04

Генерация кильватерных полей при заполнении диэлектрической структуры плазмой

© Р.Р. Князев,^{1,2} И.Н. Онищенко¹, Г.В. Сотников¹

 ¹ Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт", 61108 Харьков, Украина
 ² Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, 61022 Харьков, Украина e-mail: sotnikov@kipt.kharkov.ua

(Поступило в Редакцию 8 июня 2015 г.)

Исследовано влияние плазмы на амплитуду кильватерных полей, возбуждаемых в диэлектрической структуре последовательностью релятивистских электронных сгустков. Рассматриваемая структура — диэлектрический волновод цилиндрической конфигурации с аксиальным дрейфовым каналом, заполненным плазмой. Получены зависимости амплитуды продольного электрического поля от плотности плазмы для трех случаев: параметры диэлектрической структуры и сгустков фиксированы; внутренний или внешний радиус диэлектрической трубки изменяются в соответствии с изменением плазменной частоты, а частота следования сгустков подстраивается под плазменную частоту и частоту первой радиальной моды диэлектрической волны. Показано, что в случае подстройки частот собственных волн под частоту следования сгустков за счет изменения радиусов структуры, максимум ускоряющего поля определяется плазменной волной, но существуют интервалы значений плотности плазмы, где значительный вклад в амплитуду полного поля вносит диэлектрическая волна. Для случая изменения внешнего радиуса этот интервал значений существенно шире.

Введение

Диэлектрические кильватерные структуры, возбуждаемые сильноточными релятивистскими электронными сгустками, могут рассматриваться в качестве перспективных кандидатов на использование их в качестве элементов ускорителей, основанных на новых методах [1,2]. Уже первые экспериментальные исследования с использованием различных широко распространенных диэлектрических материалов продемонстрировали напряженности продольного электрического поля, сравнимые с теми, что имеются в традиционных линейных ускорителях [3]. Дальнейшее развитие технологии изготовления новых материалов с низкими диэлектрическими потерями и достигнутый прогресс в получении сильноточных релятивистских сгустков привели к созданию диэлектрических высокоградиентных ускоряющих структур, которые продемонстрировали ускоряющие градиенты, значительно превосходящие таковые в традиционных ускорителях [4]. В настоящее время они позволяют получить ускоряющие градиенты от 1 до 10 GeV/m.

Хотя возможность получения больших ускоряющих полей уже продемонстрирована, коммерчески привлекательного действующего диэлектрического кильватерного ускорителя (ДКУ) к настоящему времени еще нет. Одна из основных причин этого заключается в подверженности ведущего сгустка или последовательности сгустков BBU-неустойчивости [5], которая ограничивает эффективную длину ускорителя. Природа BBU-неустойчивости в рассматриваемом случае связана с наличием поперечных дипольных сил [6,7], нарастающих от головы сгустка к его хвосту. Использование FODO-решетки квадрупольных линз помогает ослабить BBU-неустойчивость и, таким образом, поднять эффективность ДКУ [8]. Высокая эффективность ДКУ достигается за счет некоторой потери в величине ускоряющего градиента, которая тем не менее остается привлекательной для перспективных ускорителей.

В качестве альтернативы квадрупольной фокусировке в ДКУ можно использовать плазму, заполняющую дрейфовый канал диэлектрической структуры [9]. Фокусирующие свойства плазмы, приводящие к фокусировке ведущего сгустка, известны давно [10,11], но комбинация плазмы и диэлектрической структуры дает возможность фокусировать и ускоряемый сгусток [9]. В такой плазменно-диэлектрической структуре в режиме линейной плазмы фокусировка обеспечивается ленгмюровской волной, а ускорение — модифицированной собственной волной диэлектрической структуры (для краткости, диэлектрической волной). В оптимальном для фокусировки случае плотность плазмы достаточно мала, так что ленгмюровская частота мала по сравнению с частотой диэлектрической волны, и величина ускоряющего градиента близка к величине ускоряющего градиента вакуумной диэлектрической структуры. При увеличении плотности плазмы продольное электрическое поле ленгмюровской волны растет, и это могло бы привести к увеличению суммарного ускоряющего градиента. Но, во-первых, амплитуда ленгмюровской волны имеет экстремум по плотности плазмы [12,13], а во-вторых, амплитуда продольного электрического поля диэлектрической волны на оси дрейфового канала уменьшается при увеличении плотности плазмы. Таким образом, оптимальную плотность плазмы, при которой достигается максимальное ускоряющее поле, заранее невозможно предсказать.

Результаты исследований зависимости амплитуды ускоряющего поля, возбуждаемого в плазменно-диэлектрической кильватерной структуре одиночным электронным сгустком и последовательностью электронных сгустков, от плотности плазмы представлены в настоящей работе.

Аналитические выражения для поля в плазменно-диэлектрическом кильватерном ускорителе

Рассмотрим металлический волновод радиуса b, в который вставлена диэлектрическая трубка с внутренним радиусом a, a ее внешний радиус совпадает с радиусом металлического волновода. Диэлектрическая проницаемость материала трубки равна є. Канал диэлектрической трубки (дрейфовый канал) полностью заполнен изотропной плазмой с плотностью n_p. В дрейфовом канале распространяется регулярная последовательность из N_b электронных сгустков цилиндрической формы с однородным распределением плотности заряда внутри каждого сгустка. Длина отдельного сгустка — L_b, его радиус — r_b , полный заряд каждого сгустка равен Q_0 . Ведущие сгустки движутся прямолинейно и равномерно, возбуждая кильватерное поле, в котором затем ускоряются тестовые (ускоряемые) сгустки. Всю такую систему будем называть плазменно-диэлектрическим кильватерным ускорителем (ПДКУ).

Решив уравнения Максвелла с источником в виде плотности тока, создаваемого ведущими электронными сгустками, мы получим выражения для кильватерного поля в плазме и диэлектрике. В дальнейшем нас будет интересовать только продольная компонента кильватерного поля в дрейфовом канале. Она имеет следующий вид [14,9]:

$$E_{z} = -\frac{4Q_{0}}{a^{2}} \sum_{i=1}^{N_{b}} \sum_{s} R_{s}(r_{b}) e_{z}^{s}(r) \Psi_{\parallel}^{s} [\tau - (i-1)T] - \frac{4Q_{0}}{r_{b}L_{b}} e_{z}^{p}(r) \sum_{i=1}^{N_{b}} \Psi_{\parallel}^{p} [\tau - (i-1)T].$$
(1)

В уравнении (1) функции $e_z^{p,s}(\mathbf{r})$ описывают поперечную структуру поля, и функция $\Psi_{\parallel}^{p,s}(\tau)$ описывает продольную структуру поля

$$e_{z}^{s}(r) = \left(\frac{a}{\omega_{s}D'(\omega_{s})}\right)^{1/2} \frac{I_{0}(\kappa_{p}^{s}r)}{I_{0}(\kappa_{p}^{s}a)},$$

$$(r) = \begin{cases} \frac{1}{k_{p}r_{b}} - \frac{I_{0}(k_{p}r)}{I_{0}(k_{p}a)} \Delta_{1}(k_{p}r_{b}, k_{p}a), & r < r_{b} \\ \frac{I_{1}(k_{p}r)}{I_{0}(k_{p}a)} \Delta_{0}(k_{p}a, k_{p}r_{b}), & r_{b} < r < a \end{cases},$$

. ...

(3)

 e_7^p

$$\Psi_{\parallel}^{p,s}(\tau) = \frac{1}{\omega_{p,s}\tau_b} \left[\sin(\omega_{p,s}\tau)\Theta(\tau) - \sin[\omega_{p,s}(\tau - \tau_b)]\Theta(\tau - \tau_b) \right], \quad (4)$$

а оставшиеся в (1)–(4) обозначения имеют вид $R_s(r_b) = \frac{2}{\kappa_p^s r_b} e_z^s(r_b), \ \tau = t - z/v_0,$

где e, m, v_0 — заряд, масса и продольная скорость электронов сгустков, $\Theta(\tau)$ — функция Хэвисайда, T — период следования сгустков, I_n и K_n — модифицированные функции Бесселя и функции Макдональда *n*-го порядка.

Собственные частоты ω_s диэлектрических волн определяются из решения дисперсионного уравнения

$$D(\omega_s) \equiv \frac{\varepsilon_p(\omega_s)}{\kappa_p^s} \frac{I_1(\kappa_p^s a)}{I_0(\kappa_p^s a)} + \frac{\varepsilon}{\kappa_d^s} \frac{F_1(\kappa_d^s a, \kappa_d^s b)}{F_0(\kappa_d^s a, \kappa_d^s b)} = 0.$$
(5)

Здесь $\kappa_d^s = (\beta_0^2 \varepsilon - 1)^{1/2} \omega_s / v_0$, $F_n(x, y) = (-1)^n [J_n(x) \times Y_0(y) - Y_n(x) J_0(y)]$, J_n и Y_n — функции Бесселя и функции Вебера *n*-го порядка.

Как видно из выражения (1), продольное электрическое поле состоит из двух частей. Первая сумма описывает кильватерное поле диэлектрических волн, второе — кильватерное поле плазменной волны. Они обе возбуждаются релятивистским электронным сгустком. Изменяя плотность плазмы, можно изменять соотношение между амплитудами плазменной и диэлектрической волн. В возбуждении двух типов волн в изотропной плазме состоит существенное отличие от случая возбуждения кильватерного поля в замагниченной плазме [15], где для возбуждения плазменной волны электронным сгустком существует ограничение сверху по его энергии. Но такие сгустки не представляют интерес для рассматриваемой ускорительной схемы, т.е. можно считать, что релятивистские электронные сгустки плазменную волну в замагниченном плазменном волноводе не возбуждают.

Численный анализ амплитуд кильватерного поля

Для исследования зависимостей амплитуды продольного электрического поля в ПДКУ в качестве начальных выберем значения параметров диэлектрической структуры и сгустков, характерные для экспериментальной установки "Алмаз-2" [16]: a = 1.1 cm, b = 4.3 cm,



Рис. 1. Зависимость амплитуды кильватерного поля в ПДКУ от плотности плазмы для фиксированных параметров сгустков и диэлектрического волновода: a — полное поле, b — диэлектрическая часть полного поля, c — плазменная волна. Символы на кривых указывают количество сгустков, использованных в расчетах.

 $\varepsilon = 2.1, r_b = 1.0$ ст, $L_b = 1.7$ ст, $Q_0 = -0.32$ nC, энергия электронов сгустков $U_b = 5$ MeV. Для таких параметров собственная частота первой радиальной моды вакуумной структуры, определенная из уравнения (3), $f_m = 2710$ MHz, равнялась частоте следования сгустков. Выбранные для численного анализа параметры обеспечивают невысокие темпы ускорения и не могут быть выбраны в качестве возможного прототипа для высокоградиентного ДКУ, но они позволяют качественно исследовать зависимости ускоряющего поля от плотности плазмы. Высокие темпы ускорения можно получить масштабированием размеров структуры и плотности плазмы.

На рис. 1 приведены зависимости амплитуды аксиальной силы (максимального значения продольной силы позади сгустков в дрейфовом канале на расстоянии $r = r_b$ от оси) $F_z = eE_z$, действующей на тестовый электрон, от плотности плазмы для различного числа сгустков в последовательности: одиночный сгусток, 4, 11 и 21. Рис. 1, *a* соответствует полному кильватерному полю, рис. 1, *b* — диэлектрической волне (первая двойная

Таблица 1. Собственные частоты ПДКУ при различных плотностях плазмы

$n_p (\mathrm{cm}^{-3})$	$\omega_1/2\pi~(\mathrm{MHz})$	$\omega_p/2\pi$ (MHz)
10 ⁸	2710	89.79
$5\cdot 10^8$	2710	200.8
10 ⁹	2711	283.9
$5\cdot 10^9$	2717	634.9
10^{10}	2725	897.9
$5\cdot 10^{10}$	2782	2008
10^{11}	2846	2839
$5\cdot 10^{11}$	3181	6349
10 ¹²	3393	8979
$5\cdot 10^{12}$	3837	20080
10 ¹³	3976	28390

сумма в уравнении (1)), рис. 1, c — плазменной волне (вторая сумма в (1)).

Частоты первой радиальной гармоники диэлектрической волны и плазменной волны в зависимости от плотности плазмы приведены в табл. 1. Приведенные значения частот позволяют оценить число сгустков, вносящих когерентный вклад в амплитуду кильватерного поля (см. ниже).

Для одиночного сгустка полное поле почти постоянно при низких плотностях плазмы, затем растет с увеличением плотности плазмы и достигает максимума. При дальнейшем увеличении плотности плазмы поведение полного поля имеет характер затухающих осцилляций. Максимум полного ускоряющего поля обязан максимуму поля плазменной волны (рис. 1, c), который определяется максимумом функции e_z^p (уравнение (2)) и достигается при плотности плазмы, соответствующей условию $k_p a \sim 1$ [9,12]. Осциллирующий характер аксиального кильватерного поля после достижения максимума также обусловлен полем плазменной волны и описывается интерференционным множителем $A_p^b = 2\sin(\omega_p \tau_b/2)/\omega_p \tau_b$, следующим из выражения (4) при $\tau > \tau_b$. Как следует из рис. 1, при малых плотностях плазмы полное поле определяется диэлектрической волной, а при больших плотностях — в основном полем плазменной волны. То есть при использовании одиночного сгустка для генерации кильватерного поля использование плазмы в дрейфовом канале диэлектрической структуры не дает дополнительных преимуществ по сравнению с чисто вакуумной структурой или по сравнению с чисто плазменной структурой.

Для последовательности сгустков амплитуда полного поля при низких плотностях плазмы также почти постоянна, слегка уменьшаясь при увеличении плотности плазмы. Эта тенденция усиливается при увеличении числа сгустков в последовательности, что связано с увеличением расстройки по фазе между сгустками и собственными волнами (табл. 1). При плотности плазмы $n_p = 10^{11}$ сm⁻³ полное поле резко подрастает для после-

Таблица 2. Внутренний радиус a и внешний радиус b диэлектрической трубки в случае подстройки первой радиальной моды диэлектрической волны к частоте плазменной волны. В случае подстройки внутренним радиусом внешний радиус b = 4.3 сm, во втором случае внутренний радиус a = 1.1 сm

$n_p, {\rm cm}^{-3}$	<i>a</i> , cm	<i>b</i> , cm
10^{10}	_	12.406
$5\cdot 10^{10}$	_	5.815
10^{11}	1.085	4.31
$2\cdot 10^{11}$	2.2805	3.281
$5\cdot 10^{11}$	3.0937	2.4115
10^{12}	3.4658	1.997
$5\cdot 10^{12}$	3.9362	1.479
10 ¹³	4.0442	1.3638

довательности из 4 и 11 сгустков. Увеличение полного поля связано с когерентным сложением поля диэлектрической волны ($\omega_1 = 2846 \text{ MHz}$) и поля плазменной волны ($\omega_p = 2839 \text{ MHz}$). Само поле плазменной волны также возрастает благодаря когерентному сложению полей отдельных сгустков (рис. 1, с). Отметим, что при этом поле диэлектрической волны не возрастает по сравнению с вакуумным случаем (рис. 1, b), что связано как с интерференцией радиальных гармоник, так и увеличением "провисания" каждой гармоники диэлектрического поля от границы диэлектрика при возрастании плотности плазмы. При дальнейшем увеличении числа сгустков в последовательности ярко выраженный максимум на кривой зависимости полного поля при резонансной плотности плазмы $n_p = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ начинает сглаживаться и затем исчезает (кривая для $N_b = 21$ на рис. 1). Для последовательности из 21 сгустка полное поле для плотностей плазмы $n_p > 10^{12} \, {\rm cm}^{-3}$ не превосходит поле одиночного сгустка.

Таким образом, заметного увеличения амплитуды полного поля в ПДКУ по сравнению с вакуумным ДКУ можно добиться только при резонансной плотности плазмы для небольшого количества сгустков в последовательности.

Одна из причин отсутствия увеличения амплитуды кильватерного поля — расстройка частоты следования сгустков и собственных частот ПДКУ при увеличении плотности плазмы. Для устранения этого недостатка необходимо подстраивать частоту следования сгустков и частоту собственных волн (диэлектрической и плазменной) при изменении плотности плазмы. Частоту основной моды диэлектрической волны можно подстраивать, изменяя поперечные размеры диэлектрической втулки путем изменения внутреннего или внешнего диаметров. Радиусы диэлектрической втулки в зависимости от плотности плазмы приведены в табл. 2.

На рис. 2 показаны зависимости амплитуды аксиальной силы кильватерного поля от плотности плазмы при изменении внутреннего радиуса диэлектрической



Рис. 2. То же, что на рис. 1 для случая с изменяющимся внутренним радиусом, который изменяется согласно данным в табл. 1.

трубки. На большей части интервала изменения плотности плазмы амплитуда полного поля определяется плазменной волной, заметный вклад в полное поле диэлектрическая структура дает только при плотностях плазмы, меньших $2 \cdot 10^{11} \, \text{cm}^{-3}$. При бо́льших плотностях плазмы амплитуда диэлектрической волны резко уменьшается из-за провисания на ось структуры благодаря одновременному увеличению собственных частот и размеров канала (табл. 2, 2-я колонка). Сама плазменная волна в случае с изменяющимся внутренним радиусом растет с увеличением плотности плазмы даже быстрее, чем в случае фиксированного радиуса канала (ср. кривые для одиночных сгустков на рис. 1 и 2). Это связано с тем, что с увеличением плотности плазмы мы вынуждены увеличивать радиус канала, а уменьшение отношения *r*_b/*a* при фиксированной плотности приводит, как следует из выражения (3) для $e_{z}^{p}(r)$, к увеличению амплитуды плазменной кильватерной волны [12].

Другой случай поддержания резонанса между сгустками и возбуждаемыми волнами за счет изменения внешнего радиуса приведен на рис. 3. Максимум возбуждаемого поля находится при плотности плазмы, близкой к 10^{12} cm⁻³, и примерно такой же, как и в случае изменения внутреннего радиуса. Также одинакова



Рис. 3. То же, что на рис. 1 для случая с изменяющимся внешним радиусом, который изменяется согласно данным в табл. 2.

Рис. 4. Амплитуда первой радиальной моды диэлектрической волны в зависимости от плотности плазмы для случая с изменяющимся внешним радиусом, который изменяется согласно данным в табл. 2. Символы на кривых указывают количество сгустков, использованных в расчетах. Здесь использован различный масштаб для амплитуды волны, возбуждаемой одиночным сгустком (левая шкала) и цепочкой сгустков (правая шкала).

ширина интервала значений плотности, где амплитуда ускоряющего поля уменьшается в 2 раза при отклонении от оптимальной плотности. В обоих случаях эта ширина велика и сравнима с самим значением оптимальной плотности $\sim 2\cdot 10^{12}\,cm^{-3}.$ Таким образом, это свойство снижает требования на точность поддержания необходимой плотности плазмы.

Следует заметить, что в случае поддержания синхронизма за счет изменения внешнего радиуса, значительный вклад в амплитуду полного поля в широком диапазоне плотностей вносит диэлектрическая волна (рис. 3, b) в отличие от случая изменения внутреннего радиуса (рис. 2, b), где диэлектрическая часть полного поля существенна только при низких плотностях. Более того, как следует из рис. 3, b, диэлектрическая часть даже растет для последовательностей сгустков в некотором диапазоне плотностей плазмы. Это связано с тем, что с увеличением плотности плазмы (и соответственно уменьшением внешнего радиуса согласно табл. 2) происходит трансформация многомодового спектра излучения в одномодовый спектр, который усиливается регулярной последовательностью сгустков. Зависимости, приведенные на рис. 4, для амплитуды первой радиальной моды, усиливаемой различными последовательностями сгустков, от плотности плазмы подтверждают сказанное. Сравнивая кривую на рис. 4 для 21 сгустка с соответствующей кривой на рис. 3, b можно сделать вывод, что спектр кильватерного поля становится одномодовым при $n_p = 2 \cdot 10^{10} \,\mathrm{cm}^{-3}.$

Заключение

В настоящей работе приведены результаты исследования зависимости амплитуды кильватерного поля, возбуждаемого в ПДКУ электронными сгустками, от плотности плазмы, заполняющей дрейфовый канал.

В случае фиксированных параметров структуры и сгустков значительного увеличения максимального ускоряющего поля по сравнению с вакуумной структурой можно добиться только для небольшого количества сгустков. Для длинной цепочки сгустков из-за расстройки частоты следования сгустков и собственных частот ПДКУ не удается увеличить амплитуду кильватерного поля по сравнению с вакуумным вариантом.

В случае подстройки частоты следования сгустков к частотам собственных волн амплитуда кильватерного поля может быть значительно увеличена. Максимум амплитуды кильватерного поля достигается при плотности плазмы, при которой максимальна амплитуда плазменной волны, т.е. он определяется плазменной волной. Однако существует широкий интервал плотностей плазмы, где вклад диэлектрической волны значительный (или даже преобладающий). В случае изменения внутреннего радиуса этот интервал значений соответствует низкой плотности плазмы, далекой от оптимальной. В случае изменения внешнего радиуса этот интервал значений шире и вклад диэлектрической волны заметен даже при значениях плотностей плазмы, близких к оптимальной. Работа поддержана программой НАН Украины "Перспективные исследования по физике плазмы, управляемому термоядерному синтезу и плазменным технологиям", проект П-1/63-2015 "Разработка физических принципов плазменно-диэлектрического кильватерного ускорителя".

Список литературы

- [1] Шильцев В.Д. // УФН. 2012. Т. 182. № 10. С. 1033–1046.
- [2] *Gai Wei* // Advanced Accelerator Concepts: 13th Workshop. AIP Conf. Proc. NY: AIP, 2009. Vol. 1086. P. 3–11.
- [3] Gai W., Schoessow P., Cole B., Konecny R., Norem J., Rosenzweig J., Simpson J. // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 61. N 24. P. 2756–2759.
- [4] Thompson M.C., Badakov H., Cook A.M., Rosenzweig J.B., Tikhoplav R., Travish G., Blumenfeld I., Hogan M.J., Ischebeck R., Kirby N., Siemann R., Walz D., Muggli P., Scott A., Yoder R.B. // Phys. Rev. Lett. (2008). Vol. 100. P. 214 801.
- [5] Gai W., Kanareykin A.D., Kustov A.L., Simpson J. // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 55. N 3. P. 3481–3488.
- [6] Ng King-Yuen // Phys. Rev. D. 1990. Vol. 42. N 5. P. 1819– 1828.
- [7] Rosing M., Gai W. // Phys. Rev. D. 1990. Vol. 42. N 5. P. 1829–1834.
- [8] Li C., Gai W., Jing C., Power J.G., Tang C.X., Zholents A. // Phys. Rev. ST Accel. Beams (2014). Vol. 17. P. 091 302.
- [9] Sotnikov G.V., Kniaziev R.R., Manuilenko O.V., Markov P.I., Marshall T.C., Onishchenko I.N. // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 2014. Vol. A740. P. 124–129.
- [10] Ruth R.D., Chao A.W., Morton P.L., Wilson P.B. // Part. Accel. 1985. Vol. 17. P. 171–189.
- [11] Rosenzweig J.B., Breizman B., Katsouleas T., Su J.J. // Phys. Rev. A. 1991. Vol. 44. P. R6189–R6192.
- [12] Балакирев В.А., Карбушев Н.И., Островский А.О., Ткач Ю.В. Теория черенковских усилителей и генераторов на релятивистских пучках. Киев: Наукова думка, 1993. 208 с.
- [13] Балакирев В.А., Карась В.И., Толстолужский А.П., Файнбере Я.Б. // Физика плазмы. 1997. Т. 23. № 4. С. 316–324.
- [14] Князев Р.Р., Сотников Г.В.// J. Kharkiv National University. Physical series "Nuclei, Particles, Fields". 2012. Vol. 54. N 2. P. 64–68.
- [15] Березин А.К., Землянский Н.М., Мирный В.И, Онищенко И.Н., Сотников Г.В., Файнберг Я.Б. // Укр. физ. журн. 1992. Т. 37. № 7. С. 999–1003.
- [16] Kiselev V.A., Linnik A.F., Marshall T.C., Onishchenko I.N., Onishchenko N.I., Sotnikov G.V, Uskov V.V. // Proc. 6th Int. Workshop "Strong Microwaves in plasma", Nizhny Novgorod, Russia, 2005. Ed. A. Litvak (Nizhny Novgorod: IAP RAS, 2006). Vol. 1. P. 303–308.