пучка, для экспериментального наблюдения можно воспользоваться дисперсией вблизи полос поглощения, например в слое Ni/vacuum с использованием сигнального слоя атомов Ti [4], флуоресценция которых возникает или исчезает при изменении энергии рентгеновского пучка вблизи 9 keV. Зависимость оптических констант  $\delta$  и  $\beta$  для никеля вблизи полосы поглощения  $L_{\alpha}$  от энергии рентгеновского излучения обусловлена дисперсией [9]. На рис. 5 показана зависимость глубины экстинкции от энергии излучения в диапазоне 8.1–8.6 keV, рассчитанная по формуле (10). Если сформировать рентгеновский волновод с фронтальным возбуждением из двух гладких пластин никеля, в одной из которых на глубине поряд-



**Рис. 5.** Зависимость глубины экстинкции на границе Ni/vac от энергии рентгеновского излучения по формуле (10) с учетом дисперсионной зависимости оптических параметров вещества  $\delta$  и  $\beta$  вблизи края поглощения  $L_{\alpha}$ .

ка  $d_p$  напылен сигнальный слой атомов Ti аналогично тому, как это было выполнено в экспериментах [4], то изменяя энергию рентгеновского пучка в пределах 8.1–8.6 keV можно зафиксировать появление и гашение флуоресценции, которое не должно варьировать с углом ориентации входного рентгеновского пучка относительно плоскости канала. Глубина проникновения излучения в никель составляет 4.5 nm с возрастанием на 1.5 nm перед краем поглощения  $L_{\alpha}$ .

Таким образом, выполненные исследования показали, что при малых углах влета пучка в рентгеновский волновод хорошей оценкой для глубины проникновения излучения в вещество стенок канала может служить приближение плоской волны с использованием формул Френеля для скользких углов падения. Это объясняет практическую применимость формул геометрической оптики для оценок потерь излучения, захваченного в канал [8], что ранее отмечалось в работе [7].

Автор благодарен И.Н. Букреевой за плодотворное обсуждение результатов.

Работа частично поддержана грантом НШ-3328.2014.2 президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ.

## Список литературы

- [1] Jark W., Di Fonzo S., Soullie G., Cedola A., Lagomarsino S. // J. Alloys and Compounds, 1999. Vol. 286. P. 9–13.
- [2] Kruger S.P., Neubauer H., Bartels M., Kalbfleisch S., Giewekemeyer K., Wilbrandt P.J., Sprung M., Salditt T. // J. Synchrotron Rad. 2012. Vol. 19. P. 227–236.
- [3] Bukreeva I., Sorrentino A., Cedola A., Giovine E., Diaz A., Scarinci F., Jark W., Ognev L., Lagomarsino S. // J. Synchrotron Rad. 2013. Vol. 20. P. 691–697.
- [4] Gupta A., Rajput P., Saraiya A., Reddy V.R., Gupta M., Bernstorff S., Amenitsch H. // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 72. N 7. P. 075436.
- [5] Hayashi K., Hu W., Takenaka H., Suzuki K., Ito M. // Photon factory activity report. B. 2008. N 26. P. 250.
- [6] Бушурев В.А., Орешко А.П. // Изв. АН. Сер. физ. 2004. Т. 68. Вып. 4. С. 550–555.
- [7] Огнев Л.И. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 11. С. 82–86.
- [8] Pelliccia D., Bukreeva I., Ilie M., Jark W., Cedola A., Scarinci F., Lagomarsino S. // Spectrochim. Acta. B. 2007. Vol. 62. P. 615.
- [9] Henke B.L., Gullikson E.M., Davis J.C. // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 1993. Vol. 54. N 2. P. 181–342.
- [10] Виноградов А.В. // Зеркальная рентгеновская оптика. Машиностроение, Л., 1989. 463 с.