

05

Несложное уравнение состояния для описания поведения сплошных и пористых образцов алюминия при ударном сжатии и изоэнтروпической разгрузке

© Р.К. Бельхеева

Новосибирский государственный университет,
630090 Новосибирск, Россия
e-mails: rumia@post.nsu.ru, rimbela@academ.org

Поступило в Редакцию 25 марта 2023 г.

В окончательной редакции 20 февраля 2025 г.

Принято к публикации 11 марта 2025 г.

Построено малопараметрическое уравнение состояния алюминия, коэффициент Грюнайзена в котором задан в виде логарифмической зависимости от плотности. Определены параметры уравнения состояния алюминия для диапазона плотностей от 1.4 до 7 г/см^3 . Пористый материал рассмотрен как простая термодинамически равновесная смесь алюминия и воздуха. Модель использует только параметры уравнений состояния и массовые доли составляющих смеси. Рассчитанные с использованием этой модели ударные адиабаты для образцов алюминия с различными начальными пористостями, кривые повторного сжатия и изоэнтропы разгрузки оказываются близкими к соответствующим экспериментальным данным. Это указывает на применимость предложенного подхода к построению уравнения состояния алюминия для описания свойств этого металла (в чистом виде и в составе смесей) как в области многократного сжатия, так и в области разгрузки.

Ключевые слова: ударная адиабата, изоэнтропа разгрузки, одноконтинуальное приближение, гетерогенная смесь, термодинамическое равновесие, однотемпературное приближение, односкоростное приближение, коэффициент Грюнайзена.

DOI: 10.61011/JTF.2025.07.60652.54-25

Введение

Активное использование алюминия основано на таких его свойствах как легкость, пластичность, электропроводность, устойчивость к коррозии, немалую роль играет при этом его невысокая стоимость по сравнению с другими металлами. Большим разнообразием свойств обладают сплавы алюминия, и это разнообразие получается введением в сплавы различных легирующих добавок. Например, в самолетостроении и судостроении большую роль играет уменьшение массы и высокая прочность сплавов алюминия по сравнению со сталью. При строительстве гидросамолетов применяется сваривание магниевых (алюминиево-магневых) сплавов, устойчивых к коррозии. Сплавы алюминия с магнием активно используются в нефтяной и химической промышленности, поскольку они обладают высокой коррозионной стойкостью. Благодаря высокой электропроводности и устойчивости к перепадам температуры алюминий широко используется в электротехнической промышленности. Легирующие добавки позволяют получить материалы с заданными свойствами, в которых в качестве основного компонента содержится алюминий. В сжатом виде наиболее полная информация о получении, переработке, применении алюминия, его физических, химических и термодинамических свойствах содержится в [1]. В той же статье энциклопедии показано, как от природы легирующего компонента зависят свойства

сплавов и соединений, в которых содержится алюминий. До того, как описывать различные смеси, необходимо получить модель, позволяющую достоверно отображать поведение смесей, а также параметры уравнений состояния каждой составляющей этих смесей. Появление новых моделей для описания поведения сплошных и пористых образцов смесей [2–5] вызвано задачами современной науки: это задачи динамического компактирования, ударно-волнового синтеза и других взрывных технологий. Исходя из того, что смеси различаются большим разнообразием составов, необходимо иметь для их описания наиболее простую модель, использующую только параметры уравнений состояния самих составляющих и их массовые доли в смеси. В этой связи проводится данное исследование, нацеленное на получение параметров несложного уравнения состояния для алюминия при высоких давлениях и температурах.

В обзоре [6] рассмотрены проблемы и методы построения уравнений состояния веществ, изложены принципы построения полуэмпирических моделей, перечислены основные требования к уравнениям состояния. Построению уравнения состояния алюминия посвящено много исследований (см., например, работы [6–13] и ссылки в них). В частности, в [7] предложено довольно сложное уравнение состояния этого металла с учетом фазовых превращений (плавления и испарения) в широком диапазоне плотностей и температур. В [13] разработано более

простое уравнение состояния алюминия в форме зависимости давления от удельного объема и внутренней энергии, также хорошо согласующееся с данными ударно-волновых экспериментов со сплошными и пористыми образцами. В настоящей работе построено уравнение состояния алюминия на основе предложенной ранее несложной модели [4] (в переменных удельный объем и температура), которую удобно использовать в расчетах термодинамических характеристик смесей (сплавов), в состав которых входит этот металл.

1. Математическая модель и методика расчета

В [14] отмечено, что задача получения уравнения состояния конденсированного тела неразрешима методами статистической термодинамики в точной математической постановке. В литературе существует большое число подходов к выбору уравнения состояния при описании ударно-волновых процессов [5–18]. При конструировании полуэмпирических уравнений состояния задается вид функциональной зависимости, а параметры этого уравнения выбираются так, чтобы наилучшим образом соответствовать экспериментальным данным [6,14].

В [16] отмечено, что при математическом моделировании ударно-волновых явлений для описания поведения конденсированных веществ может быть использовано уравнение состояния в форме уравнения Мигрюнайзена

$$P = P_X + \rho \gamma E_T, \quad (1)$$

где P_X — упругая составляющая давления; второе слагаемое в правой части (P_T) — тепловая составляющая давления, $P_T = \gamma \rho E_T$; ρ — плотность среды; γ — коэффициент Грюнайзена; E_T — тепловая составляющая внутренней энергии. Для описания тепловой части давления в [4] предлагается логарифмическая зависимость коэффициента Грюнайзена от плотности

$$\gamma = \gamma_0 r^{-\ln r}. \quad (2)$$

Здесь $r = \rho/\rho_0$ — степень сжатия; ρ_0 — параметр уравнения состояния (в случае конденсированного вещества это его плотность при нормальных условиях); γ_0 — постоянная величина, параметр уравнения состояния. Зависимость (2) позволяет адекватно отражать поведение коэффициента Грюнайзена как для сплошных, так и для сильнопористых материалов. В [5,14,16] отмечено, что в работах, посвященных ударно-волновому нагружению, коэффициент Грюнайзена может быть описан формулой

$$\gamma = \gamma_0 r^{-l}, \quad (3)$$

где $l > 0$, $l = \text{const}$. При расчете ударных адиабат для материалов с высокой пористостью использование выражения (3) для описания коэффициента Грюнайзена приводит к тому, что коэффициент Грюнайзена возрастает с ростом интенсивности ударной волны. Это вызвано тем,

что при аномальном поведении ударных адиабат, при котором конечная плотность ударно-сжатого вещества оказывается меньше нормальной плотности, отношение r становится меньше единицы ($r^{-1} > 1$). В [19] на примере меди показано, что использование коэффициента Грюнайзена в виде (3) с показателем $l > 0$ для описания пористого материала не согласуется с экспериментальными данными. В [4] обсуждаются недостатки уравнений состояния с коэффициентом Грюнайзена (3) при описании поведения пористых материалов и приведены ссылки на работы, в которых предприняты попытки использования другой формы зависимости для коэффициента Грюнайзена (из числа опубликованных после [4] работ следует упомянуть также [13,20–29]). Еще в [4] была продемонстрирована способность уравнения состояния с коэффициентом Грюнайзена (2) адекватно описывать поведение меди при ударном сжатии, и проведено сравнение с расчетными адиабатами других авторов, использующих уравнение состояния меди с большим количеством параметров. В настоящей работе показана возможность применения модели уравнения состояния, предложенного в [4], к описанию поведения алюминия при импульсной нагрузке и последующей разгрузке.

Использование логарифма в показателе в соотношении (2) приводит к тому, что коэффициент Грюнайзена уменьшается при любом поведении адиабат, так как знак логарифма зависит от величины аргумента, и при $r^{-1} > 1$ показатель становится отрицательным. При описании упругой части давления с помощью уравнения Тета уравнение состояния (1) принимает вид

$$P = P_X + \gamma_0 \rho_0 r^{1-\ln r} c_{V0} T,$$

$$P_X = A[r^n - 1] - \gamma_0 \rho_0 r^{1-\ln r} c_{V0} T_0, \quad (4)$$

где c_{V0} — удельная теплоемкость при постоянном объеме (полагаемая в настоящей работе константой); T — температура; T_0 — нормальная температура, $T_0 = 293$ К; A и n — константы, характеризующие холодное (при $T = 0$) сжатие вещества. Параметр A можно найти по формуле $A = c_0^2 \rho_0 / n$, где c_0 — объемная скорость звука при нормальных условиях. Простота и удобство использования этих уравнений обусловлены тем, что для описания свойств индивидуального вещества используется набор из небольшого числа параметров (ρ_0 , c_0 , n , c_{V0} , γ_0).

Внутренняя энергия также представляется в виде суммы двух составляющих:

$$E = E_X + c_{V0} T. \quad (5)$$

Здесь E_X — упругая часть энергии сжатия, связанная с упругой составляющей давления соотношением $P_X = \rho^2 dE_X/d\rho$. После интегрирования выражение для

упругой части энергии принимает следующий вид:

$$E_X = \frac{A}{(n-1)\rho_0}[r^{n-1} - 1] + \frac{A}{\rho_0}[r^{-1} - 1] - \gamma_0 c_{v0} T_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(\ln r) - c_{v0} T_0,$$

где $\operatorname{erf}(x)$ — функция ошибок,

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt,$$

для которой в недавней работе [26] приведено аппроксимационное выражение, обладающее достаточно высокой точностью; оно и было использовано в расчетах, представленных далее. Тепловая часть внутренней энергии (5) задается соотношением $E_T = c_{v0} T$.

В работе [30] предложен метод построения уравнения состояния равновесной N -компонентной смеси, в котором уравнение состояния каждой составляющей задается в одинаковой форме. В [31] обосновано применение уравнения состояния вида (4) для воздуха.

В данном исследовании пористая N -компонентная смесь рассматривается как гетерогенная среда, поры в которой заполнены воздухом. Поры считаются замкнутыми и изолированными, так что газообразная составляющая не просачивается из системы твердое вещество–воздух, не учитывается испарение твердого вещества и увеличение массовой доли газообразного вещества под действием ударной волны. Под пористостью m понимается отношение нормальной плотности монолита (ρ_{T0}) к начальной плотности пористого образца (ρ_{00}). Вне рамок рассмотрения в настоящей работе остаются эффекты фазовых переходов (плавления и испарения). Как показывают расчеты по более сложным моделям уравнений состояния [7,32,33], в которых фазовые переходы учтены, эффект плавления вещества в ударной волне мало заметен на ударных адиабатах в переменных, входящих в уравнения Гюгонио, для образцов различной начальной пористости. Результаты расчетов [33] по уравнению состояния алюминия с учетом плавления и испарения свидетельствуют о том, что при ударном сжатии сплошных и пористых образцов с исходным состоянием в твердой фазе металла достигаются заметно более высокие давления, чем на кривой испарения при тех же температурах. Следовательно, границей области применимости по давлению снизу (при плотностях меньше, чем плотность жидкого алюминия в точке плавления при атмосферном давлении) для представленной модели уравнения состояния можно полагать изобару, проходящую через критическую точку перехода жидкость–пар.

Давление в критической точке (P_{cr}) по разным оценкам для алюминия составляет 0.197 [7], 0.329 [34], 0.3988 [35], 0.45 [36], 0.597 ГПа [37]. Следует заметить, что по всем указанным оценкам P_{cr} не превышает 1 ГПа. Плотность жидкого алюминия в точке плавления при атмосферном давлении, согласно уравнению состояния [7],

приблизительно равна 2.4 г/см^3 . Получается, что при плотностях меньше 2.4 г/см^3 и давлениях ниже 1 ГПа представленная модель лишь качественно описывает метастабильные состояния алюминия (включая область растягивающих напряжений [37]).

При описании многокомпонентных смесей необходимо учитывать взаимодействие и взаимовлияние составляющих, что сильно усложняет математические модели, так как приходится описывать как процессы в отдельных компонентах, так и эффекты взаимодействия между этими компонентами. Но в некоторых случаях многокомпонентную смесь можно рассматривать как один континуум, что значительно упрощает задачу. Например, при распространении сильных ударных волн, давления в которых существенно выше напряжений, связанных с прочностью, в качестве условий совместного движения используются условия равенства давлений фаз. При этом в случае, когда эффекты относительного движения компонентов незначительны и смесь находится в термодинамическом равновесии, выполняются условия $P_i = P$, $T_i = T$, $u_i = u$ (P_i , T_i , u_i — давление, температура и массовая скорость компонента i ; P , T , u — то же самое для смеси). Тогда движение среды можно описать как движение единого континуума с особым уравнением состояния, учитывающим свойства компонентов смеси и их массовые доли. Это приводит к значительному сокращению числа уравнений. В рамках такого способа описания смеси принято, что уравнения состояния компонентов в смеси такие же, как в свободном состоянии. Для простых смесей, не образующих связей в атомарном масштабе, в работе [38] изложены принципы построения модели взаимодействующих и взаимопроникающих континуумов. Способ описания смеси единым континуумом рассмотрен в работах [19,39,40] и др. В рамках такого способа описания смеси континуумов, находящихся в термодинамическом равновесии, в [19,30] предложен метод построения уравнения состояния равновесной N -компонентной смеси, в котором уравнение состояния каждой составляющей задается в одинаковой форме.

При описании гетерогенных смесей (смесей с макроскопическими неоднородностями) принято использовать гипотезу аддитивности объема смеси по объемам компонентов [38]:

$$V = \sum_{i=1}^N V_i,$$

где V — удельный объем смеси; V_i — объем компонента i в единице массы смеси. Из этого соотношения получено выражение для плотности многокомпонентной смеси в виде

$$\frac{1}{\rho} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\rho_i}, \quad (6)$$

где x_i и ρ_i — массовая доля и плотность компонента i . Плотность компонента i это масса i -го компонента в единице объема i -го компонента ($\rho_i = x_i/V_i$). После введения тождественных преобразований из уравнений

состояния (4), записанных для каждой составляющей и для смеси, плотности смеси и компонентов выражаются соотношениями вида

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{P + kA_{\max}}{A} \right)^{1/n} \times \left[1 - \frac{kA_{\max} - A + \gamma_0 \rho_0 r^{1-\ln r} c_{V0}(T - T_0)}{P + kA_{\max}} \right]^{1/n},$$

где k — некоторое положительное число; $A_{\max} = \max\{A_1, \dots, A_N\}$; A_i — коэффициент сжатия компонента i . Нетрудно такие выражения для плотностей компонентов подставить в (6) и соответствующие коэффициенты при P и $(T - T_0)$ в разложениях Тейлора для правой и левой частей получившегося равенства приравнять друг другу [19]. Тогда можно получить выражения для параметров уравнения состояния смеси A , ρ_0 , n , γ_0 через соответствующие параметры и массовые доли компонентов [19]:

$$n = \frac{R_1 R_3}{R_2^2} - 1, \quad A = kA_{\max} - \frac{nR_2}{R_1},$$

$$\rho_0 = \frac{1}{R_1} \left(\frac{A}{P + kA_{\max}} \right)^{1/n}, \quad \gamma_0 = \frac{nR_4}{c_{V0}} (\rho_0 R_1)^{\ln(\rho_0 R_1)}, \quad (7)$$

где

$$R_1 = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\rho_{i0}} R_{5i}, \quad R_2 = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\rho_{i0}} R_{5i} \frac{kA_{\max} - A_i}{n_i},$$

$$R_3 = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\rho_{i0}} R_{5i} (n_i + 1) \left(\frac{kA_{\max} - A_i}{n_i} \right)^2,$$

$$R_4 = \sum_{i=1}^N \frac{x_i \gamma_{i0} c_{V0i}}{n_i} R_{5i}^{-\ln R_{5i}}, \quad R_{5i} = \left(\frac{A_i}{P + kA_{\max}} \right)^{1/n_i}.$$

Удельная теплоемкость при постоянном объеме для смеси задается соотношением

$$c_{V0} = \sum_{i=1}^N x_i c_{V0i}.$$

Здесь ρ_{i0} , γ_{i0} , n_i , c_{V0i} — нормальная плотность, постоянный параметр коэффициента Грюнайзена, показатель сжатия, удельная теплоемкость при постоянном объеме компонента i . Значение $k = 2$ гарантирует выполнение условия сходимости [19]. В [19] показано, как вычислить массовую долю газообразной составляющей, зная значения пористости смеси и массовых долей твердых компонентов. В работе [41] показано, что можно не учитывать наличие газа в порах. Из соотношений (7) видно, что „вкладом“ газообразной составляющей в параметры смеси можно пренебречь, вследствие малости массовой доли этого компонента. Тем не менее в настоящей работе использована общая формулировка модели [19,30],

которая может применяться также и для расчетов характеристик смесей нескольких конденсированных компонентов (что соответствует цели этой работы). Таким образом, получена простая (малопараметрическая) модель уравнения состояния термодинамически равновесной N -компонентной смеси. Проверка этой модели проводится путем сравнения расчетных ударных адиабат и изоэнтроп разгрузки с экспериментальными данными.

Ранее в работе [27] было показано, что при вариации величины давления в формулах (7) значения параметров уравнения состояния смеси A , ρ_0 , n и γ_0 изменяются незначительно. Поэтому в дальнейших расчетах используются константы A , ρ_0 , n и γ_0 , найденные по формулам (7) при $P = 0$ для смеси алюминия и воздуха с массовыми долями, которые соответствуют рассматриваемой пористости образцов.

Уравнения Гюгонио для первоначально покоящейся среды в случае, когда давление в невозмущенной среде равно нулю, имеют вид

$$\rho_{00} D = \rho(D - u), \quad P = \rho_{00} Du, \quad E - E_0 = \frac{P}{2} \left(\frac{1}{\rho_{00}} - \frac{1}{\rho} \right), \quad (8)$$

где ρ_{00} ($\rho_{00} = \rho_{T0}/m$), E_0 — соответственно плотность и внутренняя энергия смеси перед фронтом ударной волны; u , P , ρ , E — массовая скорость, давление, плотность и внутренняя энергия среды за фронтом ударной волны; D — скорость фронта ударной волны. Добавление к соотношениям (8) уравнений состояния среды (4), (5) с параметрами, определяемыми соотношениями (7), и коэффициентом Грюнайзена, имеющим вид (2), приводит к системе уравнений для неизвестных u , D , E , P , ρ . Задавая значение массовой скорости среды за фронтом ударной волны, из этой системы уравнений можно определить значения всех искомых величин.

2. Результаты моделирования и сравнение с экспериментом

Во всех расчетах ударных адиабат и изоэнтроп разгрузки для сплошных и пористых образцов алюминия при всех значениях пористостей образцов были использованы одни и те же параметры уравнения состояния компонентов, которые указаны в таблице.

Параметры уравнений состояния воздуха и алюминия

Вещество	ρ_{i0} , kg/m ³	c_{i0} , km/s	n_i	c_{V0i} , kJ/(kg·K)	γ_{i0}
Воздух	1.3	0.343	2.20	0.718	0.16
Алюминий	$2.712 \cdot 10^3$	5.33	3.46	0.8975	1.65

На рис. 1 и 2 приведены расчетные ударные адиабаты алюминия в координатах массовая скорость за фронтом ударной волны — скорость фронта ударной волны и плотность — давление за фронтом ударной волны соответственно, данные, полученные на основании экспериментов [42–46], и результаты расчетов [7,10,11,13,47].

Хорошее качественное и количественное соответствие расчетных результатов и экспериментальных данных в широком диапазоне давлений показывает, что приведенная в настоящей работе математическая модель уравнения состояния очень хорошо описывает поведение алюминия в ударной волне.

На рис. 1 и 2 для сравнения показаны результаты расчетов по другим уравнениям состояния алюминия [7,10,13]. Также показаны зависимости [11,47] для ударной адиабаты сплошных образцов этого металла, полученные путем обобщения ударно-волновых данных (в том числе [42–46]) и результатов расчетов по квантово-статистическим моделям Томаса–Ферми с поправками [47] и Хартри–Фока–Слэйтера [11]. Видно, что все представленные подходы дают близкие результаты при давлениях не выше 1 ТПа и плотностях не выше 7 g/cm^3 , что можно считать верхней границей области применимости представленного в настоящей работе уравнения состояния алюминия.

При проведении ударно-волновых экспериментов наиболее точными и надежными являются измерения скорости ударной волны, которую наиболее легко измерить, и массовой скорости вещества за фронтом ударной волны. Остальные параметры ударной волны находятся подстановкой массовой скорости и скорости ударной волны в уравнения Гюгоню (8). Для более полного

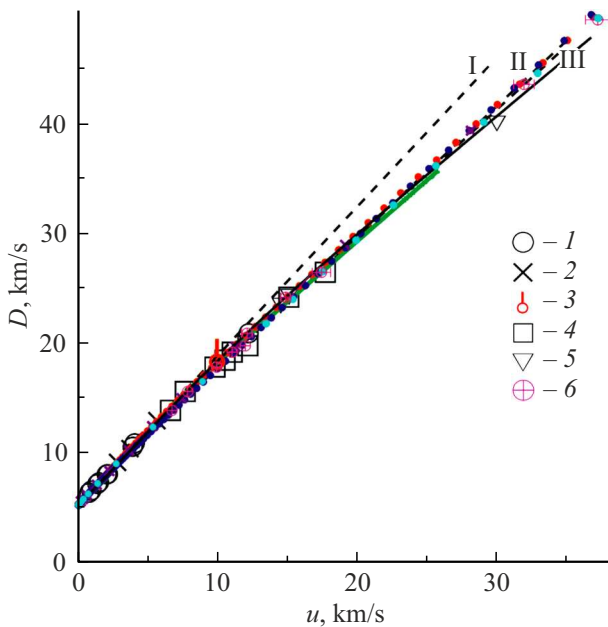


Рис. 1. Ударные адиабаты сплошных образцов алюминия в координатах u – D . Результаты расчетов: черная сплошная линия — представленное в настоящей работе уравнение состояния; красные точки — [13]; синие точки — [47]; голубые точки — [11]; фиолетовые крестики — [7]; зеленая сплошная линия — [10]. Экспериментальные данные: 1 — [42]; 2 — [43]; 3 — [44]; 4 — [45]; 5 — [46]; 6 — интерпретация [11]; штриховые линии I, II, III — ударные адиабаты, рассчитанные с использованием экспериментально установленных зависимостей (10), (11) и (12) соответственно.

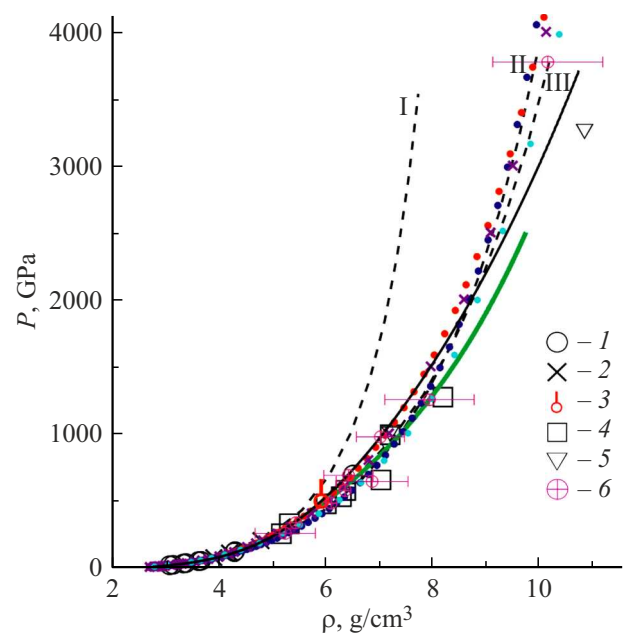


Рис. 2. Ударные адиабаты сплошных образцов алюминия в координатах ρ – P . Обозначения как на рис. 1.

представления проведено сравнение значений скорости звука, полученных с помощью данной модели, и приведенных в экспериментальных работах. Квадрат скорости звука $C_s^2 = (\partial P / \partial \rho)_S$ определяет изохропическую сжимаемость вещества и наклон касательной к адиабате Пуассона в точке (ρ, P) . Разгрузка начинается в точке (ρ_H, P_H) , лежащей на ударной адиабате Гюгоню, и изохропическая (адиабатическая) скорость звука характеризует скорость распространения по сжатому веществу волн разгрузки. Для данной модели уравнения состояния с коэффициентом Грюнайзена в форме (2) выражение, связывающее температуру и плотность на изохропе разгрузки, имеет вид

$$\frac{T}{T_H} = \exp \left(-\gamma_0 \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j!(2j+1)} \left[(\ln r)^{2j+1} + (\ln r_H)^{2j+1} \right] \right). \quad (9)$$

Индекс H относится к исходному состоянию, в котором энтропия $S = S_H$. С помощью соотношения (9) для связи температура — плотность на адиабате Пуассона получено выражение для квадрата скорости звука

$$C_s^2 = V_0 r^{-1} \left[n(P_X + A) + (\gamma + 1 - 2 \ln r) P_T \right] + \gamma c_{v0} T_0 (n - 1 + 2 \ln r).$$

Результаты сравнения расчетных и экспериментальных [48–50] скоростей звука в координатах массовая скорость — скорость звука на ударной адиабате, приведенные на рис. 3, также показывают хорошее совпадение.

Ударное сжатие образцов двумя последовательно идущими волнами дает информацию о термодинамических

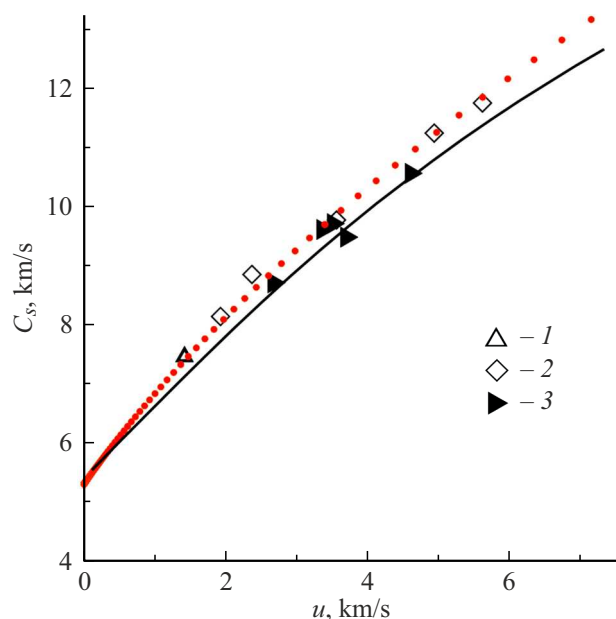


Рис. 3. Скорость звука на ударных адиабатах в сплошных образцах алюминия в координатах u – C_s . Результаты расчетов: сплошная линия — представленное в настоящей работе уравнение состояния; красные точки — [13]. Экспериментальные данные: 1 — [48]; 2 — [49]; 3 — [50].

свойствах вещества в интервале плотностей, превышающих плотность однократного ударно-волнового сжатия. Сравнение расчетных результатов и экспериментальных данных [51–53] на рис. 4 позволяет сделать вывод о возможности адекватного отображения по предлагаемой модели экспериментальных данных по сжатию образцов алюминия в двух ударных волнах.

На рис. 5 проведено сравнение расчетных кривых по предлагаемой модели уравнения состояния и результатов расчетов [7,43]. Следует отметить, что на ударной адиабате по результатам [7] на рис. 5 отчетливо видны изломы зависимости температуры от степени сжатия, которые связаны с плавлением алюминия при ударном нагружении при давлениях 113 и 178 ГПа. В предлагаемой модели уравнения состояния, как и в модели [43], этот эффект не учтен. При давлениях ниже 113 ГПа (т.е. при степенях сжатия ρ/ρ_{T0} от 1 примерно до 1.6) все представленные на рис. 5 результаты близки друг к другу.

Для того чтобы получить более полную информацию о термодинамических свойствах вещества при высоких давлениях и температурах, проводят экспериментальное изучение ударного сжатия одного и того же вещества при различных начальных плотностях. Ударное сжатие пористых тел проводят до больших давлений, чтобы можно было пренебречь эффектами, связанными с прочностью материала, и на участках адиабат, на которых происходит уплотнение вещества до нормальной плотности, давление считается равным нулю. При расчетах ударных адиабат при всех значениях пористости были

использованы одни и те же значения параметров уравнений состояния.

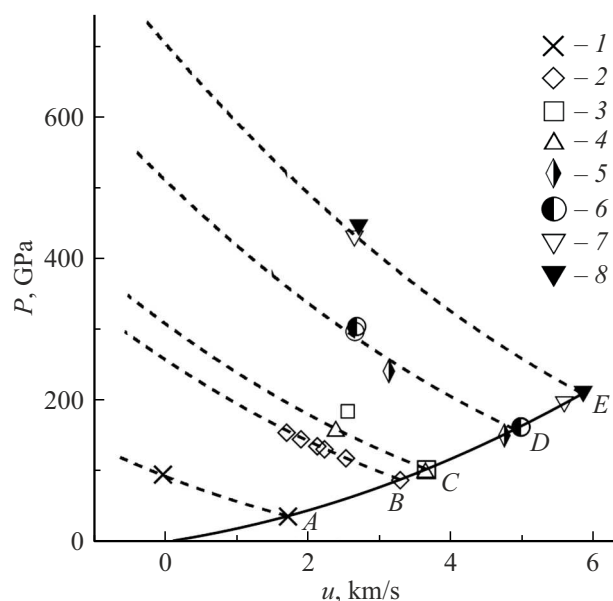


Рис. 4. Ударная адиабата (сплошная линия) и адиабаты повторного нагружения (штриховые линии) для исходно сплошных образцов алюминия в координатах u – P , рассчитанные по представленному в этой работе уравнению состояния, и соответствующие экспериментальные данные (1 — [51]; 2 — [52]; 3–8 — [53]). Буквами A, B, C, D, E отмечены начальные точки адиабат повторного ударного сжатия с координатами A (1.72, 36), B (3.29, 87.3), C (3.657, 102), D (4.978, 162), E (5.849, 208.8).

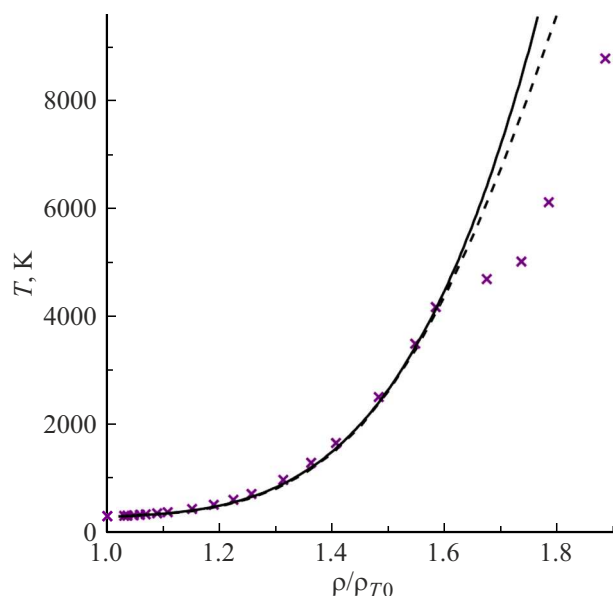


Рис. 5. Зависимости температуры от степени сжатия на ударной адиабате сплошных образцов алюминия по предлагаемому уравнению состояния (сплошная линия) и другим моделям (штриховая линия — [43]; фиолетовые крестики — [7]); $\rho_{T0} = 2.712 \text{ g/cm}^3$.

На рис. 6 и 7 приведены расчетные ударные адиабаты исходно пористых образцов алюминия в координатах массовая скорость за фронтом ударной волны — скорость фронта ударной волны и плотность — давление за фронтом ударной волны соответственно и данные,

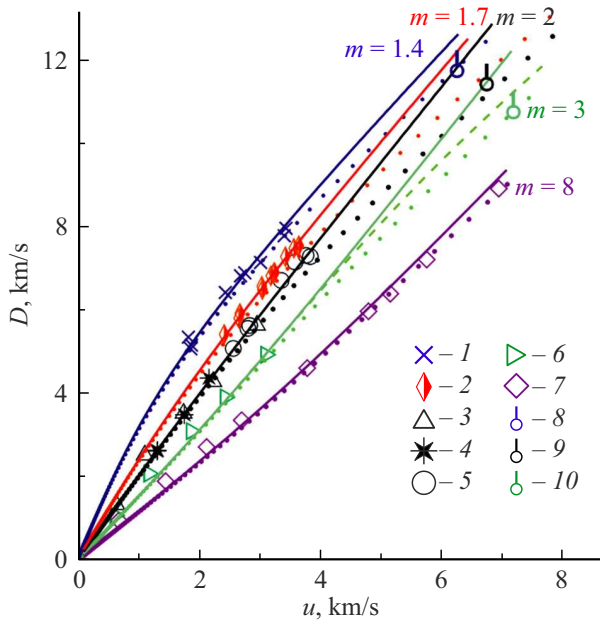


Рис. 6. Ударные адиабаты исходно пористых образцов алюминия в координатах u – D . Результаты расчетов: сплошные линии — представленное в настоящей работе уравнение состояния; точки — [13], штриховая линия — [10]. Экспериментальные данные: 1, 2 — [54]; 3 — [55] ($m = 2.009$); 4 — [56] ($m = 2.012$); 5 — [57] ($m = 2.009$); 6 — [58]; 7 — [56]; 8–10 — [44].

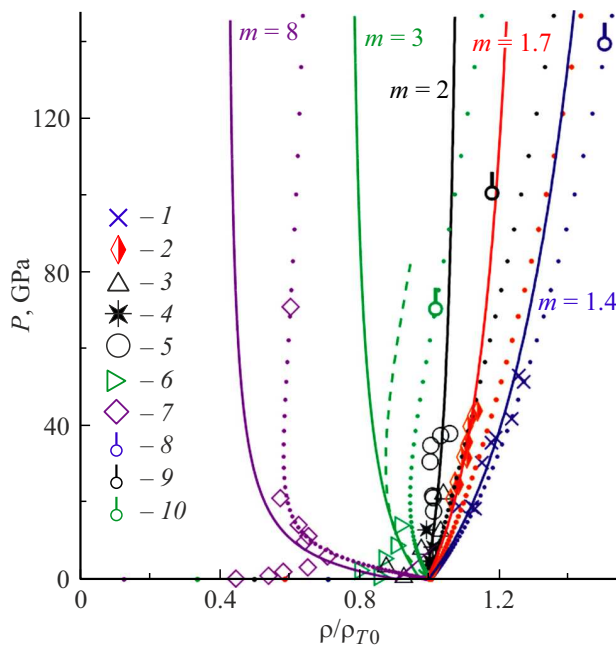


Рис. 7. Ударные адиабаты исходно пористых образцов алюминия в координатах ρ/ρ_{T0} – P . Обозначения как на рис. 6.

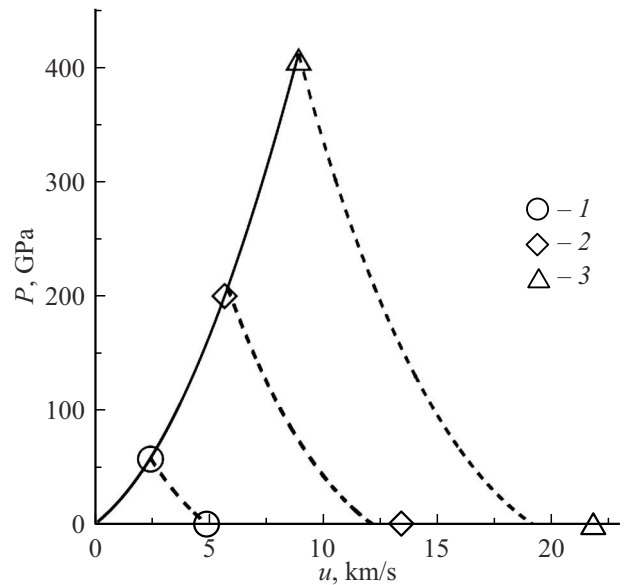


Рис. 8. Адиабата Гюгонио (сплошная линия) и адиабаты Пуассона (штриховые линии) исходно сплошных образцов алюминия в координатах u – P . Экспериментальные данные: 1 — [57]; 2 — [58]; 3 — [59].

полученные на основании экспериментов [44,54–56]. Также на рис. 6 и 7 для сравнения показаны результаты расчетов [10,13]. Хорошее качественное и количественное соответствие расчетных адиабат по предлагаемой модели, результатов [10,13] и экспериментальных данных [44,54–56] в широком диапазоне давлений и пористостей показывает, что приведенная в работе математическая модель уравнения состояния достаточно хорошо описывает поведение пористого материала в ударной волне. Отсюда нижнюю границу области применимости представленного в настоящей работе уравнения состояния алюминия по плотности можно указать по значению 1.4 g/cm^3 (при высоких давлениях).

Изоэнтропы разгрузки дают представление о том, как ведет себя среда в области пониженных плотностей при адиабатическом расширении. С целью проверки модели уравнения состояния проведены расчеты для случая изэнтропической разгрузки материала, подвергнутого ударно-волновому сжатию. Сравнение расчетных кривых и экспериментальных данных [57–59] по изэнтропическому расширению из состояния ударно-сжатых сплошных образцов алюминия приведено на рис. 8. Увеличение массовой скорости в волне разрежения на участке от некоторой точки на адиабате Гюгонио до точки, в которой давление равно нулю, определяется интегралом Римана вдоль изоэнтропы

$$u_r = \int_{v_H}^v \left[- \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_s \right]^{1/2} dv,$$

где v_H, v — соответственно удельные объемы на адиабате Гюгонио при давлении $P = P_H$ и на изоэнтропе

разгрузки при давлении $P = 0$. Скорость свободной поверхности описывается соотношением $u_{fs} = u_H + u_r$, u_H — массовая скорость за фронтом ударной волны. Хорошее совпадение результатов (за исключением двух точек [58,59] при плотностях меньше 2.4 g/cm^3 и давлениях ниже 1 GPa) подтверждает надежность описания поведения алюминия при ударном сжатии и последующей изоэнтропической разгрузке по предлагаемому уравнению состояния в области его применимости.

3. Область применимости модели

При описании термодинамических свойств металлов при высоких давлениях и температурах принято учитывать эффекты снижения изохорной теплоемкости ионной подсистемы с ростом температуры и увеличения изохорной теплоемкости электронной подсистемы (пропорционально температуре) [44]. Можно ожидать, что в некоторой области плотностей и температур эти эффекты компенсируют друг друга. Как показано в недавних работах [60,61], при температурах в несколько десятков тысяч кельвинов величину теплового давления (сумму вкладов ионной и электронной подсистем) можно считать пропорциональной температуре $P_T = g(V)T$, где g — некоторая функция объема. В таком случае форма теплового давления $P_T = \gamma \rho E_T$ (γ — коэффициент Грюнайзена, зависящий от объема; $E_T = c_{v0}T$), использованная в настоящей работе, не требует раздельного учета вкладов ионной и электронной подсистем (что, однако, сужает область применимости модели).

Значения γ_0 при нормальных условиях для алюминия, полученные разными методами в [21,62], находятся в диапазоне от 1.7 до 2.14. При вычислении этих величин использовались различные допущения и константы. В настоящей работе принято значение $\gamma_0 = 1.65$. За предельное значение коэффициента Грюнайзена — Γ_∞ — при температурах, стремящихся к бесконечности, принята величина, равная $2/3$ [6,13,14]. Для коэффициента Грюнайзена, заданного зависимостью (2), значения степени сжатия r , при которых выполняется неравенство $\gamma \geq 2/3$, лежат в промежутке $r \in (0.3856; 2.59)$. Значения $r = 2.59$ для сплошных образцов алюминия ($m = 1$) в проведенных расчетах массовая скорость, давление и температура за фронтом ударной волны принимает соответственно значения: $u = 14.57 \text{ km/s}$; $P = 940 \text{ GPa}$; $T = 78850 \text{ K}$. Сравнение опытных и расчетных данных для сплошных образцов алюминия показывает (рис. 1 и 2), что модель хорошо описывает поведение образцов как для степеней сжатия, лежащих в найденном промежутке, так и за его пределами. В [43] говорится, что ни одна из моделей для коэффициента Грюнайзена не дает преимуществ при описании экспериментальных данных в расчетах импульсного нагружения и изоэнтропической разгрузки материалов. В некоторых случаях для повышения точности расчетов используют $\Gamma_\infty \neq 2/3$, $C_{VP} \neq 3R$ (C_{VP} — теплоемкость решетки

при постоянном объеме, R — газовая постоянная). Рис. 1 демонстрирует качественное и количественное совпадение расчетных адиабат и опытных данных до значений массовой скорости $u \approx 15 \text{ km/s}$, а рис. 2 — до значений степени сжатия $r \approx 2.6$. К сожалению, автору не удалось провести сравнение для ударно-волнового нагружения высокопористых образцов алюминия при значениях $r < 0.5$ в связи с отсутствием экспериментальных данных.

Для ударной адиабаты сплошных образцов алюминия в [63] приведены соотношения:

$$D = 5.333 + 1.356u; \quad 0 \leq u \leq 6.1, \quad (10)$$

$$D = 5.9 + 1.19u; \quad 4.28 < u < 62.3, \quad (11)$$

$$D = 6.541 + 1.158u; \quad 6.1 \leq u \leq 22. \quad (12)$$

Использование линейной зависимости $D = a + bu$ позволяет давление на ударной адиабате, используя соотношения на разрыве (8), представить в виде

$$P = \frac{a^2 \rho_{00}(1 - \rho_{00}/\rho)}{1 + b \rho_{00}/\rho - d)^2}.$$

Ударные адиабаты, рассчитанные по этим формулам, приведены на рис. 1 и 2. В соотношениях (10)–(12) наклон ударной адиабаты задается значением коэффициента b , найденным по результатам анализа экспериментальных данных. Он не является фиксированным для каждого материала. Чтобы описать ударную адиабату с помощью соотношений типа $D = a + bu$ на большом интервале массовых скоростей, требуется задание нескольких таких соотношений с различными значениями a и b на подынтервалах. Предложенная в [4] зависимость для коэффициента Грюнайзена хорошо описывает изменение наклона адиабаты посредством применения переменного показателя ($-\ln r$), значения которого зависят от степени сжатия.

На рис. 9 и 10 проведено сравнение ударных адиабат для сплошных образцов алюминия, рассчитанных по предлагаемой модели, с данными, приведенными в [11], в координатах массовая скорость — волновая скорость и степень сжатия — давление соответственно. На рис. 9 и 10 показаны также результаты расчетов ударной адиабаты алюминия по уравнению состояния [13] и по квантово-статистическим моделям Томаса–Ферми с поправками [47] и Хартри–Фока–Слейтера [11].

Сравнение показывает, что ударные адиабаты в диапазоне давлений менее 1 TPa , рассчитанные по предлагаемой модели, хорошо согласуются как с результатами других моделей, так и с экспериментальными данными, приведенными в [11]. На рис. 9 показаны также зависимости скорости звука в ударно-сжатом веществе от массовой скорости за фронтом ударной волны по предлагаемой модели и уравнению состояния [13].

Применение логарифмической зависимости (2) позволило описать адиабаты нагружения и разгрузки с помощью двучленного уравнения состояния Ми–Грюнайзена

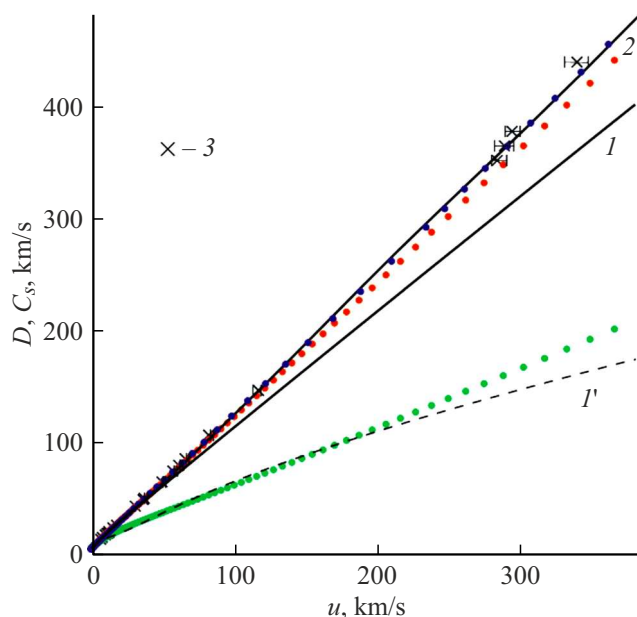


Рис. 9. Зависимости скорости ударной волны (сплошные линии, красные и синие точки) и скорости звука в ударно-сжатом веществе (штриховая линия и зеленые точки) от массовой скорости. Результаты расчетов: линии 1 и 1' — представленное в настоящей работе уравнение состояния; линия 2 — [11]; красные и зеленые точки — [13]; синие точки — [47]. Экспериментальные данные: 3 — интерпретация [11].

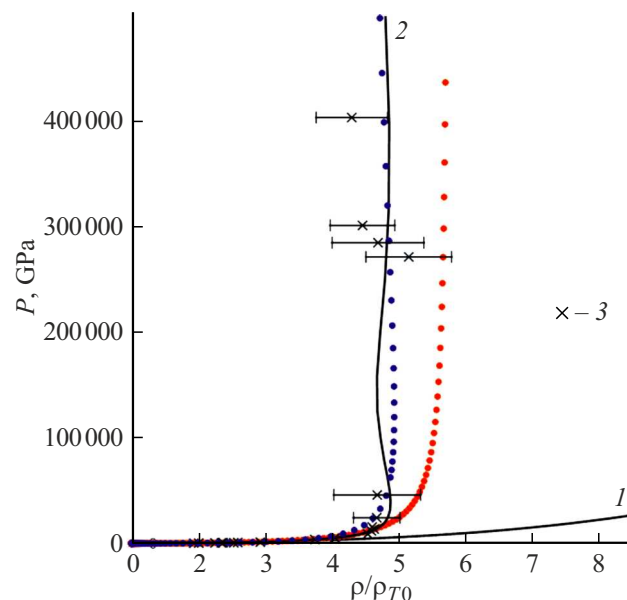


Рис. 10. Ударные адиабаты сплошных образцов алюминия в координатах $\rho/\rho_0 - P$. Обозначения как на рис. 9.

(без привлечения члена с квадратом температуры) для ударно-волновых данных в диапазоне давлений не выше 1 ТПа при плотностях от 1.4 до 7 г/см³. Следует отметить, что экспериментальные точки [56], показанные на рис. 7 при давлениях до 6 ГПа, относятся к области

влияния прочностных эффектов, препятствующих полному закрытию пор при ударном сжатии; для описания этих точек [56] требуется привлекать помимо уравнения состояния дополнительные модели (см., например, [64]).

Выводы

Показано, что простое уравнение состояния для алюминия в форме Ми–Грюнайзена с упругой составляющей для давления типа уравнения Тета с двумя подобранными параметрами n и γ_0 с хорошей достоверностью описывает поведение сплошных (в одной и двух ударных волнах) и пористых образцов алюминия при ударном сжатии и изоэнтропической разгрузке. Приведенная модель коэффициента Грюнайзена, заданная формулой (2), позволяет расширить диапазон применения уравнения состояния до больших значений пористости ($m \approx 8$). Детальное сравнение с ударно-волновыми данными подтверждает адекватность предлагаемой модели уравнения состояния для описания поведения алюминия в области ее применимости не выше 1 ТПа при плотностях от 1.4 до 7 г/см³ (за исключением области давлений ниже 1 ГПа при плотностях меньше 2.4 г/см³).

Благодарности

Автор выражает благодарность К.В. Хищенко и К.К. Маевскому за предоставленные данные проведенных ими расчетов.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] *Химическая энциклопедия* в 5 т. под ред. И.Л. Кнунянц (Советская энциклопедия, М., 1988), т. 1, с. 623.
- [2] А.А. Чарахчян, В.В. Милявский, К.В. Хищенко. ТВТ, **47** (2), 254 (2009). [A.A. Charakhch'yan, V.V. Milyavskii, K.V. Khishchenko. High Temp., **47** (2), 235 (2009). DOI: 0.1134/S0018151X0902014X]
- [3] В.В. Милявский, В.Е. Фортов, А.А. Фролова, К.В. Хищенко, А.А. Чарахчян, Л.В. Шуршалов. ЖВММФ, **46** (5), 913 (2006). [V.V. Milyavskii, V.E. Fortov, A.A. Frolova, K.V. Khishchenko, A.A. Charakhch'yan, L.V. Shurshalov. Comput. Math. Math. Phys., **46** (5), 873 (2006). DOI: 10.1134/S0965542506050113]
- [4] Р.К. Бельхеева. ТВТ, **59** (4), 514 (2021). [R.K. Belkheeva. High Temp., **60** (1), 26 (2022). DOI: 10.1134/S0018151X21040040]
- [5] В.М. Фомин, А.И. Гулидов, Г.А. Сапожников, И.И. Шабалин, В.А. Бабаков, В.Ф. Куропатенко, А.Б. Киселев, Ю.А. Тришин, А.И. Садырин, С.П. Киселев, И.Ф. Головнев. *Высокоскоростное взаимодействие тел* (Изд-во СО РАН, Новосибирск, 1999)
- [6] И.В. Ломоносов, С.В. Фортова. ТВТ, **55** (4), 596 (2017). [I.V. Lomonosov, S.V. Fortova. High Temp., **55** (4), 585 (2017). DOI: 10.1134/S0018151X17040113]

- [7] I.V. Lomonosov. *Laser Part. Beams*, **25** (4), 567 (2007). DOI: 10.7868/S0040364417040111
- [8] Д.Г. Гордеев, Л.Ф. Гударенко, М.В. Жерноклетов, В.Г. Куделькин, М.А. Мочалов. *ФГВ*, **44** (2), 61 (2008).
- [9] Д.Г. Гордеев, Л.Ф. Гударенко, А.А. Каякин, В.Г. Куделькин. *ФГВ*, **49** (1), 106 (2013).
- [10] С.А. Кинеловский, К.К. Маевский. *ТВТ*, **52** (6), 843 (2014). DOI: 10.7868/S0040364414050081 [S.A. Kinelovskii, K.K. Maevskii. *High Temp.*, **52** (36), 821 (2014). DOI: 10.1134/S0018151X14050083]
- [11] N.Yu. Orlov, M.A. Kadatskiy, O.B. Denisov, K.V. Khishchenko. *Matter Radiat. Extremes*, **4** (5), 054403 (2019). DOI: 10.1063/1.5096439
- [12] С.Д. Гилёв. *ТВТ*, **58** (2), 179 (2020). DOI: 10.31857/S0040364420020076 [S.D. Gilev. *High Temp.*, **58** (2), 166 (2020). DOI: 10.1134/S0018151X20020078]
- [13] К.В. Хищенко. *ТВТ*, **61** (3), 433 (2023). DOI: 10.31857/S0040364423030134. [K.V. Khishchenko. *High Temp.*, **61** (3), 440 (2023). DOI: 10.1134/S0018151X23030227]
- [14] А.В. Бушман, В.Е. Фортов. *УФН*, **140** (2), 177 (1983). [A.V. Bushman, V.E. Fortov. *Phys. Usp.*, **26** (6), 465 (1983). DOI: 10.1070/PU1983v026n06ABEN004419]
- [15] В.К. Копышев, А.Б. Медведев. В сб.: *Высокие плотности энергии* (РФЯЦ–ВНИИЭФ, Саров, 1997)
- [16] Л.П. Орленко. *Физика взрыва и удара* (Физматлит, М., 2008)
- [17] Р.Ф. Трунин. *Исследования экстремальных состояний конденсированных веществ методом ударных волн. Уравнения Гюгоиню* (РФЯЦ–ВНИИЭФ, Саров, 2006)
- [18] Д.Н. Николаев, А.А. Пяллинг, К.В. Хищенко, В.Я. Терновой, В.Е. Фортов. *Хим. физика*, **19** (10), 98 (2000).
- [19] Р.К. Бельхеева. *ТВТ*, **53** (3), 363 (2015). DOI: 10.7868/S0040364415020052 [R.K. Belkheeva. *High Temp.*, **53** (3), 348 (2015). DOI: 10.1134/S0018151X15020054]
- [20] К.В. Khishchenko. *Energies*, **15** (19), 7067 (2022).
- [21] С.Д. Гилёв. *ФГВ*, **58** (2), 109 (2022).
- [22] К.В. Khishchenko. *Phys. Wave Phenom.*, **31** (2), 123 (2023).
- [23] К.В. Khishchenko. *Phys. Wave Phenom.*, **31** (4), 273 (2023).
- [24] И.В. Ломоносов. *ТВТ*, **61** (3), 473 (2023). [I.V. Lomonosov. *High Temp.*, **61** (3), 436 (2023).]
- [25] А.Ю. Семенов, С.А. Абросимов, И.А. Стучебрюхов, К.В. Хищенко. *ТВТ*, **61** (4), 542 (2023). DOI: 10.31857/S0040364423040130 [A.Yu. Semenov, S.A. Abrosimov, I.A. Stuchebryukhov, K.V. Khishchenko. *High Temp.*, **61** (4), 502 (2023).]
- [26] Р.К. Бельхеева. *ТВТ*, **61** (5), 693 (2023).
- [27] К.В. Хищенко. *ТВТ*, **61** (5), 783 (2023). [K.V. Khishchenko. *High Temp.*, **61** (5), 720 (2023).]
- [28] К.В. Хищенко. *ТВТ*, **62** (2), 177 (2024).
- [29] Р.К. Бельхеева. *ПМТФ*, **53** (4), 3 (2012).
- [30] Р.К. Бельхеева. *ПМТФ*, **48** (5), 53 (2007).
- [31] В.Д. Урлин. *ЖЭТФ*, **49** (2), 485 (1965).
- [32] А.В. Bushman, V.E. Fortov, G.I. Kanel, A.L. Ni. *Intense Dynamic Loading of Condensed Matter* (Taylor & Francis, Washington, 1993)
- [33] P.R. Levashov, V.E. Fortov, K.V. Khishchenko, I.V. Lomonosov. *AIP Conf. Proc.*, **505**, 89 (2000).
- [34] M.E. Povarnitsyn, K.V. Khishchenko, P.R. Levashov. *Int. J. Impact Eng.*, **35**, 1723 (2008).
- [35] V.I. Oreshkin, R.B. Baksht, N.A. Ratakhin, A.V. Shishlov, K.V. Khishchenko, P.R. Levashov, I.I. Beilis. *Phys. Plasmas*, **11** (10), 4771 (2004).
- [36] M.E. Povarnitsyn, K.V. Khishchenko, P.R. Levashov. *Int. J. Impact Eng.*, **33**, 625 (2006).
- [37] Р.И. Нигматулин. *Основы механики гетерогенных сред* (Наука, М., 1978)
- [38] Г.М. Ляхов. *Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах* (Недра, М., 1974)
- [39] С.З. Дунин, В.В. Сурков. *ПМТФ*, **5**, 106 (1979).
- [40] А.А. Чарахчян, И.В. Ломоносов, В.В. Миляевский, В.Е. Фортов, А.А. Фролова, К.В. Хищенко, Л.В. Шуршалов. *Письма в ЖТФ*, **30** (1), 72 (2004).
- [41] Р.Ф. Трунин, Н.В. Панов, А.Б. Медведев. *Хим. физика*, **14** (2–3), 97 (1995).
- [42] Л.В. Альтшулер, С.Б. Кормер, А.А. Баканова, Р.Ф. Трунин. *ЖЭТФ*, **38** (3), 790 (1960).
- [43] С.Б. Кормер, А.И. Фунтиков, В.Д. Урлин, А.Н. Колесникова. *ЖЭТФ*, **42** (3), 686 (1962).
- [44] Р.Ф. Трунин, М.А. Подурец, Г.В. Симаков, Л.В. Попов, А.Г. Севастьянов. *ЖЭТФ*, **108** (3), 851 (1995).
- [45] В.А. Симоненко, Н.В. Волошин, А.С. Владимиров, А.П. Нагибин, В.Н. Ногин, В.А. Попов, В.А. Сальников, Ю.А. Шойдин. *ЖЭТФ*, **88** (4), 1452 (1985).
- [46] Н.Н. Калиткин, Л.В. Кузьмина, А.И. Фунтиков. *Математическое моделирование*, **14** (10), 27 (2002).
- [47] T. Neal. *J. Appl. Phys.*, **46**, 2521 (1975).
- [48] Л.В. Альтшулер, С.Б. Кормер, М.И. Бражник, Л.А. Владимиров, М.П. Сперанская, А.И. Фунтиков. *ЖЭТФ*, **38** (4), 1061 (1960).
- [49] R.G. McQueen, J.N. Fritz, C.E. Morris. *The velocity of sound behind strong shock waves* in 2024 Al. In: *Shock Waves in Condensed Matter* — 83. Eds. J.R. Asay, R.A. Graham, G.K. Straub (North Holland, Amsterdam, 1984), p. 95–98.
- [50] Л.В. Альтшулер, А.П. Петрунин. *ЖЭТФ*, **31** (6), 717 (1961).
- [51] М.А. Подурец, Г.В. Симаков, Р.Ф. Трунин. *Изв. АН СССР. Физика Земли*, **4**, 30 (1990).
- [52] W.J. Nellis, A.C. Mitchell, D.A. Young. *J. Appl. Phys.*, **93** (1), 304 (2003).
- [53] van Thiel M. (ed.). *Compendium of Shock Wave Data. Lawrence Livermore Laboratory Report UCRL-50108* (Livermore, 1977), p. 87.
- [54] А.А. Баканова, И.П. Дудолодов, Ю.Н. Сутулов. *ПМТФ*, **2**, 117 (1974).
- [55] Р.Ф. Трунин, Г.В. Симаков, Н.В. Панов. *ТВТ*, **39** (3), 430 (2001).
- [56] М.В. Жерноклетов, Г.В. Симаков, Ю.Н. Сутулов, Р.Ф. Трунин. *ТВТ*, **33** (1), 40 (1995). [*High Temp.*, **33** (1), 36 (1995).]
- [57] А.А. Баканова, И.П. Дудолодов, М.В. Жерноклетов, В.Н. Зубарев, Г.В. Симаков. *ПМТФ*, **2**, 76 (1983).
- [58] Б.Л. Глушак, А.П. Жарков, М.В. Жерноклетов, В.Я. Терновой, А.С. Филимонов, В.Е. Фортов. *ЖЭТФ*, **96** (4), 1301 (1989).
- [59] К.А. Боярских, К.В. Хищенко. *ТВТ*, **63**, 1 (2025).
- [60] К.А. Boyarskikh, K.V. Khishchenko. *Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys.*, **88** (9), 1446 (2024).
- [61] В.В. Поляков, Е.А. Щеглов. *ПМТФ*, **5**, 122 (1979).
- [62] Р.Ф. Трунин. В сб. *Физика и техника высоких плотностей энергии*, под ред. Р.И. Ильяева и др. (РФЯЦ–ВНИИЭФ, Саров, 2011)
- [63] B. Jodar, G. Seisson, D. Hebert, I. Bertron, M. Boustie, L. Berthe. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **49** (32), 325301 (2016). DOI: 10.1088/0022-3727/49/32/325301