

## Пороговая интенсивность и коэффициент усиления вынужденного комбинационного рассеяния в двуслойном высокодобротном микрорезонаторе при формировании внутренней и внешней фотонной субмикронной струи: „фотонный наноджет“ в ближнем поле

© М.В. Журавлев,<sup>1</sup> N.W. Solis,<sup>1</sup> П.Ю. Перетягин,<sup>1</sup> А.А. Окунькова,<sup>1</sup> R. Torrecillas<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный технологический университет „СТАНКИН“,  
127055 Москва, Россия

<sup>2</sup>Centro de Investigacion en Nanomateriales y Nanotecnologia (CINN)  
(CSIC–Universidad de Oviedo–Principado de Asturias), Parque Tecnológico de Asturias,  
33428 Lianera, Spain  
e-mail: jouravl@rambler.ru

(Поступило в Редакцию 3 октября 2014 г. В окончательной редакции 23 июня 2015 г.)

На базе квантового и полуклассического подходов сделаны оценки энергетического порога возбуждения вынужденного комбинационного рассеяния и его связи с концентрацией оптически-активных молекул в двуслойном микрорезонаторе при формировании оптических полей особой структуры — внутреннего и внешнего „фотонного наноджета“. На основании величины запасенной энергии в моде и величины пороговой интенсивности предложено дополнительное общее правило отбора мод „шепчущей галереи“. Показана возможность фокусировки двуслойным резонатором падающего излучения лазерной накачки в субмикронный фокальный объем при сравнительно малой пороговой интенсивности.

### Введение

В рамках исследования проблемы получения сверхфокусированных лазерных полей определенный интерес представляет использование твердотельных микрорезонаторов оптического диапазона как элементов, способствующих созданию новых методов детектирования оидных молекул и наночастиц [1,2].

Актуальной задачей является изучение вынужденного рамановского рассеяния (вынужденного комбинационного рассеяния, ВКР) — нелинейного эффекта, возникающего в микрорезонаторах оптического диапазона при низкопроговым возбуждении собственных мод лазерным излучением [3,4]. Множество нелинейно-оптических эффектов (низкопороговое ВКР в частности) были зафиксированы в экспериментах с распыляемыми каплями воды, которые являются микрорезонаторами оптического диапазона с добротностью, достигающей  $10^6$  [5–7].

Объяснение данного эффекта основывается на том, что микрорезонатор способен фокусировать в своем объеме электромагнитное излучение, а также способен накапливать энергию падающего электромагнитного излучения как в объемных, так и в поверхностных высокодобротных электромагнитных модах, многократно увеличивая эффективную длину и характеристическое время нелинейного взаимодействия мод [8].

Спектральное положение, интенсивность и сдвиг мод ВКР определяет ряд физико-химических характеристик микрорезонатора, в первую очередь химический состав, вязкость, коэффициент поверхностного натяжения, характеристическое время испарения и конденсации, а

также условия возбуждения множества других конкурирующих низкопороговых процессов: вынужденного рассеяния Мандельштама–Бриллюэна (ВРМБ) и электротепловой колебательной неустойчивости [5–7,9,10]. Сверхузкие спектральные линии комбинационных резонансов открывают перспективы практического использования ВКР и ВРМБ в спектроскопии аэрозольных капель воды, наночастиц, количественного измерения концентраций и детектирования одиночных молекул вещества [9–11]. Применительно к микрорезонаторам ВКР- и ВРМБ-спектроскопия микрочастиц и одиночных молекул является, по сути дела, внутррезонаторной спектроскопией и не накладывает ограничения на минимальный размер частицы, что позволяет производить низкопороговую диагностику наночастиц и аэрозолей.

Существенной особенностью двуслойного микрорезонатора является то, что существует широкий круг экспериментальных физико-химических приложений, удовлетворяющих физической модели двуслойного микрорезонатора: взвешенные в двухфазной газовой среде аэрозольные микрокапли, заряженные микропузыри газа в веществе, покрытые тонкой оболочкой полимерные микрокапсулы.

Наряду с уникальными энергетическими и спектральными характеристиками важной особенностью двуслойного микрорезонатора является его способность фокусировать излучение в фокальную область субмикронной величины. Математическое моделирование, а также экспериментальные исследования показали, что при многомодовом режиме возбуждения ВКР-область острой

фокусировки уменьшается до десятков нанометров и образует „фотонный наноджет“ (ФН) [12,13].

Среди теоретических работ по исследованию ФН [12–16] в микрорезонаторах необходимо отметить [14], в которой приведено детальное исследование распределения полей в многослойных микросферах. В случае возбуждения полей в микрорезонаторе в виде ФН можно ожидать понижения энергетических порогов возбуждения лазерного излучения и ВКР при существенном понижении концентрации оптически активных химических примесей в поверхностном слое микрорезонатора [12,17,18].

Цель настоящей работы — на основании квантового и полуклассического подходов оценить энергетический порог возбуждения ВКР и его связь с концентрацией оптически активных молекул в двуслойном микрорезонаторе при формировании оптических полей особой структуры: внешнего и внутреннего ФН.

### Взаимодействие мод в микрорезонаторе

Гамильтониан взаимодействия  $\Lambda$ -системы, дипольной молекулы с электромагнитной модой микрорезонатора, начальным и конечным состояниями  $|i\rangle, |f\rangle$  соответственно с учетом интегрального коэффициента перекрытия мод имеет вид [18–21]:

$$H = -\mathbf{P}\mathbf{E}, \quad (1)$$

$\mathbf{P}$  — вектор поляризации,

$$\mathbf{P}_{res} = -N\mathbf{e}\mathbf{r}, \quad (2)$$

$N$  — концентрация оптически активных молекул,  $\mathbf{E}$  — напряженность моды электромагнитного поля лазерной накачки,  $\mathbf{e}\mathbf{r}$  — дипольный момент молекулы. Поляризация моды микрорезонатора имеет вид [20]

$$P_{res}^{(3)}(\omega_2) = NM_{fi}E_1(\omega_1)\rho_{if}^{(2)}(\omega_2 - \omega_1), \quad (3)$$

где  $M_{fi}$  — матрица электрического дипольного момента, получена в приближении теории возмущений второго порядка [20],  $\omega_1$  — частота накачки,  $\omega_2$  — частота выделенной собственной моды. Отклик на возбуждение комбинационной моды в микрорезонаторе имеет вид

$$\rho_{if}^{(2)} = \frac{M_{if}^*(\rho_i - \rho_f)}{\hbar(\omega_2 - \omega_1 - \omega_{if} - i\Gamma_{if})} E_1^* E_2, \quad (4)$$

где  $\rho_i, \rho_f$  — функции плотности населенности состояний  $|i\rangle, |f\rangle$  соответственно,  $\Gamma_{if}$  — полуширина линии,  $\omega_{if}$  — комбинационная частота. Подставляя (2–4) в (1), получаем гамильтониан (1) в виде [18–21]

$$H = \chi^{(3)} E_1 E_1^* E_2 E_2^* \quad (5)$$

с комплексной кубической диэлектрической нелинейностью

$$\chi^{(3)} = \frac{-NM_{if}^2(\rho_i - \rho_f)}{\hbar(\omega_2 - \omega_1 - \omega_{if} - i\Gamma_{if})}. \quad (6)$$

Вероятность комбинационного перехода на частоте выделенной комбинационной моды микрорезонатора с учетом интегрального коэффициента перекрытия мод накачки и комбинационной моды, а также плотности мод в объеме микрорезонатора имеет вид [20]

$$\begin{aligned} \frac{dW_{fi}}{d(\hbar\omega_1)} &= \frac{dW_{if}}{d(\hbar\omega_2)} \\ &= \frac{8\pi^3 N\omega_1\omega_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2} |M_{if}| |M_{fi}| |\langle \alpha_f | a_2^\dagger a_1 | \alpha_i \rangle|^2 \\ &\quad \times S_{ifif} S_{fifi} L(\hbar\Delta\omega, \Gamma_{if}) L(\hbar\Delta\omega_s, \gamma_s), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  — диэлектрическая проницаемость,  $a_2^\dagger, a_1$  — операторы рождения и аннигиляции фотона,

$$|\langle \alpha_f | a_2^\dagger a_1 | \alpha_i \rangle|^2 \approx n_2(n_1 + 1) [20], \quad (8)$$

$n_1, n_2$  — средние числа заполнения фотонов в моде,  $L(\hbar\Delta\omega, \Gamma_{if})$  — лоренциан плотности мод в интервале  $2\Gamma_{if}, \Gamma_{if}$  — полуширина линии комбинационного перехода,  $\Delta\omega = \omega_{if} = \omega_2 - \omega_1, \Delta\omega_s = \omega_{s1} = \omega_s - \omega_1, \omega_s$  — частота выделенной моды,  $\gamma_s = \omega_s/2Q_s$  — полуширина выделенной моды,  $Q_s$  — добротность моды. Строго говоря, формула (8) описывает весь набор спонтанных и вынужденных нелинейных эффектов в микрорезонаторе, включая флюоресценцию [20]. Интегральный коэффициент перекрытия мод  $S_{ijkl}$  имеет вид

$$S_{ijkl} = \int_V E_i(r) E_j(r) E_k(r) E_l(r) dV, \quad (9)$$

где  $E_i(r)$  — нормированные собственные моды микрорезонатора  $i = 1, 4$  с соответствующими собственными частотами  $\omega_i$ , удовлетворяющими волновому синхронизму:  $\omega_i - \omega_j = \omega_k - \omega_l$  [3,18],

$$\int_V E_i(r) E_j(r) dV = \delta_{ij}. \quad (10)$$

В общем виде для описания всего множества нелинейных многомодовых взаимодействий в микрорезонаторе гамильтониан (5) имеет вид [18–20]

$$H = \chi^{(3)} E_i E_j E_k E_l. \quad (11)$$

Гамильтониан (11) и интегральный коэффициент взаимодействия мод  $S_{ijkl}$  (9) описывают комбинацию взаимодействия всех возможных мод в микрорезонаторе (или в кристалле) в зависимости от выбора симметрии, формы микрорезонатора и поляризации падающей волны накачки. Уменьшая степень свободы резонатора на 1, можно получить соответствующий интегральный коэффициент перекрытия мод для описания квадратичного

взаимодействия мод с квадратичной диэлектрической нелинейностью.

В двухмодовом режиме взаимодействия [3,9,20–22] две моды резонатора  $E_3(r, t)$ ,  $E_4(r, t)$  описываются классическим распределением поля в резонаторе и две моды  $E_1(r, t)$ ,  $E_2(r, t)$  имеют вид, определяемый вторичным квантованием амплитуд выбранных мод [20],

$$E(r, t) = \sum_a \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} p_a(t) E_a(r), \quad (12)$$

где амплитуды  $p_a(t)$  имеют вид

$$p_a(t) = i \left( \frac{\hbar \omega_a}{2} \right)^{1/2} [a_a^+(t) - a_a(t)]. \quad (13)$$

Суммарная напряженность электромагнитного поля в резонаторе, состоящая из суммы амплитуд собственных мод, в представлении вторичного квантования имеет вид [20]

$$E(r, t) = -\sum_j i \left( \frac{\hbar \omega_j}{2\varepsilon_j V_j} \right)^{1/2} [a_j^+(t) - a_j(t)] E_j(r). \quad (14)$$

## Коэффициент усиления и порог мощности возбуждения ВКР в микрорезонаторе

В нелинейном микрорезонаторе лазерной накачкой возбуждается множество мод, полагаясь на условия эксперимента [4–7], рассмотрим возбуждение и взаимодействие двух выделенных, невырожденных мод с высокой добротностью и большой константой перекрытия мод. Двухмодовый режим взаимодействия мод, реализуемый в большинстве экспериментальных приложений, теоретически рассмотрен в [20–22].

Одной из особенностей резонансного спектра микрорезонатора является высокая плотность собственных мод по шкале частот. Среднее расстояние между модами одной поляризации ( $TE_n^{l,k}$  или  $TM_n^{l,k}$ ) и одного порядка  $l$  для параметра дифракции  $\rho = 2\pi a/\lambda \approx 30$ ,  $a$  — радиус микрорезонатора, составляет  $\Delta\nu = 10^{-2} \text{ см}^{-1}$ . Следовательно, резонансные кривые ряда собственных мод могут перекрываться по частоте и одновременно несколько резонансных мод будут участвовать в усилении спонтанного сигнала до вынужденного. Учет данного обстоятельства в (7) произведен введением дополнительной плотности мод в микрорезонаторе, описывающей все возможные комбинации взаимодействующих мод и в конечном счете их влияние на коэффициент усиления и пороговую интенсивность.

В условиях входного резонанса, когда частота моды накачки совпадает с частотой одной из собственных мод микрорезонатора, выделяя одну комбинационную моду из всего эквидистантного спектра, получаем общую

формулу для определения коэффициента усиления в комбинационной моде микрорезонатора в виде [21]

$$\frac{dn_2}{d\tau} = Dn_1(n_2 + 1) - \alpha n_2, \quad (15)$$

где  $D$  — коэффициент пропорциональности, определяемый с помощью (4), (6), (7),  $\alpha$  — суммарный коэффициент потерь фотонов на излучение и поглощение (сумма постоянных затухания комбинационных мод). Из выражения (7) имеем

$$\frac{dn_2}{d\tau} = \frac{dW_{if}}{d\omega_2} (\rho_i - \rho_f) - \alpha n_2. \quad (16)$$

Следует отметить, что временной интервал  $\tau$  в (15), (16) определяется характерным временем затухания в моде микрорезонатора:  $\tau_s = Q_s/\omega_s$ . Переписывая (7), (16) в виде

$$\frac{dn_2}{dl} = (G - \alpha)n_2, \quad (17)$$

где  $l$  — нормированная длина пробега фотона в моде, получаем пороговое условие возбуждения ВКР:

$$G = \alpha, \quad (18)$$

$$\alpha = N_M(\sigma_{\text{abs}} + \sigma_{\text{scat}}), \quad (19)$$

$N_M$  — концентрация оптически активных частиц в моде микрорезонатора,  $\sigma_{\text{abs}}$ ,  $\sigma_{\text{scat}}$  — коэффициент абсорбции и коэффициент экстинкции соответственно для выделенной моды. Для сферического микрорезонатора, а также для релеевских частиц (дополнительных примесей)  $\sigma_{\text{abs}}$  и  $\sigma_{\text{scat}}$  рассчитываются по теории Ми.

Коэффициент усиления  $G$  имеет вид

$$G = \frac{8\pi^2 \hbar \omega_1 \omega_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2^{1/2} c} n_1 \text{Im}(\chi^{(3)}) S_{ijkl}^2 L(\hbar \Delta \omega_s, \gamma_s). \quad (20)$$

С учетом соотношения Мэнли–Роу для чисел фотонов  $n_1$ ,  $n_2$  в моде накачки и комбинационной моде и сохранения энергии для начального числа падающих фотонов накачки  $n_0$ :

$$n_1 = \omega_2 \left( \omega_1 + \omega_2 \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right)^{-1} n_0. \quad (21)$$

Используя связь интенсивности накачки  $I_{\text{th}}$  и начального числа фотонов в моде накачки  $n_0$ , для пороговой интенсивности имеем  $I_{\text{th}}$ :

$$I_{\text{th}} = N_M \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2^{1/2} c}{8\pi^2} \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \left( \frac{\sigma_{\text{abs}} + \sigma_{\text{scat}}}{\sigma_{\text{ext}}} \right) \times \left( 1 + \frac{\omega_2 \gamma_1}{\omega_1 \gamma_2} \right) \frac{F(\Delta \omega_s, \gamma_s)}{Q_s \text{Im}(\chi^{(3)}) S_{ijkl}^2 V_s}, \quad (22)$$

где мнимая часть кубической нелинейности [21]

$$\text{Im}(\chi^{(3)}) = N\pi |M_{if}|^2 L(\hbar \Delta \omega, \Gamma_{if})(\rho_i - \rho_f),$$

$F(\Delta \omega_s, \gamma_s) = L(\hbar \Delta \omega_s, \hbar \gamma_s)^{-1}$  — функция расстройки и  $V_s$  — объем моды микрорезонатора. Для микрорезонатора с высокодобротными модами объем моды оценен в [23].

Существенной особенностью формул (20), (22) для коэффициента усиления  $G$  и пороговой интенсивности  $I_{th}$  в микрорезонаторе является их нелинейная квадратичная зависимость от коэффициента перекрытия мод  $S$ , что в свою очередь объясняет эффект существенного понижения пороговой интенсивности возбуждения ВКР при взаимодействии мод и формировании структуры внутреннего электромагнитного поля в виде „внутреннего ФН“ [24,25].

### Обсуждение результатов

Интегральные коэффициенты перекрытия мод  $S_{ijkl}$  (10) фигурируют в описании большинства нелинейных оптических процессов в микрорезонаторах [20,21]. В связи с этим пространственное перекрытие мод является общим для описания нелинейных процессов в микрорезонаторах и требует отдельного рассмотрения. Как показано в (20), (22), пороговая интенсивность  $I_{th}$  и коэффициент усиления ВКР  $G$  зависят, главным образом, от интегрального коэффициента пространственного перекрытия мод  $S_{ijkl}$  и добротности мод  $Q_s$ . Высокодобротные электромагнитные моды, взаимодействующие в микрорезонаторе, представляют собой моды „шепчущей галереи“ (ШГ):  $TM_n^{l,k} - TE_n^{l,k}$ , где  $TE_n^{l,k}$  ( $TM_n^{l,k}$ ) — электрическая (магнитная) собственная мода с модовым числом (индексом)  $n$ , порядком  $l$  и номером корня  $k$  трансцендентного уравнения для радиальной зависимости. В микрорезонаторе может одновременно возбуждаться множество мод ШГ с различной комбинацией индексов  $n, l, k$ , способных нелинейно взаимодействовать друг с другом. Номер  $n$  возбужденной моды ШГ определяется в соответствии со значением резонансного радиуса  $a_{res}^k$  микрорезонатора и параметра дифракции  $\rho$ ;  $n \leq \sqrt{\epsilon}\rho$ . Параметрическая связь между модами ШГ обусловлена интегральным коэффициентом перекрытия мод  $S_{ijkl}$  и кубической диэлектрической нелинейностью, которая обеспечивает изменение диэлектрической проницаемости вещества микрорезонатора. Таким образом, индексы  $i, j, k, l$  интегрального коэффициента перекрытия мод  $S_{ijkl}$  представляют собой мультииндексы, зависящие от трех дополнительных индексов  $(n, l, k)$ , и для сферического микрорезонатора принимают векторный вид коэффициентов углового момента Клебша–Гордана (Clebsch–Gordan) с дополнительной радиальной зависимостью. Коэффициент перекрытия для мод ШГ с различным набором модовых индексов: номера  $n$  и порядка  $l, k$  зависит от того, насколько точно соответствуют друг другу их пространственные профили.

Зависимость пороговой интенсивности ВКР  $I_{th}$  от резонансного радиуса  $a_{res}^1$  представлена на рис. 1. Во взаимодействии участвуют моды:  $TM_n^{l,k} - TE_{n-1}^{l,k}$ , которые характеризуются максимальным значением поглощенной энергии. Характерная зависимость отношения поглощенной энергии в моде микрорезонатора  $W$

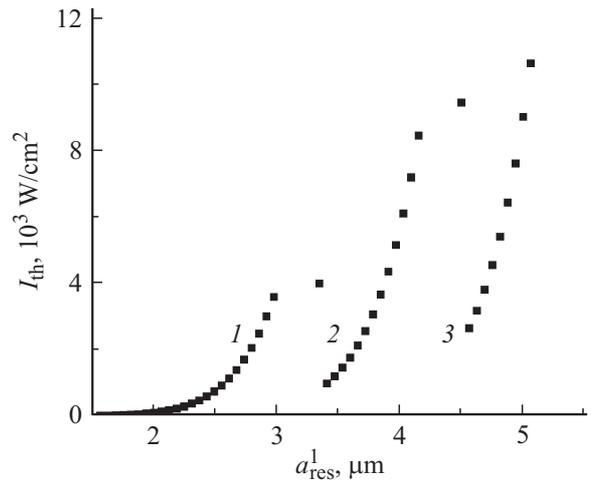


Рис. 1. Пороговая интенсивность  $I_{th}$  ( $W/cm^2$ ) в зависимости от резонансного радиуса микрорезонатора  $a_{res}^1$  ( $\mu m$ ).

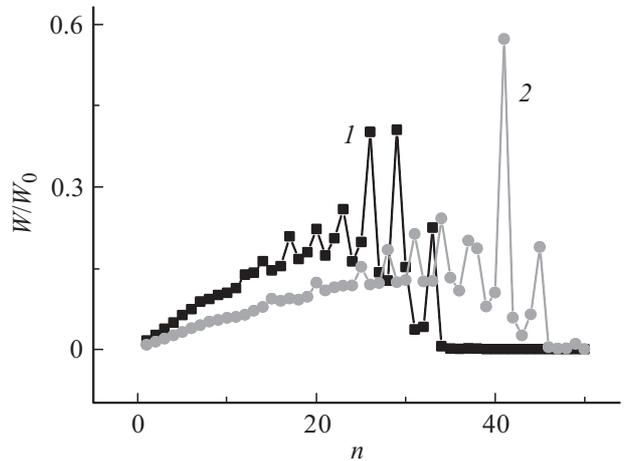


Рис. 2. Относительная энергия  $W/W_0$ , запасенная в моде  $TE_n^{1,1}$  в зависимости от номера моды  $n$ . Микрорезонатор из плавяного кварца с радиусом (1)  $a = 2.487 \mu m$ , (2)  $a = 3.405 \mu m$ . Максимальные пики запасенной энергии на графике соответствуют модам ШГ. Интервал индексов  $n$  мод с максимальной запасенной энергией определяет правило отбора высокодобротных мод ШГ с наибольшим запасом энергии в моде в зависимости от номера  $n$ .

к энергии лазерной накачки  $W_0$  ( $W/W_0$ ) от номера моды  $n$  представлена на рис. 2. Расчет произведен с использованием точных выражений для  $TE$ - и  $TM$ -полей двуслойного резонатора и рекуррентных соотношений для функций Риккати–Бесселя комплексного аргумента [26,27]. Рис. 2 показывает, что при возбуждении микрорезонатора существуют уединенные моды ШГ с максимальным значением поглощенной энергии лазерной накачки. В процессе селекции мод участвуют моды ШГ с различными значениями модового индекса  $n$  и порядка  $l, k = 1$ , следовательно, все они имеют разные добротности  $Q_n^{l,k}$  и занимают соответственно разный модовый объем  $V_n$ . Для мод ШГ модовый объем минимален

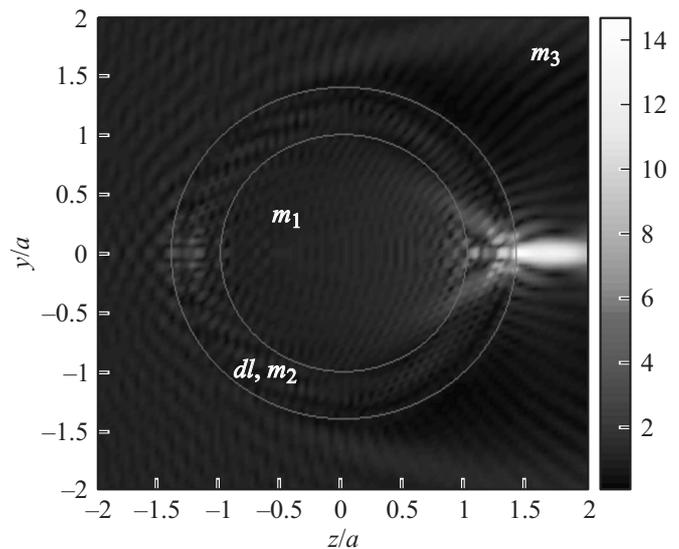
лен, а добротность достигает  $10^{10}$  [23]. Это означает, что в эксперименте с микрорезонаторами любой вынужденный процесс происходит только на тех модах, в которых запасенная энергия максимальна. Наряду с полученными ранее правилами отбора взаимодействующих мод, вытекающих из свойств коэффициентов Клебша–Гордана и интегральных представлений для коэффициента перекрытия мод [18], рис. 2 представляет дополнительную возможность отбора взаимодействующих мод на основании величины запасенной в них энергии, т.е. для микрорезонатора с резонансным радиусом  $a_{\text{res}}^1 = 3.405 \mu\text{m}$ , наибольшую запасенную энергию имеют моды в интервале  $30 \leq n \leq 43$ , а для  $a_{\text{res}}^1 = 2.487 \mu\text{m}$  в интервале  $23 \leq n \leq 32$ , которые и соответствуют модам ШГ.

На рис. 1 (кривая 1) представлена наблюдаемая в экспериментах ВКР с микрорезонаторами [25] характерная зависимость пороговой интенсивности от резонансного радиуса  $a_{\text{res}}^1$ . Показано, что при одновременном изменении резонансного радиуса и соответствующего ему номера моды происходит резкий рост коэффициента перекрытия мод и резкое падение пороговой интенсивности возбуждения ВКР. Так, для моды с  $n = 47$ ,  $a_{\text{res}}^1 = 3.405 \mu\text{m}$ ,  $I_{\text{th}} \approx 974.2 \text{ W/cm}^2$  (кривая 2 на рис. 1) при дальнейшем росте резонансного радиуса также наблюдается резкий рост коэффициента перекрытия мод,  $n = 61$ ,  $a_{\text{res}}^1 = 4.56 \mu\text{m}$ ,  $I_{\text{th}} \approx 2645.1 \text{ W/cm}^2$ ,  $N_m \approx 10^{17} \text{ 1/cm}^3$ .

Величина интегрального коэффициента перекрытия мод значительно возрастает в случае двойного резонанса, что приводит к существенному понижению энергетического порога ВКР. Это снижение тем больше, чем выше добротность соответствующей моды накачки. Существует различие в величинах коэффициента интегрального перекрытия полей для одно- и двухрезонансного ВКР. При двухрезонансной накачке ВКР, когда выполняются резонансные условия для падающей и стоксовой мод, пороговая интенсивность резко падает (рис. 1), тепловые расстройки при этом минимальные и температурные моды не возбуждаются. В этой ситуации значения коэффициента перекрытия мод значительно выше и имеют тенденцию к росту с уменьшением полуширины резонансных мод за счет увеличения их добротности.

При нерезонансной накачке (большая расстройка для моды  $\omega_1$ ) такой зависимости нет. В пределе совокупности очень узких резонансов ( $\gamma_{l,n} \lesssim 10^9$ ) пространственная конфигурация поля накачки, учитываемая в коэффициенте перекрытия мод, уже не оказывает влияния на процесс ВКР и значения перекрытия мод близки к 1, как в случае с лазерной генерацией в протяженной среде.

На рис. 3 в качестве иллюстрации представлены пространственные распределения интенсивности в виде ФН. Точные математические выражения и алгоритмы для расчета пространственного распределения мод описаны в [26–28]. Из рис. 3 видно, что значительное увеличение величины коэффициента перекрытия мод обусловлено



**Рис. 3.** Распределение относительной интенсивности для моды  $TM_{38}^1$  в ближнем поле, формируемое двуслойным микрорезонатором в виде фотонной струи: „фотонный наноджет“. Длина волны накачки  $\lambda = 0.532 \mu\text{m}$ , радиус внутренней сферы  $a = 2.5 \mu\text{m}$ ,  $m_1 = 1.47 - i10^{-6}$ , толщина поверхностного слоя  $dl = 1 \mu\text{m}$ ,  $m_2 = 1.33 - i10^{-6}$ ,  $m_3 = 1$ .

сверхострой фокусировкой падающего излучения в поверхностном слое  $dl$  микрорезонатора в виде внутреннего ФН. На основании точного построения области ФН в ближнем поле в виде тонового распределения относительной интенсивности ВКР (рис. 3) следует, что двуслойный микрорезонатор формирует в ближнем поле в поверхностном слое особый вид сверхострой фокусировки падающего излучения. При выбранных параметрах: длина волны накачки  $\lambda = 0.532 \mu\text{m}$ , радиус внутренней сферы  $a = 2.5 \mu\text{m}$ ,  $m_1 = 1.47 - i10^{-6}$ , толщина поверхностного слоя  $dl = 1 \mu\text{m}$ ,  $m_2 = 1.33 - i10^{-6}$ ,  $m_3 = 1$ , область сверхострой фокусировки имеет полуширину  $8 \cdot 10^{-2} \mu\text{m}$ , что существенно меньше области фокусировки, формируемой распределенными объемными лазерными резонаторами [20,21].

## Выводы

Вопрос о конкуренции мод ШГ различных порядков в процессе инициирования ВКР является определяющим в расчетах и экспериментах с микрорезонаторами [3,8,9,23,24]. Основным правилом отбора взаимодействующих мод является достижение наименьшей пороговой интенсивности при минимальных диэлектрических потерях и потерях на излучение, а также максимальные амплитуды в спектре экстинкции. При этом моды ШГ высоких порядков имеют существенно более высокую добротность и преимуществом мод высоких порядков является их большее перекрытие с модой накачки.

Таким образом, в настоящей работе предложено наряду с существующими правилами отбора взаимодействующих мод [18] дополнительное общее правило отбора мод ШГ для микрорезонаторов на основании величины запасенной энергии в моде и минимальной пороговой интенсивности.

В эксперименте с двуслойными высокодобротными резонаторами [24] пороговая интенсивность является особой точкой перелома на графике зависимости выходной интенсивности лазерного излучения от величины интенсивности накачки. При оптимальных условиях расстройки и высоком интегральном коэффициенте перекрытия мод может быть достигнут аномально низкий порог ВКР (рис. 1, кривые 2, 3). При этом физические закономерности формирования и управления параметрами области острой фокусировки с помощью дополнительного поверхностного слоя необходимы для понимания свойств эффекта ВКР, в том числе для микрорезонаторов, используемых в виде микролинзы для исследования формирования оптических полей.

На основании точных выражений для расчета внутреннего и внешнего полей [26–28] и интегрального коэффициента перекрытия мод ШГ для двуслойных твердотельных микрорезонаторов оптического диапазона показано, что двуслойный микрорезонатор может сфокусировать падающее излучение лазерной накачки в субмикронный фокальный объем при сравнительно малой пороговой интенсивности, причем сферический высокодобротный двуслойный микрорезонатор обладает способностью к сверхострой фокусировке когерентного излучения (рис. 3) и может быть использован в качестве микролинзы, в которой дифракционное изображение формируется модами ШГ.

Микролазеры на базе двуслойных микрорезонаторов с модами ШГ могут быть использованы в качестве концентраторов света для возбуждения молекул в молекулярных нанопереклещателях, полупроводниковых гетероструктурах, а также оптических микропинцетах.

Выбор толщины покрытия микрорезонатора и удовлетворение частоты накачки условию входного резонанса позволяют регулировать и существенно уменьшить размер фокального пятна, что дает возможность использовать микросферу в качестве микролинзы и одновременно в качестве микролазера с особым видом острой фокусировки лазерного излучения в виде ФН. Принимая во внимание, что изготовление двуслойных микросфер из плавленого кварца, а также из различного рода прозрачных полимеров (PS, PMMA) является технологически выполнимой задачей [24], представленные пороги интенсивности ВКР дают возможность практического построения серии оптических микроприборов для лазерной генерации высокой интенсивности в микрообъеме.

В рассмотренном микрорезонаторе из плавленого кварца кубическая диэлектрическая нелинейность без ограничения общности может быть заменена на квадратичную диэлектрическую нелинейность для микропре-

зонатора любой формы, что существенно увеличивает прикладной аспект полученных результатов.

Высокие значения коэффициента перекрытия мод существенно повышают чувствительность ВКР спектроскопии одиночных молекул и возможность детектирования отдельных аэрозольных частиц [11].

Представленные результаты получены с использованием программ, разработанными авторами на Фортране и Матлабе.

Работа выполнена в рамках постановления правительства Российской Федерации от 9 апреля 2010 г. № 220 (Договор № 14.B25.31.0012 от 26 июня 2013 года).

## Список литературы

- [1] Li X., Chen Z., Taflove A., Backman V. // Opt. Expr. 2005. Vol. 13. N 2. P. 526–533.
- [2] Gerard D., Wenger J., Devilez A., Gachet D., Stout B., Bonod N., Popov E., Rigneault H. // Opt. Expr. 2008. Vol. 16. N 19. P. 15 297–15 303.
- [3] Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Чистякова Е.К. // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. № 3. С. 289–294.
- [4] Fomin A.E., Gorodetsky M.L., Grudin I.S., Ilchenko V.S. // JOSA. 2005. Vol. 22. N 2. P. 459–465.
- [5] Lin H.-B., Campillo A.J. // Opt. Lett. 1995. Vol. 20. N 15. P. 1589–1591.
- [6] Optical particles sizing. Theory and Practice / Ed. by G. Gouesbet, G. Grehan. NY: Plenum, 1988. 149 p.
- [7] Optical effects associated with small particles / Ed. by P.W. Barber, R.K. Chang. Singapore.: World Scientific, 1988. 290 p.
- [8] Zemlyanov A.A., Geints Y.E. // JOSA. B. 2003. Vol. 20. N 12. P. 2492–2501.
- [9] Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. N 4–5. С. 500–515.
- [10] Cantrell D.C. // JOSA. B. 1991. Vol. 8. N 10. P. 2181–2189.
- [11] Heyder J., Gebhart J. // Appl. Opt. 1979. Vol. 18. N 5. P. 705–711.
- [12] Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Панина Е.К. // Оптика атмосферы и океана. 2010. Т. 23. № 8. С. 666–674.
- [13] Geints Y.E., Zemlyanov A.A., Panina E.K. // JOSA. B. 2012. Vol. 29. N 4. P. 758–762.
- [14] Geints Y.E., Zemlyanov A.A., Panina E.K. // JOSA. B. 2011. Vol. 28. N 8. P. 1825–1830.
- [15] Itagi A.V., Challener W.A. // JOSA. A. 2005. Vol. 22. N 12. P. 2847–2858.
- [16] Ferrand P., Wenger J., Devilez A., Pianta M., Stout B., Bonod N., Popov E., Rigneault H. // Opt. Expr. 2008. Vol. 16. N 10. P. 6930–6940.
- [17] Астафьева Л.Г., Леднева Г.П. // Опт. и спектр. 2009. Т. 106. № 2. С. 306–313.
- [18] Jouravlev M.V., Kurizki G. Theory of Raman amplification in microspheres. In Optical Processes in Microparticles and Nanostructures / Ed by A. Serpenguzel, A.W. Poon, Advanced Series in Applied Physics. Vol. 6. New Jersey: World Scientific, 2012. P. 137–150.
- [19] Kurizki G., Kofman A.G., Kozhekin A., Harel G. // New Journal of Physics. 2000. 2. P. 28.1–28.21.
- [20] Кроль Н. Квантовая теория излучения / В кн.: Квантовая оптика и квантовая радиофизика. М.: Мир, 1966. С. 46.

- [21] Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. М.: Наука, 1989. 560 с.
- [22] Астафьева Л.Г., Леднева Г.П. // Опт. и спектр. 2010. Т. 108. № 5. С. 856–864.
- [23] Брагинский В.Б., Ильченко В.С. // Докл. АН. СССР. 1987. Т. 293. № 6. С. 1358–1361.
- [24] Bei-Bei Li, Yun-Feng Xiao, Meng-Yuan Yan, W.R. Clements, Qihuang Gong // Opt. Lett. 2013. Vol. 38. N 11. P. 1802–1804.
- [25] Spillane S.M., Kippenberg T.J., Vahala K.J. // Nature. 2002. Vol. 415. P. 621.
- [26] Belokopytov G.V., Jouravlev A.V. ICONO 2005: Novel Photonics Materials: Physics and Optical Diagnostics of Nanostructures / Ed. by V. Dmitriev, V. Shalaev, V. Shuvalov, N. Zheludev. Proc. SPIE. Vol 6258. P. 625801-12.
- [27] Белокопытов Г.В., Журавлев А.В. // Опт. и спектр. 2006. Т. 100. № 4. С. 681–686.
- [28] Aden A.L., Kerker M. // J. Appl. Phys. 1951. Vol 22. P. 1242–1246.