01;04

Поперечное движение частицы с осциллирующим зарядом и переменной массой в магнитном поле

© *З.З. Алисултанов*[1,2], *Г.Б. Рагимханов*[2]

[1] Институт физики им. Х.И. Амирханова ДагНЦ РАН, Махачкала, Россия
[2] Дагестанский государственный университет, Махачкала, Россия
E-mail: zaur0102@gmail.com

Поступило в Редакцию 27 апреля 2017 г.
В окончательной редакции 21 ноября 2017 г.

Решена задача движения частицы с осциллирующим электрическим зарядом и изменяющейся массой в однородном магнитном поле. Рассмотрены три закона изменения массы: линейный рост, осцилляции и ступенчатый рост. Получены аналитические выражения для скорости частицы при различных временны́х зависимостях массы частицы. Установлено, что одновременный учет изменения массы и заряда приводит к существенному изменению траектории частиц.

DOI: 10.21883/0000000000

Пылевая плазма, т. е. плазма, в которой взвешены электрически заряженные микрочастицы конденсированного вещества, является объектом интенсивных экспериментальных и теоретических исследований (см., например, [1–3]). Разнообразие форм существования и свойств пылевой плазмы позволило обнаружить ряд новых эффектов и явлений, некоторые из которых описаны в работах [4–7].

Известно [8], что в переменном электрическом поле под действием так называемой силы Гапонова–Миллера заряженная частица, совершая осцилляции, может дрейфовать в некотором определенном направлении, т. е. положение, относительно которого частица совершает колебания, со временем может смещаться. Следует отметить, что пылинка, движущаяся в плазме, приобретает электрический заряд за счет поглощения ее поверхностью электронов и ионов. При этом нестационарные плазменные процессы приводят к тому, что заряд пылинки изменяется во времени.

Законы движения точечной частицы, заряд которой изменяется во времени, изучались во многих работах, например в [9–18]. Известно, что в процессе распространения в плазме волны [15,16,18] заряд пылинки осциллирует во времени с частотой волны Ω. Однако в плазменных средах возможен и более сложный характер изменения заряда частицы, например скачком [17], соответственно и характер движения будет разнообразным. В частности, в [19,20] удалось установить, что на гранулу со стороны интенсивной быстро осциллирующей ионно-звуковой волны действует пондеромоторная сила, составляющие которой пропорциональны волновому вектору и кубу амплитуды поля. Эти составляющие приводят к направленному транспорту пылевой фракции плазмы.

В то же время в работах [11–14] на основе вычислительного эксперимента исследованы различные кинетические характеристики пылинок микронных размеров, помещенных в плазму. Показано, что скорость изменения заряда частицы зависит от ее начальной массы, причем чем больше начальная масса, тем быстрее идет процесс зарядки и тем больше максимальное значение заряда в момент установления стационарного значения.

Таким образом, кинетика процессов с участием микрочастиц в плазме определяется также массой частицы и ее размерами. В то же время, вообще говоря, масса частицы в пылевой плазме не будет постоянной величиной за счет прилипания или отщепления других микрочастиц. Особенно такого рода нестационарные эффекты важны в системах типа фуллереновой плазмы. В связи с этим представляет интерес исследовать законы движения частицы с переменной массой во внешних полях.

Рассмотрим задачу в следующей геометрической постановке. Пусть частица вылетает из начала координат с начальной скоростью v_{x0}, перпендикулярной магнитному полю $\mathbf{H} = (0, 0, H)$. Уравнения движения с осциллирующим зарядом и переменной массой запишутся в виде

$$\frac{dv_x}{dt} + \frac{1}{m(t)}\frac{dm(t)}{dt}v_x = \frac{H}{m(t)c}\big(q_0 + q_1\cos(\Omega t)\big)v_y, \tag{1}$$

$$\frac{dv_y}{dt} + \frac{1}{m(t)}\frac{dm(t)}{dt}v_y = -\frac{H}{m(t)c}\big(q_0 + q_1\cos(\Omega t)\big)v_x. \tag{2}$$

Решение будем искать в виде $v = v_x + iv_y$. С помощью этих уравнений легко показать, что

$$\frac{dv}{dt} = -\left[\frac{1}{m(t)}\frac{dm(t)}{dt} + i\frac{H}{m(t)c}\big(q_0 + q_1\cos(\Omega t)\big)\right]v. \tag{3}$$

Отсюда

$$v = v_0 \exp\left(-\int \frac{1}{m(t)}\frac{dm(t)}{dt}dt\right)\exp\left\{-i\int \frac{H}{m(t)c}\big(q_0 + q_1\cos(\Omega t)\big)dt\right\}. \tag{4}$$

Далее заметим, что

$$\int \frac{1}{m(t)}\frac{dm(t)}{dt}dt = \int \frac{dm(t)}{m(t)} = \ln\frac{m(t)}{m_0}. \tag{5}$$

Таким образом,

$$v_x = \frac{v_0 m_0}{m(t)}\cos\left\{\int \frac{H}{m(t)c}\big(q_0 + q_1\cos(\Omega t)\big)dt\right\}, \tag{6}$$

$$v_y = -\frac{v_0 m_0}{m(t)}\sin\left\{\int \frac{H}{m(t)c}\big(q_0 + q_1\cos(\Omega t)\big)dt\right\}. \tag{7}$$

Мы будем рассматривать три типа временно́й эволюции массы.

1. Линейный рост: $m(t) = m_0 + At$, где $A = dm/dt$ — скорость роста массы.

2. Осцилляции: $m(t) = m_0 + B\sin\Omega t$, B — амплитуда осцилляций массы.

3. Ступенчатый рост: $m(t) = m_0 + C\Sigma_{n=1}^{\infty}\Theta(t - nt_0)$, где C — высота ступеньки (величина скачка массы), t_0 — ширина ступеньки (период скачка массы).

Соответственно для трех случаев имеем: для первого случая

$$v_x = \frac{v_0}{1 + \frac{A}{m_0}t}\cos\big[I_1(t)\big], \tag{8}$$

$$v_y = -\frac{v_0}{1 + \frac{A}{m_0}t}\sin\big[I_1(t)\big], \tag{9}$$

$$I_1 = \frac{Hq_0}{Ac}\left\{\ln\left|1+\frac{A}{m_0}t\right| + \frac{q_1}{q_0}\left[\cos\frac{\Omega m_0}{A}\mathrm{ci}\Big(\frac{\Omega}{A}(m_0+At)\Big)\right.\right.$$

$$\left.\left. + \sin\frac{\Omega m_0}{A}\mathrm{si}\Big(\frac{\Omega}{A}(m_0+At)\Big)\right]\right\}, \tag{10}$$

где $\mathrm{ci}(x) = -\int\limits_x^\infty \frac{\cos t}{t}dt$ и $\mathrm{si}(x) = \int\limits_0^x \frac{\sin t}{t}dt$ — интегральные косинус и синус соответственно; для второго случая

$$v_x = \frac{v_0}{1+\frac{B}{m_0}\Omega t}\cos\big[I_2(t)\big], \tag{11}$$

$$v_y = -\frac{v_0}{1+\frac{B}{m_0}\sin\Omega t}\sin\big[I_2(t)\big], \tag{12}$$

$$I_2(t) = \frac{H}{c\Omega}\times$$

$$\times\left[\begin{array}{ll} \dfrac{q_0}{m_0}\dfrac{2}{\sqrt{1-\frac{B^2}{m_0^2}}}\arctan\dfrac{\tan\frac{\Omega t}{2}+\frac{B}{m_0}}{\sqrt{1-\frac{B^2}{m_0^2}}} + \dfrac{q_1}{B}\ln\left|1+\dfrac{B}{m_0}\sin\Omega t\right| & m_0^2 > B^2, \\ \dfrac{q_0}{m_0}\dfrac{1}{\sqrt{\frac{B^2}{m_0^2}-1}}\ln\dfrac{\tan\frac{\Omega t}{2}+\frac{B}{m_0}-\sqrt{\frac{B^2}{m_0^2}-1}}{\tan\frac{\Omega t}{2}+\frac{B}{m_0}+\sqrt{\frac{B^2}{m_0^2}-1}} + \dfrac{q_1}{B}\ln\left|1+\dfrac{B}{m_0}\sin\Omega t\right| & B^2 > m_0^2; \end{array}\right. \tag{13}$$

для третьего случая

$$u_x = \frac{v_0}{1+\frac{C}{m_0}\sum\limits_{n=1}^{\infty}\Theta(t-nt_0)}\cos\big[I_3(t)\big], \tag{14}$$

$$v_x = -\frac{v_0}{1+\frac{C}{m_0}\sum\limits_{n=1}^{\infty}\Theta(t-nt_0)}\sin[I_3(t)], \tag{15}$$

$$I_3(t) = \frac{H}{c}\frac{1}{m_0+C\sum\limits_{n=1}^{\infty}\Theta(t-nt_0)}\left(q_0t+\frac{q_1}{\Omega}\sin(\Omega t)\right). \tag{16}$$

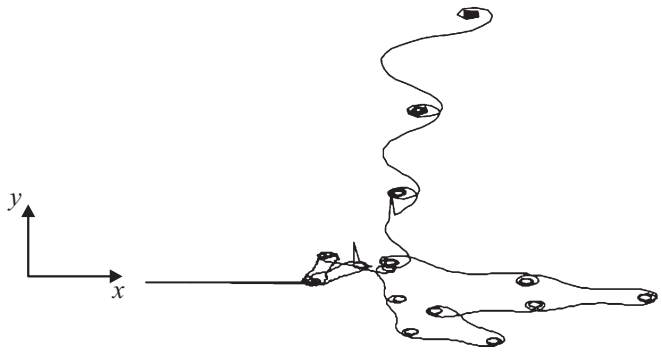


Рис. 1. Траектория движения частицы с линейным ростом массы с $A = 10^{-8}$ g/s, $m_0 = 10^{-7}$ g/s, $\omega_1/\omega_0 = 15/12$.

Построение траектории частицы может быть выполнено с помощью интегрирования

$$\begin{cases} x = \int\limits_0^t v_x(t)dt, \\ y = \int\limits_0^t v_y(t)dt. \end{cases} \tag{17}$$

На рис. 1–3 показаны траектории движения частицы для указанных выше трех случаев временно́й зависимости массы. Траектории для случая постоянной массы приведены в работе [18].

Рассмотрим результаты анализа траекторий частицы для различных вариантов изменения массы. Далее везде, как и в работе [18], используются следующие обозначения: $\omega_0 = g_0 H/mc$, $\omega_1 = q_1 H/mc$. Как видно из рисунков, в случае переменной массы траектории существенно отличаются от полученных в случае постоянной массы, причем форма траектории достаточно сильно зависит от закона временно́й эволюции. Опуская детальный анализ этих траекторий, который аналогичен проведенному в работе [18], отметим лишь следующее. В зависимости от закона изменения массы может реализоваться случай финитного или инфинитного движения. Кроме того, даже в рамках одного закона изменения массы для разных значений параметров наблюдается различный характер движения: для некоторых параметров частица

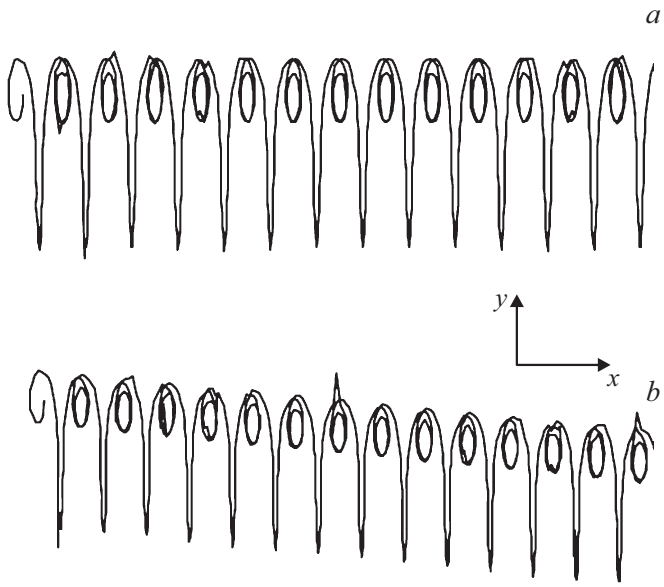


Рис. 2. Траектории движения частицы с осциллирующей массой для значений параметров $B = 10^{-11}$ g, $m_0 = 10^{-7}$ g, $\Omega/\omega_0 = 5/12$, $\omega_1/\omega_0 = 15/12$. *a* — масса частицы постоянна, *b* — масса частицы осциллирует.

испытывает неограниченное поперечное дрейфовое движение, а для других параметров частица движется по финитной траектории, целиком лежащей в некоторой кольцевой области.

В случае линейного роста массы частицы испытывают неограниченное поперечное дрейфовое движение даже при очень слабой скорости роста массы частицы. В случае осцилляции массы частица совершает поперечный дрейф.

Таким образом, в работе решена задача движения частицы с осциллирующим электрическим зарядом и переменной массой в магнитном поле. Установлено, что частица с осциллирующим электрическим зарядом и переменной массой может испытывать поперечный дрейф в однородном магнитном поле. Рассмотрены различные случаи изменения массы частицы. Учет изменения массы приводит к существенному изменению формы траектории. Обнаружено, что в случае изменения

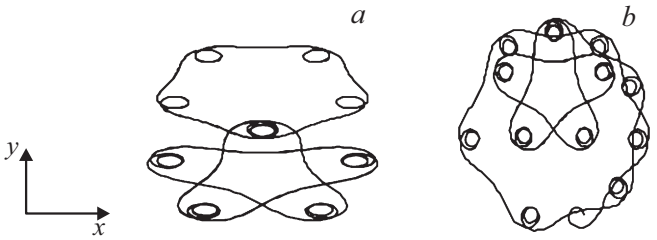


Рис. 3. Траектории движения частицы со ступенчатым ростом массы для значений параметров $m_0 = 10^{-7}$ g, $t_0 = 10^{-6}$ s, $C = 10^{-9}$ (a) и 10^{-10} g (b). $\omega_1/\omega_0 = 15/12$.

массы ступенчатым образом все же возможно финитное движение частицы. В заключение отметим, что в реальной системе на разных временны́х промежутках могут реализоваться разные типы зависимости массы от времени, а общая картина будет достаточно сложной.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов Президента РФ МК-2130.2017.2, РФФИ № 15-02-03311а, главы РД (2016).

Список литературы

[1] *Tomas H., Morfill G.E.* // Nature (London). 1996. V. 379. P. 806–809.
[2] *Цытович В.Н.* // УФН. 2015. Т. 185. № 2. С. 161–179.
[3] *Игнатов А.М.* // Физика плазмы. 1998. Т. 24. № 8. С. 731–737.
[4] *Цитович В.Н.* // УФН. 1997. Т. 167. № 1. С. 57–99.
[5] *Verheest F.* // Space Sci. Rev. 1997. V. 77. P. 267–302.
[6] *Verheest F.* // Plasm. Phys. Control. Fusion. 1999. V. 41. N 3A. P. A445–A452.
[7] *Merlino R.L., Goree J.A.* // Phys. Todey. 2004. V. 57. N 7. P. 32–38.
[8] *Shukla P.K., Rosenberg M.* // Phys. Plasmas. 1999. V. 6. N 4. P. 1371–1373.
[9] *Dikarev V.V.* // Astron. Astrophys. 1999. V. 346. N 3. P. 1011–1019.
[10] *Howard J.E.* // Phys. Lett. A. 2007. V. 366. N 1-2. P. 91–96.
[11] *Владимиров С.В., Крамер Н.Ф., Майоров С.А.* // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2000. В. 10. С. 7–13.
[12] *Maiorov S.A., Vladimirov S.V., Cramer N.F.* // Phys. Rev. E. 2001. V. 63. N 1. P. 1017401 (1–4).
[13] *Vladimirov S.V., Maiorov S.A., Cramer N.F.* // Phys. Rev. E. 2001. V. 63. N 6. P. 067401 (1–4).

[14] *Майоров С.А.* // Физика плазмы. 2002. Т. 28. № 10. С. 946–952.
[15] *Старостин А.Н., Петрушевич Ю.В.* // Физика плазмы. 2005. Т. 31. № 3. С. 233–239.
[16] *Дубинов А.Е., Сазонкин М.А.* // ЖТФ. 2008. Т. 78. В. 9. С. 29–40.
[17] *Meyer-Vernet N.* // Astron. Astrophys. 1982. V. 105. N 1. P. 98–106.
[18] *Дубинов А.Е.* // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. В. 3. С. 59–63.
[19] *Rosenberg M.* // Phys. Scripta. 2010. V. 82. N 3. P. 035505 (1–7).
[20] *Ломтев А.И.* // ЖТФ. 2014. Т. 84. В. 3. С. 130–132.