

12

Особенности нелинейной диффузии сильного импульсного магнитного поля вблизи края проводника

© С.И. Кривошеев, С.Г. Магазинов, Г.А. Шнеерсон

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: ksi.mgd@mail.ru

Поступило в Редакцию 28 августа 2018 г.

Рассмотрена нелинейная диффузия сильного магнитного поля в проводник, границы которого образуют прямоугольный двугранный угол. В поперечном поле с индукцией, перпендикулярной ребру угла, максимум плотности тока имеет место не вблизи ребра, как при линейной диффузии, а в глубине проводника. В продольном поле с индукцией, параллельной ребру, плотность тока в вершине угла при диффузии сильного поля равна нулю, как и в слабом поле, но местоположение максимумов плотности тока, а также температуры и силы Лоренца при нарастании поля смещаются в толщу проводника.

DOI: 10.21883/PJTF.2019.03.47272.17504

Вблизи кромок проводников прямоугольного сечения и в местах соединения токоведущих шин с одновитковыми соленоидами имеет место двумерная диффузия импульсного магнитного поля. Линейный режим такой диффузии в определенной мере описан в литературе [1–3], но нелинейная двумерная диффузия не исследована, хотя влияние этого процесса на нагрев и деформацию проводников в сильном магнитном поле может быть весьма существенным. Эти эффекты приводят к особенностям деформации и разрушения проводников в сильных магнитных полях, создаваемых в устройствах для технологических приложений и физических исследований [4,5].

Диффузия поля рассмотрена далее на примере проводника, границы которого образуют прямоугольный двугранный угол. Характер распределения тока вблизи ребра двугранного угла определяется ориентацией вектора индукции внешнего поля. Целесообразно рассмотреть конфигурации с поперечным и продольным полем. В первой указаный вектор направлен перпендикулярно, а во второй — параллельно ребру (рис. 1, а и 2, а).

Можно отметить различие характера диффузии в этих двух случаях, имеющее место в линейном режиме. В поперечном магнитном поле, когда ток направлен параллельно ребру, его плотность принимает максимальное значение на кромке [6]. В продольном поле плотность тока равна нулю в вершине двугранного угла. В этом случае вдоль биссектрисы угла имеет место немонотонное распределение плотности тока. В частности, при включении поля толчком расстояние r_M от вершины прямого угла до местоположения максимума характеризуется зависимостью $r_M(t) = 1.75(\rho_0 t / \mu_0)^{1/2}$, где ρ_0 — удельное сопротивление проводника, t — время от начала процесса, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/м [1].

В настоящей работе рассматривается влияние роста удельного сопротивления, вызванного нагревом проводника током, на характер двумерной диффузии. Одномерная нелинейная диффузия, обусловленная этим эффектом, описана в ряде работ [1]. Отмечено, что поле прони-

кает в среду на расстояние порядка $\Delta = B/B_0(\rho_0 t / \mu_0)^{1/2}$. Здесь B_0 — характерная индукция, определяемая выражением $B_0 = (2\mu_0/\beta)^{1/2}$, где β — коэффициент, фигурирующий в формуле, которая обычно используется для аппроксимации зависимости удельного сопротивления от объемной плотности энергии джоулева нагрева $\Delta q'$

$$\rho = \rho_0(1 + \beta \Delta q'). \quad (1)$$

Для меди $B_0 \approx 42$ Т. Особенностью одномерной нелинейной диффузии является немонотонная зависимость плотности тока от расстояния до границы: вследствие нагрева среды ток вопреки скин-эффекту вытесняется в глубь среды, где имеет место максимум плотности тока. Объемная плотность тепловой энергии достигается на границе. При монотонно нарастающем поле она принимает значение $\Delta q' = \eta B_c^2 / (2\mu_0)$, где коэффициент η близок к единице [1]. Представляет интерес, насколько в случае нелинейной двумерной диффузии изменятся распределение тепловой энергии в скин-слое и ее значение вблизи вершины угла. При этом есть основания предполагать, что нагрев среды будет по-разному проявляться в случаях продольного и поперечного полей.

Особенности двумерной диффузии исследованы путем компьютерного моделирования. Влияние движения среды в процессе деформации проводника при расчетах не учитывалось. Основанием для этого являются оценки числа Рейнольдса. Они показывают, что в скин-слое, где может иметь место течение металла вдоль границы, это число много меньше единицы. В системе координат, связанных с границей проводника, магнитное поле описывается уравнениями Максвелла для неподвижной среды. Исследовано поле проводника, поперечное сечение которого имеет форму квадрата со стороной $a = 5$ мм.

Решение уравнений Максвелла выполнено на расчетной сетке, состоящей из равномерно распределенных квадратных элементов размером 0.05 мм. В рассмотренных режимах глубина проникновения магнитного поля (толщина скин-слоя) существенно больше размеров элементов сетки. Объемная плотность мощности джоулева

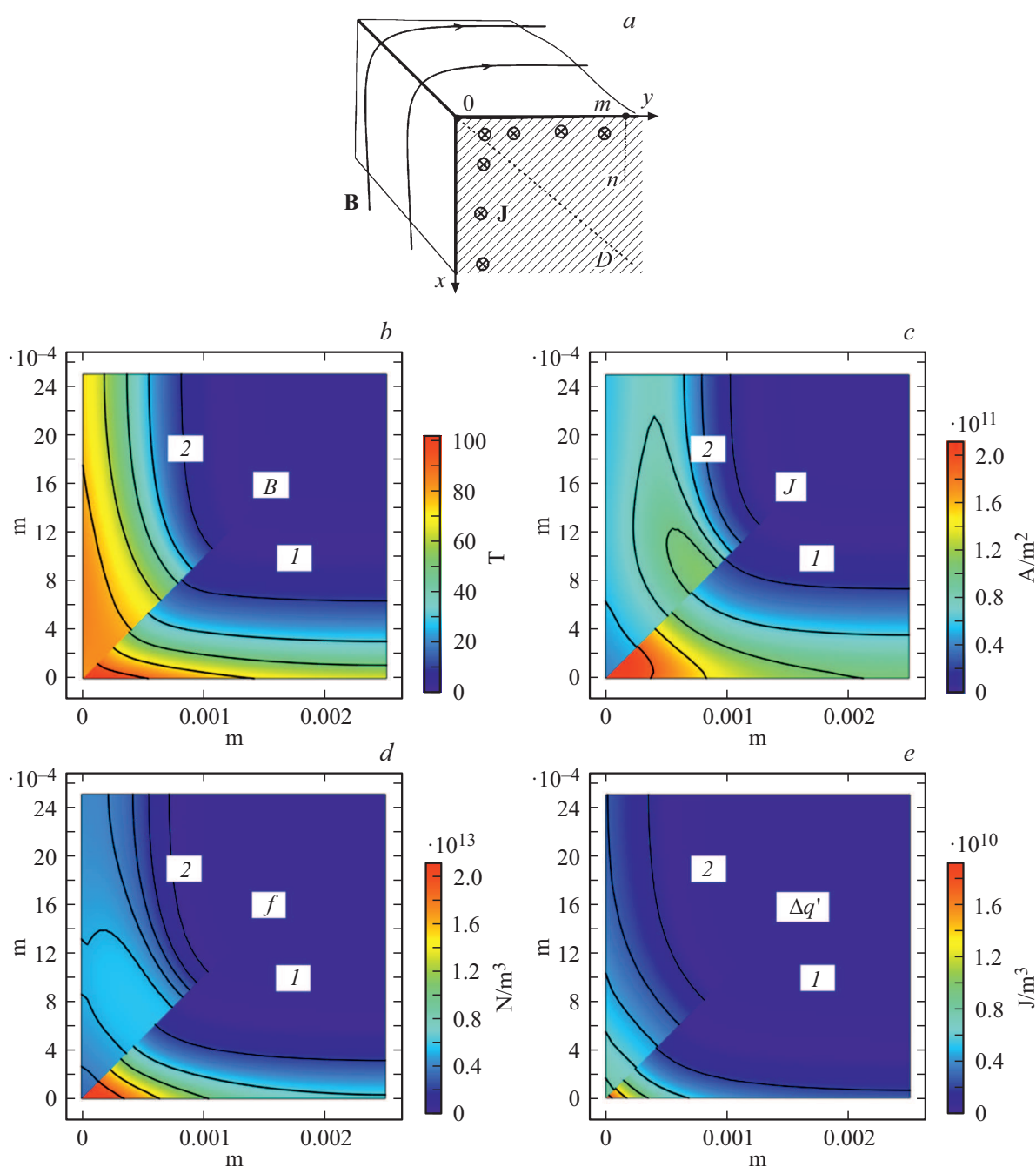


Рис. 1. Диффузия поперечного к углу проводника магнитного поля: ориентация магнитного поля \mathbf{B} и плотности тока \mathbf{J} (a), распределение индукции $|\mathbf{B}|$ (b), плотности тока $|\mathbf{J}|$ (c), силы Лоренца $|\mathbf{f}|$ (d), плотности энергии тепловыделения $\Delta q'$ в момент времени, соответствующий максимуму тока (e). 1 — для постоянного, 2 — для рассчитываемого по формуле (1) удельного сопротивления. Приведены линии равных значений соответствующих параметров.

нагрева рассчитывалась по формуле $d(\Delta q')/dt = \rho J^2$, где $\Delta q'$ — приращение объемной плотности тепловой энергии, J — плотность тока. При расчете учитывалась зависимость удельного сопротивления от объемной плотности тепловой энергии (1). Рассчитанное значение этой величины позволяет найти приращение температуры: $\Delta T = \Delta q' / (\gamma C_p(T))$, где γ и $C_p(T)$ — плотность и теплоемкость соответственно. Теплоемкость в диапазоне

температур 25–1300 К задавалась выражением

$$C_p(T) = \alpha_0 + \alpha_1(T - T_{\min})/100 + \alpha_2((T - T_{\min})/100)^2 + \alpha_3((T - T_{\min})/100)^3,$$

где коэффициенты α_i взяты из работы [7], а при температурах выше 1300 К C_p принята постоянной, соответствующей температуре 1300 К.

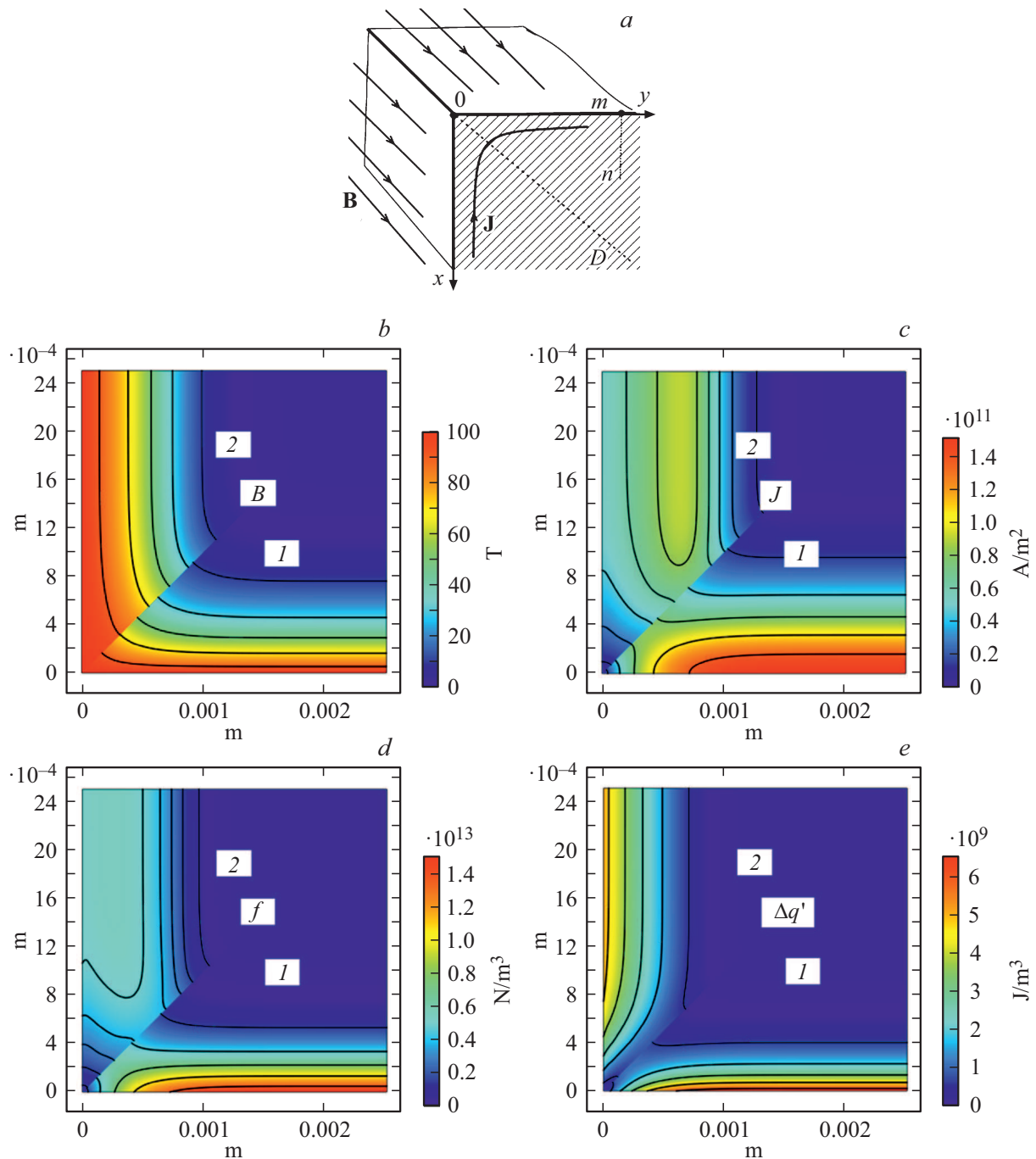


Рис. 2. То же, что на рис. 1, в случае диффузии продольного (вдоль угла проводника) магнитного поля.

Рассмотрим диффузию поперечного поля.

В случае поперечного поля принято, что проводник расположен в центре круга с радиусом R , на границе которого задано условие магнитной изоляции $B_r = 0$. Это условие приемлемо в случае, когда $R \gg a$ и внешнее поле мало отличается от поля проводника круглого сечения. Симметрия магнитной системы позволила ограничиться решением уравнений Максвелла для четверти круга с включением в нее четверти квадратного сечения проводника. При диффузии поперечного поля на гра-

нице проводника выполнялось условие непрерывности нормальной и касательной компонент индукции. На границах симметрии расчетной области задано условие отсутствия касательной компоненты индукции, являющееся следствием симметрии системы. В качестве внешнего воздействия задан полный синусоидальный ток с амплитудой 300 кА (в области, соответствующей четверти квадрата) и периодом 50 μs .

На рис. 1 представлены пространственные распределения абсолютных значений индукции B , плотности тока J ,

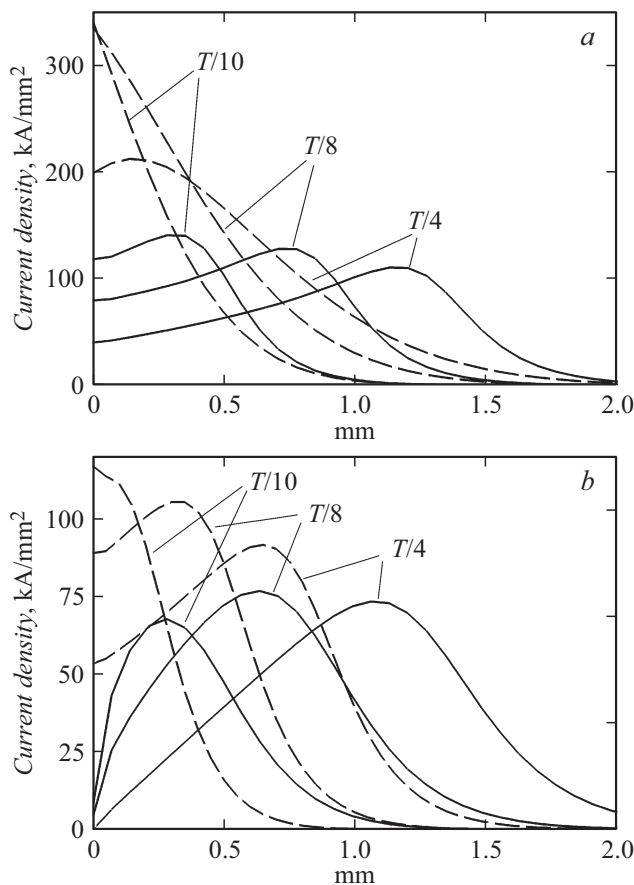


Рис. 3. Распределение плотности тока $|J|$ в моменты времени $T/10$, $T/8$, $T/4$. *a* — вдоль биссектрисы угла (линия OD) при диффузии поперечного поля. Штриховые линии построены для постоянной проводимости, сплошные — с учетом влияния нагрева на удельное сопротивление (см. формулу (1)); *b* — при диффузии продольного поля с учетом влияния нагрева на удельное сопротивление. Штриховые линии — вдоль линии mn (одномерный случай), сплошные — по биссектрисе угла вдоль линии OD .

силы Лоренца $f = JB$, а также плотности тепловой энергии $\Delta q'$. В областях 1 показано распределение соответствующих величин при линейной диффузии, рассчитанное при постоянном сопротивлении, а в областях 2 — распределение при нелинейной диффузии, рассчитанное с учетом температурной зависимости сопротивления. Зависимости построены для момента времени, соответствующего максимуму тока с амплитудой 300 кА. К этому моменту индукция поля в точках m и 0 достигает значения 80 Т, существенно превышающего характерную индукцию B_0 . В таком поле проявляются особенности нелинейной двумерной диффузии.

Как было отмечено выше, при нелинейной диффузии снижение проводимости металла в области, прилегающей к границе, приводит к вытеснению тока в толщу проводника, где формируется максимум плотности тока. Это подтверждают зависимости распределения плотности тока вдоль биссектрисы угла OD при на-

растающем поле, построенные для разных моментов времени (рис. 3, *a*). Рост сопротивления при нагреве приводит к сглаживанию неоднородности распределения плотности тока по границе, свойственного двумерной диффузии: отношение плотностей тока в точках 0 и m $\delta(0)/\delta(m)$ при линейной диффузии составляет 1.90, а при нелинейной — 0.69.

Пространственное распределение других величин также показывает существенное отличие линейного режима от нелинейного. В частности, отношения приращений объемной плотности тепловой энергии в указанных точках в момент времени, соответствующий максимуму тока, составляют 7.21 и 3.19. При этом приращение температуры в точке 0 в линейном режиме составляет 4261 К, а в нелинейном — 2202 К. Менее контрастным становится и распределение объемной силы. При заданной форме импульса тока и размерах проводника отношение ее значений в вершине угла и в точке m в момент времени, соответствующий максимуму тока, в линейном режиме составляет 2.89. В нелинейном режиме эта неоднородность сглаживается в большей степени, чем неоднородность распределения плотности тока: указанное отношение становится равным 0.74.

Рассмотрим диффузию продольного поля.

В случае продольного поля решение отличалось выбором граничных условий. На границах проводника $0x$ и $0y$ (рис. 2, *a*) задано синусоидальное магнитное поле B_z с амплитудой индукции 100 Т, нарастающее начиная с нуля по синусоидальному закону с периодом колебаний $T = 50 \mu\text{s}$. На границах симметрии расчетной области задано условие $\mathbf{n} \cdot \mathbf{A} = 0$, где \mathbf{A} — векторный потенциал магнитного поля, \mathbf{n} — вектор нормали.

Результаты расчета представлены на рис. 2 и рис. 3, *b*. Ранее было отмечено, что при линейной диффузии продольного поля плотность тока в точке 0 на ребре проводника равна нулю. Этот эффект сохраняется и при нелинейной диффузии. Об этом свидетельствуют пространственные распределения тока, объемной плотности тепловой энергии и силы Лоренца, показанные на рис. 2. Роль указанного эффекта проявляется в резком различии распределения плотности тока по нормали mn и по биссектрисе угла. Распределения плотности тока на рис. 3, *b* построены для разных моментов времени для поля с индукцией 100 Т, когда диффузия является нелинейной. Распределение плотности тока по нормали близко к рассчитанному для одномерной диффузии. Характерным различием распределений плотности тока по указанным направлениям является то, что как отмечалось, в вершине угла плотность тока принимает нулевое значение в линейном и нелинейном случае. Это приводит к существенно разному распределению энерговыделения в зонах, занятых током. При диффузии по нормали (вдали от угла — в точке n) в момент времени, соответствующий максимуму тока, достигается температура 1471 К, близкая к точке плавления меди, тогда как вдоль линии OD существенного роста температуры не наблюдается: в точке 0 температура остается

равной начальной. Дополнительные расчеты с учетом теплопроводности показали, что в рассмотренном примере температура в точке 0 возрастает лишь на 73 К.

Общей чертой двумерной нелинейной диффузии является большая скорость перемещения максимума тока в направлении биссектрисы угла, чем по нормали к границе. В рассчитанных режимах диффузии продольного и поперечного поля скорость смещения максимума плотности тока возростала приблизительно в 1.5 раза.

Резкое снижение плотности тока, энерговыделения и электромагнитной силы в угловой точке является принципиальным отличием двумерной диффузии продольного поля от диффузии поперечного. Крайя токоведущих шин генераторов больших импульсных токов ориентированы параллельно линиям тока и подвергаются воздействию поперечного поля. Они испытывают интенсивные локальные тепловые и механические нагрузки в процессе диффузии этого поля. Напротив, в одновитковых магнитах в месте соединения магнита с подводящими шинами индукция параллельна ребру угла. Даже в очень сильном поле участок вблизи ребра, находящегося в продольном поле, подвергается менее интенсивному тепловому и механическому воздействию. Он сохраняет свою конфигурацию и мало смещается даже при наличии интенсивного пластического течения остальной части проводника, деформированного в поле с индукцией 117 Т [8]. Конфигурация окрестностей ребра сохраняется в экспериментах с более сильными полями [9] и даже в том случае, когда происходит электрический взрыв магнита. Это подтверждается рентгенограммами процесса разрушения одновиткового соленоида, полученными при генерации магнитного поля с амплитудой индукции 350 Т [10].

Таким образом, рассмотренный эффект носит достаточно общий характер и проявляется в широком классе электрофизических устройств, работающих в сильном импульсном магнитном поле. Этот эффект должен учитываться при разработке устройств для получения импульсных магнитных полей и может иметь особое значение при создании устройств для передачи больших импульсных токов к нагрузке малых размеров [11].

Моделирование процессов диффузии проведено в программной среде Comsol Multiphysics 5.3 с использованием ресурсов суперкомпьютерного центра „Политехнический“: RSC Tornado (параметры одного узла 2× CPU with 14 cores (2xXeonE5-2697v3 2.6 GHz 64 GBRAM)).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-19-00230.

Список литературы

- [1] *Shneerson G.A., Dolotenko M.I., Krivosheev S.I.* Strong and superstrong pulsed magnetic fields generation. De Gruyter studies in mathematical physics. Berlin–Boston: de Gruyter, 2014. 429 p.
- [2] *Chaikovskiy S.A., Oreshkin V.I., Datsko I.M., Labetskaya N.A., Rybka D.V., Ratakhin N.A.* // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. N 11. P. 112704.
- [3] *Гаранин С.Ф., Иванова Г.Г., Кармишин Д.В., Софронов В.Н.* // Приклад. механика и техн. физика. 2005. Т. 46. № 2. С. 5–12.
- [4] *Krivosheev S.I., Magazinov S.G., Alekseev D.I.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2018. V. 46. N 4. P. 1054–1057.
- [5] *Selemir V.D., Tatsenko O.M., Platonov V.V., Filippov A.V., Bychkova E.A., Krivosheev S.I., Shneerson G.A.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2015. V. 43. N 2. P. 688–691.
- [6] *Shneerson G.A., Belozeroz I.A.* Edge effect for transverse electromagnetic field penetration into a conductor // 14th Int. Conf. on megagauss magnetic field generation and related topics (MEGAGAUSS 2012). IEEE, 2012. DOI: 10.1109/MEGAGAUSS.2012.6781414
- [7] *White G.K., Collocott S.J.* // J. Phys. Chem. Data. 1984. V. 13. N 4. P. 1251–1257.
- [8] *Шнеерсон Г.А.* // ЖТФ. 1962. Т. 32. В. 9. С. 1153–1156.
- [9] *Бочаров Ю.Н., Кривошеев С.И., Кручинин А.И., Тутков В.В., Шнеерсон Г.А.* Получение сверхсильных импульсных магнитных полей в одновитковых тонкостенных соленоидах. // Третья Международная конференция по генерации мегагауссных магнитных полей и родственными экспериментами. / Под ред. В.М. Титова, Г.А. Швецова. М.: Наука, 1983. С. 77–83.
- [10] *Кривошеев С.И., Тутков В.В., Шнеерсон Г.А.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. В. 4. P. 32–47.
- [11] *Rose D.V., Welch D.R., Madrid E.A., Miller C.L., Clark R.E., Stygar W.A., Struve K., Corcoran P.A., Whitney B.* Electromagnetic wave propagation through the ZR Z-pinch accelerator // 7th Int. Conf. on dense Z-pinches. AIP Conf. Proc. 2009. V. 1088. N 1. P. 263–266.