# 01

# Влияние антирелаксационного покрытия на поглощение в *D*<sub>2</sub>-линиях щелочных металлов

© С.А. Зибров<sup>1,2</sup>, Е.А. Цыганков<sup>2,¶</sup>, Д.С. Чучелов<sup>1,2</sup>, Д.И. Севостьянов<sup>3</sup>, В.В. Васильев<sup>1,2</sup>, В.Л. Величанский<sup>1,2,4</sup>, В.П. Яковлев<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева,
 119991 Москва, Россия
 <sup>2</sup> «Атомикс»,
 119602 Москва, Россия
 <sup>3</sup> «ПОЛАРУС»,
 108841 Москва, Троицк, Россия
 <sup>4</sup> Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ,
 115409 Москва, Россия
 <sup>¶</sup> e-mail: selentinthebright@gmail.com

Поступила в редакцию 05.09.2017 г.

Исследованы особенности поглощения в ячейке с антирелаксационным покрытием, вызванные оптической накачкой и конечной скоростью сканирования частоты лазера. В ячейках такого типа внутреннее состояние атома с большой вероятностью сохраняется при столкновении со стенкой, что приводит к оптической накачке ансамбля атомов по всем скоростям и всему объему ячейки. В  $D_2$ -линии <sup>133</sup>Cs и частота, соответствующая максимуму поглощения, и величина максимального поглощения зависят от знака сканирования частоты лазера. Приведена теоретическая модель, объясняющая зависимость асимметрии контура поглощения в  $D_2$ -линии <sup>133</sup>Cs от мощности наличием в системе уровней циклического перехода.

DOI: 10.21883/OS.2018.02.45515.195-17

### Введение

Привлекательность переходов между сверхтонкими и магнитными подуровнями атомов щелочных металлов для задач метрологии обусловлена возможностью получения резонансов малых ширин, что является причиной широкого использования таких переходов в стандартах частоты и магнитометрии на протяжении последних 50 лет [1,2]. Ширина используемого метрологического резонанса является одним из факторов, определяющих стабильность и точность стандартов частоты и квантовых магнитометров. Для уменьшения скорости релаксации внутреннего состояния атома и, как следствие, уменьшения ширины метрологического резонанса стенки ячейки покрывают антирелаксационным покрытием или наполняют ее буферным газом. В первом случае снижается вероятность релаксации приготавливаемого когерентными полями внутреннего состояния атома при столкновении со стенкой ячейки. Во втором случае вместо баллистического пролета атома до стенки ячейки происходит более медленный процесс диффузии, что уменьшает число столкновений со стенкой ячейки в единицу времени. Ячейки таких типов используются в квантовых магнитометрах с оптической накачкой и атомных часах [3,4]. Они же иногда служат и для стабилизации частоты лазера по атомной линии методом экстремального регулирования.

Особенности спектра пропускания  $D_1$ -линии атомарных паров щелочных металлов, находящихся в ячейке с антирелаксационным покрытием, были экспериментально и теоретически исследованы в работах [5,6]. Смещение максимума линии поглощения в таких ячейках было наглядно продемонстрировано по его сдвигу относительно внутридопплеровского резонанса в двух встречных пучках линейно поляризованного лазерного излучения. В настоящей работе, являющейся продолжением этих исследований, рассматривается ситуация, когда форму линии поглощения одной бегущей волны определяет вклад от комбинации циклического и открытых переходов, находящихся в пределах допплеровского контура, которая имеет место в  $D_2$ -линии атомов щелочных металлов.

При использовании лазера, ширина линии генерации которого  $\Delta \omega_L$  много меньше допплеровской ширины  $\omega_D$ и в несколько раз меньше естественной, лазерное излучение эффективно взаимодействует с малой группой атомов, для которой выполняется резонансное условие с учетом продольной скорости. Столкновения со стенками с покрытием, сохраняющие внутреннее состояние атома, приводят к переносу оптической накачки на группы атомов со всеми продольными и поперечными скоростями. В результате для "средних" (см. разд. "Теория") скоростей перестройки частоты лазера поглощение излучения в данный момент времени зависит от оптической накачки, произошедшей в предшествующие моменты времени, что искажает контур поглощения по сравнению с наблюдаемым в ячейке без покрытия. Заметим, что подобная деформация формы линии из-за оптической накачки наблюдалась и в поглощении в парах натрия в ячейке с буферным газом [7].

### Экспериментальные результаты

В эксперименте использовались ячейки, наполненные парами <sup>133</sup>Cs (длина 50 mm, диаметр 35 mm), с антирелаксационным покрытием и контрольная — без покрытия. Допплеровская ширина для <sup>133</sup>Сs при комнатной температуре составляет  $\omega_D \approx 2\pi \cdot 380 \text{ MHz}$ , в то время как для исследовавшейся в эксперименте длинноволновой компоненты  $D_2$ -линии <sup>133</sup>Сs  $(F_g = 4 \rightarrow F_e = 3, 4, 5)$ уровни  $F_e = 3$  и  $F_e = 4$ ,  $F_e = 4$  и  $F_e = 5$  отстоят друг от друга на интервалы 201.2 и 251.0 MHz соответственно. Эти переходы изображены на рис. 1. Что касается  $D_1$ -линии <sup>133</sup>Сs, не представленной на рис. 1, то интервал между уровнями  $F_e = 3$  и  $F_e = 4$  состояния 6P<sub>1/2</sub> составляет 1.2 GHz. Поэтому оба перехода  $F_{e} = 4 \rightarrow F_{e} = 3, 4$   $D_{1}$ -линии достаточно хорошо разрешены. Ширина линии генерации лазера с внешним резонатором составляла  $\Delta \omega_L \approx 2\pi \cdot 1 \text{ MHz}$ . Излучение линейно поляризовано, а размеры пучка в поперечном сечении составляли 5 mm на 2 mm (1/е по интенсивности). Оба эти размера почти на порядок меньше диаметра ячейки.

На рис. 2 приведены контуры линии поглощения бегущей волны лазерного излучения в ячейке с покрытием и без такового для длинноволновой компоненты  $D_2$ -линии при скорости сканирования примерно 50 MHz/ms. В ячейке с покрытием поглощение меньше, чем в ячейке без покрытия, так как в первой за счет сохранения внутреннего состояния атома при столкновении со стенкой происходит оптическая накачка всех групп атомов по продольным скоростям, поэтому взаимодействие по мере сканирования частоты лазера происходит со все более опустошаемым состоянием  $F_g = 4$ . Связанный с покрытием эффект оптической



**Рис. 1.** Сверхтонкая структура уровней  $6S_{1/2}$  и  $6P_{3/2}$  атома <sup>133</sup>Сs и схема переходов, соответствующая длинноволновой компоненте  $D_2$ -линии. Переход  $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$  является циклическим, остальные — открытыми.



**Рис. 2.** Контур линии поглощения длинноволновой компоненты  $D_2$ -линии для ячеек с покрытием (1, 2) и без покрытия (3)при скорости сканирования примерно 50 MHz/ms. Мощность излучения лазера везде 50 uW. 1 — сканирование с увеличением частоты лазера, 2 — сканирование с уменьшением частоты лазера.



**Рис. 3.** Сравнение формы контуров поглощения в длинноволновой компоненте  $D_2$ -линии для мощностей 20 и 50 uW в ячейке с покрытием и без такового. Скорость сканирования примерно 1 MHz/ms: 1 — ячейка с покрытием, мощность излучения лазера 20 uW; 2 — ячейка без покрытия, мощность излучения лазера 20 uW; 3 — ячейка с покрытием, мощность излучения лазера 50 uW; 4 — ячейка без покрытия, мощность излучения лазера 50 uW.

накачки приводит к тому, что коэффициент поглощения зависит от направления сканирования частоты лазера: при сканировании с увеличением частоты лазера поглощение в области открытых переходов выше, чем при сканировании с уменьшением частоты лазера; при сканировании с уменьшением частоты лазера поглощение в области циклического перехода выше, чем при сканировании с увеличением частоты лазера.

На рис. 3 приведены контуры линий поглощения лазерного излучения в ячейке с покрытием и без покрытия для длинноволновой компоненты  $D_2$ -линии при скорости сканирования примерно 1 MHz/ms, когда при каждом значении частоты лазера устанавливается стационарное



**Рис. 4.** Контуры линии поглощения лазерного излучения в ячейке с антирелаксационным покрытием для длинноволновой компоненты  $D_2$ -линии, прописанные в случае сканирования с увеличением частоты лазера (1, 3) и с уменьшением частоты лазера (2, 4). Мощность излучения 20 и 50 uW для нижних (1, 2) и верхних (3, 4) кривых соответственно. Скорость сканирования примерно 50 MHz/ms.

поглощение. (Для кривой 3 на рис. 3 точками изображен контур поглощения, полученный сканированием частоты лазера в противоположном направлении. Совпадение обоих контуров, т. е. независимость от знака перестройки частоты, показывает, что установилось стационарное поглощение.) В ячейке с покрытием за счет оптической накачки сверхтонкого уровня Fg = 3 в области взаимодействия с открытыми переходами поглощение меньше, чем в ячейке без покрытия. Время сканирования составляло около 2 s, что много больше характерных времен релаксации. В таком режиме перестройки частоты лазера система переходит в стационарное состояние, при котором неравновесное распределение населенностей определяется темновым временем выравнивания населенностей  $\tau_g$  между сверхтонкими уровнями основного состояния и временем "релаксации" полных населенностей Т, зависящим от интенсивности лазерного излучения (см. разд. "Теория"). С увеличением мощности возрастает степень оптической накачки уровня  $F_g = 3$ , и в области взаимодействия с открытыми переходами излучение поглощается меньшим числом атомов, контур линии поглощения в ячейке с покрытием становится более асимметричным.

На рис. 4 приведены контуры линий поглощения лазерного излучения в случае длинноволновой компоненты  $D_2$ -линии при скорости сканирования 50 MHz/ms и мощностей 20 и 50 uW. При сканировании с уменьшением частоты лазера сначала происходит эффективное поглощение излучения на циклическом переходе  $F_g = 4 \rightarrow F_e = 5$ , не приводящее к уходу атомов на непоглощающий сверхтонкий уровень основного состояния  $F_g = 3$ , поэтому максимальное общее поглощение больше, чем при увеличении частоты лазера. В последнем случае излучение сначала поглощается на открытых

переходах, что приводит к уходу атомов на непоглощающий сверхтонкий уровень основного состояния. Благодаря столкновениям со стенками эта изначально селективная по скоростям оптическая накачка распространяется на атомы со всеми продольными скоростями, и когда частота лазера оказывается вблизи частоты самого сильного (и циклического) перехода, атомов на нижнем уровне остается меньше, чем в равновесном состоянии.

# Теория

### Модель переходов и параметры задачи

Для теоретического описания особенностей спектра поглощения в  $D_2$ -линиях паров щелочных металлов в ячейках с антирелаксационным покрытием используем следующую простую четырехуровневую модель атомных переходов.

Применительно к атомам <sup>133</sup>Сs представленная на рис. 5 схема, в которой один рабочий переход,  $|1\rangle \rightleftharpoons |3\rangle$ , является открытым, а другой,  $|1\rangle \rightleftharpoons |4\rangle$ , циклическим, моделирует длинноволновую компоненту D2-линии в несколько сокращенном виде. Действительно, эта компонента  $D_2$ -линии включает, как показано на рис. 1, не один, а два открытых перехода. При этом их частоты меньше частоты единственного циклического перехода. Поэтому упрощенная четырехуровневая модель с одним открытым переходом, лежащим по частоте ниже циклического, позволяет адекватно описать не только нелинейное искажение контура линии поглощения при наличии антирелаксационного покрытия, но и обусловленную эффектом запаздывания зависимость коэффициента поглощения от направления сканирования частоты лазерного поля.

Монохроматическая волна лазерного излучения с частотой  $\omega_L$  распространяется в ячейке вдоль оси *z* и взаимодействует с атомами на переходах  $|1\rangle \rightleftharpoons |3\rangle$ ,  $|4\rangle$ . Это взаимодействие описывается соответствующими ча-



**Рис. 5.** Схема атомных переходов, моделирующая *D*<sub>2</sub>-линию щелочных металлов.

стотами Раби  $\Omega_3$  и  $\Omega_4$ . Поскольку в длинноволновой компоненте  $D_2$ -линии цезия циклический переход является наиболее сильным, будем считать, что  $\Omega_4 > \Omega_3$ . Отстройки от атомных резонансов с учетом эффекта Допплера из-за продольной скорости  $v_z \equiv v$  имеют вид

$$\Delta_3(\nu) \equiv \Delta_3 - k\nu = \omega_L - \omega_{31} = k\nu,$$
  
$$\Delta_4(\nu) \equiv \Delta_4 - k\nu = \omega_L - \omega_{41} = k\nu$$
(1)

отличаются друг от друга на величину И  $\Delta_0 = \Delta_3(\nu) - \Delta_4(\nu) = \omega_{41} - \omega_{31}$  частотного интервала между состояниями |3> и |4>. Если соотнести эту величину с частотным интервалом между сверхтонкими подуровнями  $F_e = 4$  и  $F_e = 5$  возбужденного состояния  $^6P_{3/2}$  для  $D_2$ -линии цезия, то частота  $\Delta_0/2\pi$  будет порядка 250 MHz, т.е. сравнимой с допплеровской шириной  $\omega_D/2\pi \approx 380 \text{ MHz}$ , где  $\omega_D = kv_T$ , а  $v_T$  тепловая скорость. Это означает, что при сканировании частоты излучения в интервале порядка допплеровской ширины зондируются оба перехода — как циклический, так и открытый. С другой стороны,  $\Delta_0$  существенно превышает константу спонтанной релаксации  $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 ~(\gamma/2\pi \sim 5.2 \,\mathrm{MHz})$  верхних состояний |4
angle3, которая определяет ширину оптических И резонансов, так что открытый и циклический переходы реализуются для атомов, имеющих существенно различающиеся продольные скорости.

# Эволюция атомной матрицы плотности для открытого перехода

При описании эволюции атомной матрицы плотности для открытого перехода  $\rho_{\alpha,\beta}$  где  $\alpha,\beta = 1, 3, в$ ячейке с антирелаксационным покрытием можно выделить несколько характерных временных масштабов [5]. Воздействие лазерной волны на резонансный атомный переход происходит в течение короткого времени  $\tau_0$ пролета атома через поперечное сечение лазерного пучка. В эксперименте для типичных тепловых скоростей величина  $\tau_0$  порядка  $10^{-5}$  s, т.е. в несколько раз меньше времени пролета атома до столкновения со стенкой ячейки, но удовлетворяет, конечно, условию  $\gamma \tau_0 \gg 1$ квазистационарности для оптических переходов. Тогда при слабом насыщении,  $\Omega_3 \ll \gamma$ , населенность состояния  $|3\rangle$ ,

$$\rho_{33}(v,t) = \frac{\Omega_3^2}{\gamma^2/4 + \Delta_3^2(v)} \rho_{11}(v,t), \tag{2}$$

в процессе взаимодействия адиабатически следует за населенностью  $\rho_{11}$  состояния  $|1\rangle$ , а зависящая от продольной скорости отстройка  $\Delta_3(v)$  определяется выражением (1). Спонтанные переходы с константой распада  $\gamma_2$  из состояния  $|3\rangle$  в непоглощающее состояние  $|2\rangle$  приводят к локальной по скорости оптической накачке последнего. В процессе пролета изменение населенностей  $\rho_{11}(v, t)$ и  $\rho_{22}(v, t)$  нижних состояний атома

$$d\rho_{11}/dt = -d\rho_{22}/dt = -\Gamma(v)\rho_{11}$$
(3)

определяется скоростью оптической накачки состояния  $|2\rangle$ 

$$\Gamma(v) = \gamma_2 \frac{\Omega_3^2}{\gamma^2 / 4 + \Delta_3^2(v)}.$$
(4)

Число таких переходов за время пролета атома через лазерный пучок равно  $N_3(v) = \Gamma(v)\tau_0$ . В результате равновесная функция распределения по скоростям

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi}v_T} \exp[-v^2/v_T^2]$$

на нижних подуровнях оказывается возмущенной в малой окрестности  $\delta v \sim \gamma/k \ll v_T$  резонансной скорости, которая определяется из условия  $\Delta_3(v) = 0$ . Восстановление равновесного распределения по скоростям происходит в результате столкновений атомов со стенками ячейки уже вне области взаимодействия с излучением. Достаточно сложную кинетику этого процесса можно описать, следуя работе [5], с помощью феноменологического времени релаксации  $\tau_v$ , которое, очевидно, превышает  $\tau_0$  и по порядку величины представляет собой время возвращения атома в лазерный пучок после нескольких пролетов через ячейку. Можно сказать, что за время  $\tau_v$  локальное по скоростям возмущение функции распределения в состояниях  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  и распространяется на весь допплеровский контур. Поскольку указанное возмущение мало, то проинтегрированные по скоростям, т.е. полные населенности,  $n_1(t)$  и  $n_2(t) = 1 - n_1(t)$  этих состояний меняются гораздо медленнее — за характерное время T, которое было получено в работе [5]:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{\tau_v} \langle 1 - \exp[-N_3(v)] \rangle.$$
(5)

Здесь угловыми скобками  $\langle \ldots \rangle \equiv \int dv f(v) \ldots$  обозначено интегрирование по скоростям с равновесным распределением. Отношение  $T/\tau_v$  больше единицы, а параметр

$$N_3(v)=\gamma_2 au_0rac{\Omega_3^2}{\gamma^2/4+\Delta_3^2(v)}$$

пропорционален интенсивности лазерной волны и времени пролета  $\tau_0$ .

В результате столкновений со стенками за время  $\tau_g$  происходит также выравнивание населенностей состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ . В ячейках с антирелаксационным покрытием внутреннее состояние ("поляризация") атомов сохраняется в течение большого числа столкновений со стенками, и время  $\tau_g$  может значительно превышать величину  $\tau_v$ . В такой ситуации процесс оптической накачки непоглощающего состояния для всего допплеровского контура, который происходит за характерное время T начинает конкурировать с процессом релаксации "поляризации" с константой времени  $\tau_g$ , так что эволюция населенности  $n_1(t)$  описывается уравнением

$$\frac{dn_1}{dt} = -\frac{n_1}{T} + \frac{n_2 - n_1}{\tau_g}.$$
 (6)

Если скорости этих процессов сравниваются, то  $dn_1/dt = 0$ , и населенность состояния  $|1\rangle$  выходит на стационарное значение

$$n_1 = \frac{1}{2 + \tau_g/T},\tag{7}$$

а в процессе эволюции, как было показано в [5], функция  $n_1(t)$  монотонно убывает от начального равновесного значения  $n_1 = 1/2$ .

Следует отметить, что для циклического перехода  $|1\rangle \rightleftharpoons |4\rangle$  в условиях слабого насыщения,  $\Omega_4 \ll \gamma$ , населенность состояния  $|4\rangle$  описывается выражением (2), в котором надо сделать замену индекса 3  $\rightarrow$  4. Кроме того, взаимодействие волны с циклическим переходом оставляет функцию распределения по скоростям равновесной и не меняет населенность состояния  $|1\rangle$ .

Процесс измерения коэффициента поглощения характеризуется еще одним важным масштабом времени  $\tau_{sc}$ , который связан со скоростью  $s \equiv \omega_L = \omega_D / \tau_{sc}$  сканирования частоты лазерной волны вдоль всего допплеровского контура. При асимптотически медленном сканировании, когда  $\tau_{sc} \gg \tau_g$ , T, т.е. фактически превышает все другие характерные времена, имеет место стационарный режим поглощения. Для его описания можно использовать представленные выше выражения (2), (4), (5) и (7), в которые частота  $\omega_L$  в соответствии с соотношениями (1) входит как параметр.

В экспериментах был также реализован квазистационарный режим, когда время сканирования  $\tau_{sc}$  заметно превышает времена  $\tau_0$  и  $\tau_v$  пролета атома через лазерный луч и возвращения в область взаимодействия, но может быть сравнимо с характерными временами *T* и  $\tau_g$  более медленных релаксационных процессов. В этой ситуации наблюдается обусловленная эффектом запаздывания зависимость коэффициента поглощения от направления сканирования частоты лазерного поля. Для описания этого эффекта надо учесть явную зависимость  $\omega_L(t)$ , что приводит к более сложной эволюции атомной матрицы плотности. Оба режима сканирования частоты рассмотрены в следующем разделе.

Для полноты картины скажем несколько слов о ячейке без покрытия. В этом случае можно, очевидно, считать, что  $\tau_g \sim \tau_v$ , и при временах, бо́льших  $\tau_v$ , все входящие в область взаимодействия с лазерным пучком атомы имеют равные населенности состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  с равновесным распределением по скоростям.

### Стационарный коэффициент поглощения

При достаточно медленном сканировании частоты волны спектр поглощения определяется параметрической зависимостью от входящей в отстройки  $\Delta_{3,4}$  величины  $\omega_L$  в каждый момент времени, а сам процесс поглощения происходит в условиях, когда в лазерный пучок влетают атомы со стационарной населенностью (7) состояния  $|1\rangle$  и равновесным распределением по скоростям, т.е.  $\rho_{11} = n_1 f(v)$ . В области резонанса на циклическом переходе функция распределения во время пролета через пучок не меняется, так как при таких частотах открытый переход лежит в области скоростей, отстоящих на величину  $\Delta_0/k \sim v_T \gg \gamma/k$ . Поэтому коэффициент поглощения (в единицах  $\hbar\omega_L$ ) имеет стандартный вид

$$\kappa_4 = \gamma \langle \rho_{33}(v,t) \rangle = \gamma \left\langle \frac{\Omega_4^2}{\gamma^2/4 + \Delta_4^2(v)} \right\rangle n_1.$$
 (8)

Для открытого перехода необходимо учесть локальное по скорости изменение функции  $\rho_{11}(v, t)$ , связанное с оптической накачкой состояния  $|2\rangle$  за время пролета  $0 \le t \le \tau_0$  атома через пучок лазерного излучения. Из уравнения (3) получаем

$$\rho_{11}(v, t) = n_1 f(v) \exp[-\Gamma(v)t].$$
(9)

Величина  $\gamma \rho_{33}(v, t)$  с учетом (2) и (9) после усреднения по времени пролета и интегрирования по скоростям дает следующее выражение для коэффициента поглощения на открытом переходе  $|1\rangle \rightleftharpoons |3\rangle$ :

$$\kappa_3 = \frac{\gamma}{\gamma_2 \tau_0} \left\langle 1 - \exp\left[-N_3(v)\right] \right\rangle n_1. \tag{10}$$

Заметим, что этот результат представляет собой стационарный предел более общего выражения [5], которое содержит функцию  $n_1(t)$  и описывает, в том числе, переходные эффекты в поглощении на открытом переходе при "средних" скоростях сканирования частоты.

При сканировании частоты зондируются оба перехода — и циклический (8), и открытый (10), так что для суммарного стационарного коэффициента поглощения  $\kappa = \kappa_3 + \kappa_4$  с учетом выражений (7) и (5) получаем

$$\kappa = \frac{\gamma \langle N_4(v) + (1 - \exp[-N_3(v)]) \rangle}{\gamma_2 \tau_0 \left(2 + \frac{\tau_g}{\tau_v} \langle 1 - \exp[-N_3(v)] \rangle\right)},\tag{11}$$

где использованы обозначения

$$N_{3,4}(v) = \gamma_2 \frac{\Omega_{3,4}^2 \tau_0}{\gamma^2 / 4 + \Delta_{3,4}^2(v)}.$$

Заметим, что для ячейки без антирелаксационного покрытия в формулах (8) и (10) надо считать, что  $n_1 = 1/2$ , т. е. формально положить  $\tau_g = 0$ . Тогда для коэффициента поглощения  $\tilde{\kappa}$  в ячейке без покрытия вместо (11) получаем

$$\tilde{\kappa} = \frac{\gamma}{2\gamma_2\tau_0} \left\langle N_4(v) + \left(1 - \exp[-N_3(v)]\right) \right\rangle.$$
(12)

Если оптическая накачка мала, т.е.

$$N_3 = \gamma_2 \tau_0 (2\Omega_3 / \gamma)^2 \ll 1,$$
 (13)

то экспоненциальные функции в формулах (11) и (12) можно разложить, а оставшиеся интегралы по скоростям

вычислить с помощью известного приближенного соотношения

$$1/(\gamma^2/4 + \Delta_{3,4}^2(v)) \approx (2\pi/\gamma)\delta(kv - \Delta_{3,4}).$$

В результате выражения (11) и (12) принимают более простой вид, удобный для качественного сравнения с экспериментом:

$$\kappa = \frac{\sqrt{\pi}}{\omega_D} \frac{\Omega_3^2 \exp(-\Delta_3^2/\omega_D^2) + \Omega_4^2 \exp(-\Delta_4^2/\omega_D^2)}{1 + [\tau_g/2T(0)] \exp(-\Delta_3^2/\omega_D^2)},$$
 (14)

где  $T(0) \equiv T(\Delta_3 = 0)$ , и

$$\tilde{\kappa} = \frac{\sqrt{\pi}}{\omega_D} \left\{ \Omega_3^2 \exp(-\Delta_3^2/\omega_D^2) + \Omega_4^2 \exp(-\Delta_4^2/\omega_D^2) \right\}.$$
(15)

Из сопоставления выражений (11) и (12), равно как (14) и (15), видно, что при всех частотах величина к меньше  $\tilde{\kappa}$ , а сами эти функции заметно отличаются по асимметрии формы контуров. В ячейке с покрытием крыло контура поглощения, которое лежит в области открытого перехода, оказывается более пологим. Кроме того, максимум функции к несколько смещен в сторону больших частот, т.е. находится ближе к частоте циклического перехода по сравнению с положением максимума функции  $\tilde{\kappa}$ . Такое поведение полностью согласуется с экспериментальными результатами, представленными на рис. 3, и обусловлено наличием антирелаксационного покрытия, которое приводит к появлению второго слагаемого в знаменателях формул (11) и (14). Очевидно, что в режиме очень медленного сканирования частоты, который рассмотрен в данном разделе, контур поглощения не зависит от направления сканирования. В качестве экспериментальной иллюстрации этого утверждения один из контуров на рис. З изображен для обоих направлений сканирования, а практическое совпадение соответствующих кривых свидетельствует о реализации стационарного режима.

#### Квазистационарный режим поглощения

Если время сканирования частоты лазерной волны не слишком велико, то спектр поглощения является, вообще говоря, функционалом от функции  $\omega_L(t)$ . Пусть частота меняется по линейному закону:

$$\omega_L(t) = \omega_{31} \pm st, \tag{16}$$

т. е.

$$\Delta_3(t) = \Delta_4(t) + \Delta_0 = \pm st$$

с абсолютным значением скорости  $s = \omega_D / \tau_{sc}$ , а два знака в левых частях отвечают процессам сканирования с увеличением или уменьшением частоты соответственно. При t = 0 имеем  $\Delta_3(0) = 0$  и  $\Delta_4(0) = -\Delta_0$ .

Как уже говорилось ранее, предполагается, что время сканирования  $\tau_{sc} \gg \tau_v > \tau_0$ , но оно может быть сравнимо с релаксационными временами *T* и  $\tau_g$ . Описание

временной эволюции атомной системы существенно упрощается, если

$$\omega_D \tau_v / \tau_{sc} \ll \gamma, \tag{17}$$

т.е.

$$au_{sc} \gg au_v \omega_D / \gamma.$$

Это более жесткое ограничение снизу на величину  $\tau_{sc}$  означает, что за время  $\tau_{\nu}$  изменение частоты  $\delta\omega_L = s\tau_{\nu}$  мало по сравнению с шириной оптического резонанса. Поэтому в целом ряде полученных ранее формул, а именно в (2), (4), (5), (8), (10) можно считать, что отстройки  $\Delta_{3,4}$  параметрически зависят от времени согласно (16). Другими словами, каждому моменту времени отвечает определенная частота. Применительно к выражению (5) это означает, что характерное время *T* релаксации полных населенностей из-за процесса оптической накачки является функцией времени:

$$T(t) \equiv T[\Delta_3(t) = \pm st] = T(0) \exp[t^2/\tau_{sc}^2], \quad (18)$$

которую надо подставить в уравнение (6), описывающее временную эволюцию населенности  $n_1(t)$ . Подчеркнем, что зависимость от времени входит только через отстройку резонанса открытого перехода.

Считая для простоты, что  $\tau_g \gg T$ , и пренебрегая вторым слагаемым в правой части уравнения (6), получаем для населенности монотонно убывающую функцию времени

$$n_1(t) = \frac{1}{2} \exp\left\{-\int_0^\infty d\tau / T(t-\tau)\right\}.$$
 (19)

Эффект запаздывания, явно присутствующий в этом выражении, приводит к тому, что каждому моменту времени t соответствует частота, которая равна  $+\Delta_3$  или  $-\Delta_3$  в зависимости от направления сканирования. Используя (18) и (19), получаем

$$n_1^{(\pm)}(\Delta_3) = \frac{1}{2} \exp\left\{-\frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\tau_{sc}}{T(0)} \left[1 \pm \Phi(\Delta_3/\omega_D)\right]\right\}.$$
 (20)

Здесь функция

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x} \exp(-u^2) du$$

есть интеграл ошибок, а знаки  $(\pm)$  отвечают двум направлениям сканирования частоты. Так как функция  $\Phi(x)$  нечетная, то  $n_1^{(+)}(\Delta_3) = n_1^{(-)}(\Delta_3)$ , и в момент времени t = 0, т.е. в центре линии для открытого перехода, когда  $\Delta_3 \equiv \omega_L - \omega_{31} = 0$ , имеем  $n^{(+)} = n^{(-)}$ . Поскольку показатель экспоненты в (20) является величиной порядка единицы, то поведение населенности рабочего состояния  $|1\rangle$  существенно зависит от направления сканирования частоты. Если сложить (8) и (10), то с учетом выражения (20) для населенности  $n_1$  получаем результирующий контур поглощения:

$$\kappa^{(\pm)}(\Delta_3) = \tilde{\kappa} \exp\left\{-\frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\tau_{sc}}{T(0)} \left[1 \pm \Phi(\Delta_3/\omega_D)\right]\right\}, \quad (21)$$

где  $\tilde{\kappa}$  представляет собой полученный ранее коэффициент поглощения (12) в ячейке без антирелаксационного покрытия. Другими словами, в рамках квазистационарного режима модификация контура поглощения при переходе от ячейки без покрытия к ячейке с покрытием описывается "изящным" экспоненциальным фактором, который зависит от отношения  $\tau_{sc}/T(0)$  характерных времен и направления сканирования частоты.

Для наглядности приведем выражение для коэффициента поглощения при условии (13) малой оптической накачки:

$$\kappa^{(\pm)} = \frac{\sqrt{\pi}}{\omega_D} \Big\{ \Omega_3^2 \exp(-\Delta_3^2/\omega_D^2) + \Omega_4^2 \exp(-\Delta_4^2/\omega_D^2) \Big\}$$
$$\times \exp \Big\{ -\frac{\pi N_3}{4} \frac{\gamma \tau_{sc}}{\omega_D \tau_v} [1 \pm \Phi(\Delta_3/\omega_D)] \Big\}. \tag{22}$$

Здесь параметр  $N_3$  определяется выражением (13) и является малым, но показатель последнего экспоненциального множителя в (22), вообще говоря, не мал. Действительно, коэффициент перед квадратной скобкой представляет собой произведение малого параметра  $N_3$ на второй множитель, который, согласно условию (17), является большим.

Из сравнения с экспериментальными результатами, представленными на рис. 2, 4, видно, что функции (21) и (22) правильно передают основные особенности спектра поглощения в ячейке с антирелаксационным покрытием при условии не слишком медленного сканирования частоты. Прежде всего связанный с покрытием эффект запаздывания при наличии открытого и циклического переходов приводит к тому, что коэффициент поглощения зависит от направления сканирования частоты волны, как это описывается последним экспоненциальным множителем в выражении (21) или (22). Оба контура  $\kappa^{(\pm)}$ , располагаясь, конечно, ниже кривой поглощения для ячейки без покрытия, являются существенно асимметричными и, как следует из (21) и (22), пересекаются в точке  $\Delta_3 = 0$ , т.е. на частоте открытого перехода, что качественно согласуется с экспериментом (рис. 2, 4). Действительно, точки пересечения есть для каждой пары экспериментальных кривых, отвечающих двум направлениям сканирования частоты. Напомним, однако, что в отличие от рассматриваемой 4-уровневой модели, для которой получены выражения (21) и (22), *D*<sub>2</sub>-линия имеет два открытых перехода, смещенных в область частот меньших частоты циклического перехода. Оптическая накачка на двух открытых переходах, повидимому, наиболее существенным образом сказывается на левых склонах контуров, относящихся как раз к области частот этих переходов. Поскольку точки пересечения экспериментальных кривых тоже лежат в этой области, то можно ожидать, что их положение из-за суммирования вкладов открытых переходов будет, вообще говоря, удаляться от частоты циклического перехода с ростом интенсивности поля. Это качественное рассуждение согласуется с экспериментальными результатами, представленными на рис. 4, где точка пересечения  $\omega^*$ для мощности 50 uW в большей степени сдвинута в сторону низких частот по сравнению с точкой пересечения для мощности 20 uW.

Из формулы (21) следует, что в точке пересечения кривых  $\kappa^{(\pm)}$  выполняется соотношение

$$\ln \frac{\tilde{\kappa}}{\kappa^{(\pm)}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\tau_{sc}}{T(0)}.$$
 (23)

Если в этом выражении считать, что  $\tau_{sc} = (380/47)$  ms  $\approx 8$  ms, и учесть, что экспериментальные значения коэффициентов поглощения в точке пересечения из рис. 4 дают величину  $\tilde{\kappa}/\kappa^{(\pm)} \approx 17/9$ , то для времени релаксации получаем оценку  $T(0) \approx 11.15$  ms, которая представляется вполне разумной.

### Заключение

Исследованы особенности формы линии поглощения бегущей волны в ячейке с парами щелочного металла, связанные с наличием антирелаксационного покрытия. В модели четырехуровневой системы переходов получены аналитические выражения для коэффициента поглощения в случае стационарного и квазистационарного режимов перестройки частоты лазера. Теоретическая модель, несмотря на наличие магнитных подуровней в основном и возбужденном состояниях <sup>133</sup>Cs, адекватно описывает полученные экспериментальные данные: меньшее поглощение в ячейке с покрытием по сравнению с ячейкой без покрытия; в случае стационарного режима — смещение максимума поглощения в сторону циклического перехода в ячейке с покрытием по сравнению с ячейкой без покрытия; в случае квазистационарного режима — зависимость контура поглощения от направления сканирования для ячейки с покрытием. Сравнение кривых поглощения в ячейках с покрытием и без него для квазистационарного режима позволяет сделать оценку времени релаксации полной населенности Т интегральных по скоростям населенностей сверхтонких подуровней основного состояния.

Заметим, что в  $D_1$ -линии цезия оба перехода из состояния  $|1\rangle$  являются открытыми и фактически уединенными, так как разделяющий их частотный интервал  $\Delta_0$  в несколько раз превышает допплеровскую ширину. Поэтому изображенную на рис. 5 схему переходов можно применить и к  $D_1$ -линии, исключив состояние  $|4\rangle$  и адаптировав результаты.

В рассмотренной модели четырехуровневой схемы переходов положение точки пересечения кривых, различающихся направлением сканирования частоты лазера, для ячейки с покрытием в квазистационарном режиме не зависит от мощности лазерного излучения и совпадает с открытым переходом. В то время как в эксперименте положение точки пересечения по частоте зависит от мощности лазерного излучения — с ее ростом она смещается в область меньших частот. Данная особенность связана с наличием в  $D_2$ -линии <sup>133</sup>Cs не одного, а двух открытых переходов. Это приводит, по-видимому, к эффективному суммированию факторов, которые описываются выражением вида (21) для двух разных частот. Схема уровней с двумя открытыми переходами будет рассмотрена в дальнейшем.

## Список литературы

- Riehle F. Frequency Standards: Basics and Applications. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2006.
   540 р. [Риле Ф. Стандарты частоты. Принципы и приложения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 512 с.]
- [2] Budker D., Kimball D.F.J. (editors). Optical Magnetometry. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2013. 432 p.
- [3] Александров Е.Б., Вершовский А.К. // УФН. 2009. Т. 179.
   № 6. С. 605. [Alexandrov E.B., Vershovsky А.К. // UFN. 2009.
   V. 52. N 6. P. 573.] doi 10.3367/UFNe.0179.200906f.0605
- [4] Shah V., Kitching J. // Adv. At. Mol. Opt. Phys. 2010. V. 59.
   P. 21. doi 10.1016/S1049-250X(10)59002-5
- [5] Севостьянов Д.И., Яковлев В.П., Козлов А.Н., Васильев В.В., Зибров С.А., Величанский В.Л. // Квант. электрон. 2013. Т. 43. № 7. С. 638. [Sevostianov D.I., Yakovlev V.P., Kozlov A.N., Vassiliev V.V., Zibrov S.A., Velichansky V.L. // Quant. Electron. 2013. V. 43. N 7. P. 638.]
- [6] Севостьянов Д.И., Яковлев В.П., Козлов А.Н., Васильев В.В., Зибров С.А., Величанский В.Л. // Краткие сообщения по физике ФИАН им. П.Н. Лебедева. 2014. № 4. С. 3. [Sevostianov D.I., Yakovlev V.P., Kozlov A.N., Vassiliev V.V., Zibrov S.A., Velichansky V.L. // Bull. Lebedev Phys. Inst. 2014. V. 41. N 4. P. 89.]
- [7] Walkup R., Spielfiedel A., Phillips W.D., Pritchard D.E. // Phys. Rev. A. 1981. V. 23. N 4. P. 1869. doi 10.1103/PhysRevA.23.1869