

05

## Структурная природа дисперсии автоволн локализованной пластичности

© Л.Б. Зуев, С.А. Баранникова

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия  
E-mails: lbz@ispms.ru, bsa@ispms.ru

Поступило в Редакцию 30 июля 2024 г.

В окончательной редакции 28 августа 2024 г.

Принято к публикации 30 августа 2024 г.

Рассмотрена природа связи макроскопических и микроскопических деформационных явлений путем сравнения характеристик дислокационных систем и законов дисперсии автоволн локализованной пластичности для разных стадий деформационной кривой. Установлено, что форма закона дисперсии для каждой стадии деформационного упрочнения определяется характеристиками дислокационных ансамблей, возникающих на разных стадиях процесса пластической деформации.

**Ключевые слова:** пластичность, локализация, дислокации, автоволны, дисперсия.

DOI: 10.61011/PJTF.2025.01.59521.20074

Развитие автоволнового подхода в физике пластичности [1,2] инициировано трудностями, возникающими при использовании дислокационных моделей для описания больших пластических деформаций [3]. Одним из наиболее важных положений, на которых базируется автоволновая модель локализованной пластичности, является правило соответствия [1], согласно которому каждой стадии деформационной кривой однозначно отвечает собственная автоволновая мода пластического течения. В свою очередь стадии процесса пластического течения последовательно реализуются при деформации материалов, как показано на рис. 1, данные для которого получены в работе [4].

Как известно [5,6], автоволновые процессы генерируются только активными деформируемыми средами. Активность среды определяется наличием в ней распределенных источников потенциальной энергии, связанных с дислокациями и дислокационными ансамблями [3], играющими роль концентраторов напряжений. Их закономерно эволюционирующие при деформации упругие поля [3] делают среду активной. Интересно сопоставить макроскопические характеристики автоволновых процессов пластического течения [1,2] с имеющимися данными о морфологии дислокационных ансамблей, характерных для разных стадий пластического течения [3].

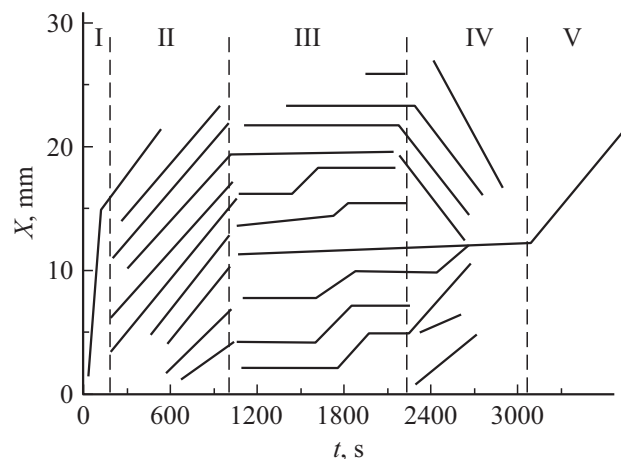
Сопоставление можно провести, используя законы дисперсии автоволн локализованной пластичности. Им, как установлено, можно придать общую форму  $\omega(k) \sim k^\beta$ , где  $\omega$  — частота,  $k$  — волновое число, а показатель  $\beta$  дискретно меняется при межстадийных переходах. Как показано на рис. 2, на стадии упруго-пластического перехода по механизму Людерса  $\beta = 1$  (линейная дисперсия), для стадии линейного деформационного упрочнения  $\beta = 2$  (квадратичная дисперсия), для стадии параболического деформационного упрочнения  $\beta = 5/2$ , а для стадии коллапса автоволны локализован-

ной пластичности (предразрушение)  $\beta = 3$  (кубическая дисперсия).

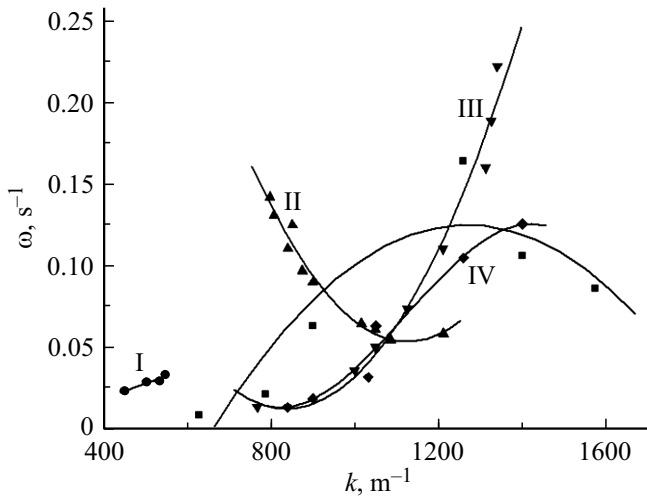
Используя анализ размерностей, можно придать дисперсионному уравнению для автоволн локализованной пластичности общую для всех стадий пластического течения форму

$$\omega(k) \sim \left(\frac{\Lambda^\beta}{\vartheta}\right) k^\beta, \quad (1)$$

где коэффициент  $\Lambda^\beta/\vartheta$  для каждой стадии процесса определяется пространственным (структурным) масштабом  $\Lambda$  и временем релаксации  $\vartheta$ , соответствующими этой стадии. В результате для случая деформации



**Рис. 1.** Стадии пластического течения при растяжении в монокристалле сплава Fe–Cr–Ni в присутствии атомарного водорода (50 ppm). I — деформация Людерса, II — стадия линейного деформационного упрочнения, III — стадия параболического деформационного упрочнения, IV — коллапс автоволновой функции (предразрушение), V — развитие шейки разрушения.



**Рис. 2.** Дисперсионные кривые для различных стадий. Квадраты — легкое скольжение [2], кружки — деформация Людерса (I), треугольники — линейное деформационное упрочнение (II), перевернутые треугольники — параболическое деформационное упрочнение (III), ромбы — предразрушение (IV).

Людерса имеем

$$\omega(k) \sim (\Lambda/\vartheta)k, \quad \beta = 1, \quad (2)$$

для стадии линейного деформационного упрочнения

$$\omega(k) \sim (\Lambda^2/\vartheta)k^2, \quad \beta = 2, \quad (3)$$

для стадии параболического деформационного упрочнения

$$\omega(k) \sim (\Lambda^{5/2}/\vartheta)k^{5/2}, \quad 2 < \beta = 5/2 < 3 \quad (4)$$

и, наконец, для стадии предразрушения (коллапса автоволны)

$$\omega(k) \sim (\Lambda^3/\vartheta)k^3, \quad \beta = 3. \quad (5)$$

В соотношениях (3) и (5)  $\Lambda^2 = \Sigma$  — площадь, а  $\Lambda^3 = \Omega$  — объем, что указывает на геометрическую природу такой интерпретации. Смысл величин  $\Sigma$  и  $\Omega$  будет обсужден далее.

Рассмотрим физическую природу соотношений (2)–(5), полагая, что изменения закона дисперсии порождены изменениями типа активных сред при деформационном упрочнении [7,8]. Интерпретация дисперсионных соотношений в таком случае может потребовать информации о дислокационных субструктурах на соответствующих стадиях процесса.

Деформация на стадии упругопластического перехода при постоянном напряжении  $\sigma = \text{const}$  реализуется на движущемся с постоянной скоростью фронте Людерса [9], для которого фазовая и групповая скорости

$$V_{aw}^{(ph)} = \frac{\omega}{k} \quad \text{и} \quad V_{aw}^{(gr)} = \frac{d\omega}{dk} \quad (6)$$

равны, т. е.  $V_{aw}^{(ph)} = V_{aw}^{(gr)} = V_{aw}$ . Перемножив правые и левые части уравнений (6) и проинтегрировав произведения, получаем

$$\frac{\omega d\omega}{k dk} = \frac{\int \omega d\omega}{\int k dk} = \frac{1/2\omega^2 + c_1}{1/2k^2 + c_2} = V_{aw}^2, \quad (7)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — константы интегрирования. При условии  $c_2 = 0$  из (7) следует закон дисперсии  $\omega^2 \sim 1 + k^2$ , отвечающий уравнению Клейна–Гордона [8] для смещений  $u$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u = 0, \quad (8)$$

которое применимо для описания распространения макровозбуждений, в частности солитонов в активных средах. При  $k \gg 1$  уравнение (8) сводится к уравнению  $\partial^2 u / \partial t^2 - \partial^2 u / \partial x^2 = 0$  с линейной дисперсией  $\omega \sim k$ , характерному для волн упругой деформации [8].

На стадии линейного деформационного упрочнения, когда  $\sigma \sim \varepsilon$  ( $\varepsilon$  — деформация), характеристики упругой деформации и пластического течения образуют упруго-пластический инвариант [1,2]:

$$\frac{\lambda V_{aw}}{\chi V_t} = \tilde{Z} \approx \frac{1}{2}, \quad (9)$$

в котором автоволны локализованной пластичности заданы своими длиной  $\lambda$  и скоростью  $V_{aw}$ , а упругие — соответственно межплоскостным расстоянием  $\chi$  и скоростью поперечного звука  $V_t$ . Если в инварианте (9) заменить  $\chi$  и  $V_t$  на выраженные через постоянную Планка  $\hbar = h/2\pi$ , заряд электрона  $e$ , его массу  $m$  и массу атома  $M$  хартриевские [10] масштабы длины  $a_0 = \hbar^2/me^2$  и скорости звука  $V_s \approx e^2/\hbar(m/2M)^{1/2}$ , то, как показано в [11],

$$\lambda V_{aw} = \frac{\chi V_t}{2} \approx \frac{\hbar}{2(mM)^{1/2}}. \quad (10)$$

Рассчитанное по формуле (10) значение  $\lambda V_{aw} \approx 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  близко к экспериментально найденным значениям для изученных материалов [1]. Уравнение (10) перспективно для анализа природы упругопластического инварианта, поскольку связывает характеристики автоволновой пластичности с физическими константами.

Покажем, что из уравнения (10) следует квадратичный закон дисперсии автоволны на стадии линейного деформационного упрочнения. Приняв, что  $\lambda V_{aw} \approx \Lambda^2/\vartheta$ , получаем

$$\lambda V_{aw} = \frac{\Lambda^2}{\vartheta} = \frac{(2\pi/k)^2}{\frac{2\pi}{\omega}} = 2\pi \frac{\omega}{k^2} \approx \frac{\hbar}{\sqrt{mM}} \approx \text{const}, \quad (11)$$

отсюда следует квадратичное дисперсионное уравнение для этой стадии

$$\omega = \frac{\hbar}{2\pi\sqrt{mM}} k^2 \sim k^2. \quad (12)$$

Обсуждаемый квадратичный закон дисперсии соответствует нелинейному уравнению Шредингера  $2i\partial\Phi/\partial t - Q\partial^2\Phi/\partial x^2 + G|\Phi|^2\Phi = 0$  [8] для функции  $\Phi$  в потенциале  $G|\Phi|^2\Phi$ . Здесь  $Q$  и  $G$  — коэффициенты, а  $i = \sqrt{-1}$ . В общем случае это уравнение описывает эволюцию огибающей несущей волны в слабонелинейной системе [6,8], а при пластической деформации оно применимо для описания процесса самоорганизации последовательности термически активированных элементарных сдвигов. На этой стадии среда является автоколебательной, и ей соответствует фазовая автоволна, для которой  $\omega t - kx = \text{const}$ .

На стадии параболического деформационного упрочнения при  $\sigma \sim \varepsilon^{1/2}$  формируется стационарная диссипативная структура из очагов локализованной пластичности. Изменяя длину автоволны локализованной пластичности  $\lambda$  за счет изменения условий деформирования, удалось построить дисперсионную зависимость, показанную на рис. 2 и описываемую соотношением (4):  $\omega \sim k^{5/2}$ . Стадию параболического деформационного упрочнения можно считать переходом от стадии линейного упрочнения, где  $\omega \sim k^2$ , к стадии предразрушения (коллапса автоволны локализованной пластичности), для которой  $\omega \sim k^3$ .

Такой закон дисперсии, полученный для этой стадии деформационного упрочнения, где  $\sigma \sim \varepsilon^n$ , а  $n < 1/2$ , в результате обработки приведенных в [1,2]  $X-t$ -диаграмм для разных металлов и сплавов, представлен на рис. 2. Дисперсионное соотношение вида  $\omega \sim k^3$  отвечает уравнению Кортевега—де Вриза  $\partial u/\partial t - \partial^3 u/\partial x^3 = 0$ , описывающему распространение импульсов возбуждения в активных возбудимых средах [8].

Изменение дисперсионных соотношений в уравнениях (2)–(5) логично связать с эволюцией размеров и формы дислокационных ансамблей [3,12], т.е. структурной части коэффициента  $\Lambda^\beta$ . В таком случае показатель  $\beta$  должен зависеть от конфигурации дислокационного ансамбля на соответствующей стадии процесса. Действительно, на стадии площадки текучести ( $\beta = 1$ ) деформация Людерса превращает упругую среду в пластически деформируемую. Превращение вызвано лавинообразным освобождением дислокаций от блокирующих примесей [13]. Вместе с линейной дисперсией это позволяет считать фронт Людерса автоволной переключения [7] в среде, состоящей из взаимосвязанных бистабильных элементов, роль которых играют дислокации, переходящие из исходного метастабильного (иммобильного) состояния в стабильное (мобильное) состояние. Кинетика процесса перехода, как отмечалось в [14], подобна кинетике фронта фазового превращения первого рода.

Для анализа роли дислокационной структуры на стадиях линейного деформационного упрочнения и предразрушения будем учитывать, что, как было отмечено,  $\Lambda^2 = \Sigma$ , а  $\Lambda^3 = \Omega$ . Величины  $\Lambda$ ,  $\Sigma$  и  $\Omega$ , входящие в выражения (2)–(5), суть геометрические характеристики дислокационных ансамблей, причем  $\Sigma$  можно считать площадью поверхности дислокационных ячеек на

стадии линейного деформационного упрочнения, а  $\Omega$  — объемом дислокационных клубков, формирующихся на стадии предразрушения [12].

Что касается стадии параболического деформационного упрочнения, то известно [3,12], что с ее начала в деформируемых металлах возникает ячеистая дислокационная структура, которая в ходе деформационного процесса замещается клубковой. Это согласуется с приведенным выше соображением о том, что стадия параболического деформационного упрочнения, которой соответствует значение показателя  $2 < \beta = 5/2 < 3$ , является переходной от линейного упрочнения к коллапсу автоволны локализованной пластичности.

Проведенный в работе анализ указывает на связь дислокационных и автоволновых представлений о природе пластического течения и подтверждает идею [1,2] о том, что физическая природа стадийности пластического течения определяется формированием активных сред, специфических для каждой стадии процесса. При этом закон дисперсии автоволн локализованной пластичности для каждой из стадий связан с параметрами соответствующей ей дислокационной структуры. Показано, что важнейшие соотношения, характеризующие автоволновой характер пластического течения, могут быть выражены через физические константы.

## Финансирование работы

Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН (тема № FWRW-2021-0011).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] L.B. Zuev, S.A. Barannikova, V.I. Danilov, V.V. Gorbatenko, *Prog. Phys. Met.*, **22** (1), 3 (2021). DOI: 10.15407/ufm.22.01.003
- [2] Л.Б. Зуев, Ю.А. Хон, В.В. Горбатенко, *Физика неоднородного пластического течения* (Физматлит, М., 2024).
- [3] U. Messerschmidt, *Dislocation dynamics during plastic deformation* (Springer, Berlin, 2010). DOI: 10.1007/978-3-642-03177-9
- [4] Л.Б. Зуев, С.А. Баранникова, М.В. Надежкин, *Физ. мезомеханика*, **25** (3), 60 (2022). DOI: 10.55652/1683-805X\_2022\_25\_3\_60 [L.B. Zuev, S.A. Barannikova, M.V. Nadezhkin, *Phys Mesomech.*, **25** (5), 432 (2022). DOI: 10.1134/S102995992205006X].
- [5] V.I. Krinsky, in *Self-organization. Autowaves and structures far from equilibrium* (Springer-Verlag, Berlin, 1984), p. 9–19. DOI: 10.1007/978-3-642-70210-5
- [6] А. Скотт, *Нелинейная наука. Рождение и развитие когерентных структур* (Физматлит, М., 2007).
- [7] А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов, *Основы теории сложных систем* (НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика“, М.—Ижевск, 2007).

- [8] А.М. Косевич, А.С. Ковалев, *Введение в нелинейную физическую механику* (Наук. думка, Киев, 1989).
- [9] Ю.В. Петров, И.Н. Бородин, *ФТТ*, **57** (2), 336 (2015). [Yu.V. Petrov, E.N. Borodin, *Phys. Solid State*, **57** (2), 353 (2015). DOI: 10.1134/S1063783415020286].
- [10] В.В. Бражкин, *УФН*, **193** (11), 1227 (2023). DOI: 10.3367/UFNe.2022.11.039261 [V.V. Brazhkin, *Phys. Usp.*, **66** (11), 1154 (2023). DOI: 10.3367/UFNe.2022.11.039261].
- [11] Л.Б. Зуев, *Письма в ЖТФ*, **50** (12), 8 (2024). DOI: 0.61011/РЖТФ.2024.12.58056.19877 [L.B. Zuev, *Tech. Phys. Lett.*, **50** (6), 48 (2024). DOI: 10.61011/TPL.2024.06.58479.19877].
- [12] Э.В. Козлов, В.А. Старенченко, Н.А. Конева, *Металлы*, № 5, 152 (1993).
- [13] M. Zaiser, E.C. Aifantis, *Int. J. Plast.*, **22** (8), 1432 (2006). DOI: 10.1016/j.jplas.2005.07.010
- [14] О.Б. Наймарк, *Физ. мезомеханика*, **18** (3), 71 (2015). [O.B. Naimark, *Phys. Mesomech.*, **19** (3), 307 (2016). DOI: 10.1134/S1029959916030097].