

01

## Джоулевы потери в металлопленочных электродах с неоднородным распределением поверхностного сопротивления

© О.А. Емельянов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: oaemel2@gmail.com

Поступило в Редакцию 19 марта 2025 г.

В окончательной редакции 29 апреля 2025 г.

Принято к публикации 12 мая 2025 г.

Рассмотрены точные решения для ряда пространственно-неоднородных профилей распределения поверхностного сопротивления, тока и плотности теплового потока джоулевых потерь в металлопленочных конденсаторных структурах. Соотношение полной мощности потерь для разных профилей свидетельствует о существенном (в 2–3 раза) снижении суммарной мощности тепловыделения в случае использования резко спадающих распределений. Полученный эффект весьма полезен при создании современных металлопленочных конденсаторов для эффективных емкостных накопителей энергии.

**Ключевые слова:** металлопленочный конденсатор, нанометровые электроды, поверхностное сопротивление, джоулевы потери.

DOI: 10.61011/PJTF.2025.15.60806.20319

Современная конструкция металлопленочных конденсаторов (МПК) обеспечивает свою работоспособность за счет известного эффекта самовосстановления (СВ). При локальном пробое диэлектрика возникает значительная плотность тока и запасенная энергия рассеивается в зоне пробоя. Это приводит к частичному разрушению определенной круговой области тонкого металлизированного электрода (обычно толщиной 10–20 nm) вблизи канала пробоя за счет электрического взрыва электрода и последующего микродугового разряда. В диапазоне единиц микросекунд развивается локальная зона деметаллизации площадью в несколько квадратных миллиметров, которая изолирует место пробоя от остальной части электрода, и конденсатор восстанавливает свою работоспособность. Таким образом, МПК могут успешно работать даже на пределе электрической прочности полимерного диэлектрика [1]. Последние тенденции разработок конденсаторной техники развиваются в нескольких направлениях. Одно из них связано с созданием новых типов электродных систем высоковольтных пленочных полимерных конденсаторов. Помимо традиционных электродов с равномерной толщиной Al- или Zn-металлизации рассматриваются сегментированные [2] или переменные по толщине структуры (профильная металлизация) [3]. Промышленное напыление неоднородных пленок недавно освоено пилотно на ряде предприятий за рубежом (Германия, Китай, Бельгия). Профили металлизации в них близки к спадающим зависимостям, рассматриваемым в настоящей работе. С точки зрения макроскопических эффектов джоулевых потерь скорее важна тенденция спада профиля и проведение соответствующих сравнительных расчетов. Применение профильной металлизации со спадающим характером сопротивления квадрата поверхности  $R_{s,q}(x)$

вдоль электрода позволяет снизить суммарный уровень джоулевых потерь в электродах МПК. Качественно это обстоятельство поясняется на рис. 1, где ток верхнего электрода по мере протекания ответвляется за счет тока смещения  $I_D$  через диэлектрик, продолжает протекать по нижнему электроду и далее возвращается в источник питания.

Таким образом, распределение тока  $I_1$  (или его плотности  $j$ ) является неоднородным и изменяется от исходного значения  $I_0$  до нуля. Для снижения объемного тепловыделения вследствие джоулевых потерь  $q_V(x) = j^2\rho(x)$  в области втекания тока нанометрового электрода толщиной  $d_M$  логично использовать низкие граничные значения поверхностного сопротивления  $R_{s,q}(L) = r_L$ , а на противоположном конце — высокие  $R_{s,q}(0) = r_0$  (удельное сопротивление  $\rho = R_{s,q}d_M$ ). При этом следует учитывать, что выбор указанных граничных значений обусловлен рядом обстоятельств.

В настоящее время в МПК используются типовые пленки полимерного диэлектрика (полипропилен, полиэтилентерефталат) толщиной 3–10  $\mu\text{m}$ , на которые традиционным промышленным методом вакуумной металлизации напылены металлические электроды (Al или Zn). Однородная металлизация имеет, как правило, толщины 5–40 nm (в зависимости от эксплуатационных требований к МПК), типовое поверхностное сопротивление лежит в пределах 5–20  $\Omega$ . Морфология таких пленок имеет поликристаллическую структуру с характерным размером зерна порядка толщины самой пленки. Более тонкие пленки обладают хорошей способностью к эффекту самовосстановления, поскольку энергия для испарения локального участка в зоне пробоя существенно ниже таковой для относительно толстых слоев металлизации. Вместе с тем джоулевы потери в тонких пленках

выше. Увеличение толщины таких электродов свыше 40–50 nm (сопротивление порядка 0,2–0,5  $\Omega$ ) приводит к значительным уровням выделившейся энергии СВ, способной разрушить близлежащие слои полимерного диэлектрика, что может привести к катастрофическому отказу. Получение надежных проводящих пленок на шероховатой поверхности полимера, обладающих поверхностным сопротивлением более 50–60  $\Omega$ , соответствует толщинам не менее 2–3 nm. Пленки с низким значением сопротивления порядка единиц  $\Omega$ , соответствующие толщинам более 40–50 nm, целесообразно использовать в зоне низкоомного контакта с внешними электродами (heavy edge). Однако дальнейшее увеличение толщины нецелесообразно, так как более толстые пленки не позволяют эффективно развиваться процессу самовосстановления [4]. Более детальные оценки связи толщины и удельного сопротивления металлических пленок можно найти в [5,6] и недавно вышедшей работе [7]. Вместе с тем оценки джоулевых потерь в профильной металлизации обычно выполняются в приближении линейного распределения тока вдоль электрода [8–10], что может вносить существенную погрешность в результаты расчетов.

В области достаточно высоких частот (сотни килогерц–мегагерцы) учет магнитного поля показывает неоднородность распределения тока по объему конденсатора, где наблюдаются явления сродни развитию скин-слоя в проводниках [11]. Кроме того, возникает дополнительная частотная дисперсия емкости конденсатора, связанная с конечными параметрами распространения электромагнитного поля вдоль конденсаторного электрода. В области высоких частот отличие пространственного распределения тока от линейного существует даже для однородной по толщине металлизации [12]. Таким образом, систему электроды–диэлектрик необходимо рассматривать с учетом пространственного распределения тока и напряжения, что приобретает весьма важное значение для расчета конструктивных параметров конденсаторов. Для реальных случаев задача сводится к расчету длинной линии с погонными RC-элементами, где активное сопротивление зависит от пространственной координаты  $x$ , при этом обычно погонной индуктивностью и проводимостью можно пренебречь в силу их весьма малых значений. Общий подход к решению рассматриваемой задачи для однородной металлизации был нами предложен в [12], однако в данном случае мы имеем дело с неоднородной линией. При произвольном типе неоднородностей общее решение рассматриваемой задачи неизвестно. Между тем точные решения задачи можно получить, рассматривая конкретные пространственные зависимости  $R(x)$ . Целью работы являлось получение точных решений пространственного распределения тока для ряда модельных зависимостей  $R(x)$ . На основе полученных решений проведен расчет полной мощности джоулевых потерь для разных профилей и сделаны выводы о возможном снижении суммарной мощности тепловыделения для рассматриваемых случа-

ев. Для этого в соответствии с рис. 1 рассмотрим схему замещения конденсаторной структуры длинной линией с погонными параметрами емкости и сопротивления электродов  $R(x)$  и  $C$ , а  $E(t)$  — источник напряжения для линии длиной  $L$ . Расчетная модель структуры имеет три области: полимерную пленку толщиной  $d$  с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  и два электрода с сопротивлением неоднородной металлизации  $R_{sq}(x)$ . Для конденсатора с емкостью  $C_0$  погонные параметры можно определить как  $R(x) = R_{sq}(x)/h$ ,  $C = C_0/L$ , где ширина электрода  $L$ , длина  $h = C_0 d / 2\varepsilon\varepsilon_0 L$ ,  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума. Тогда баланс токов и напряжений в произвольной точке координаты  $x$  нашей структуры сводится к следующей системе телеграфных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = 2R(x)i(x, t), \\ \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = C \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}, \\ E(t) = u(x, t) + \int_L^x 2R(x)i(x, t)dx, \end{cases} \quad (1)$$

где  $u(x, t)$  — напряжение между электродами,  $i$  — соответственно ток электродов. Здесь рассматривается одностороннее подключение и выбран симметричный случай  $R1(x) = R2(x) = R(x)$ . Поскольку полное сопротивление есть сумма  $R1(x) + R2(x) = R(x)$ , в первом уравнении системы (1) появляется множитель 2. В силу симметричности системы токи верхнего и нижнего электродов разнонаправлены, но равны по модулю. Поэтому джоулевы потери в электродах будут одинаковы.

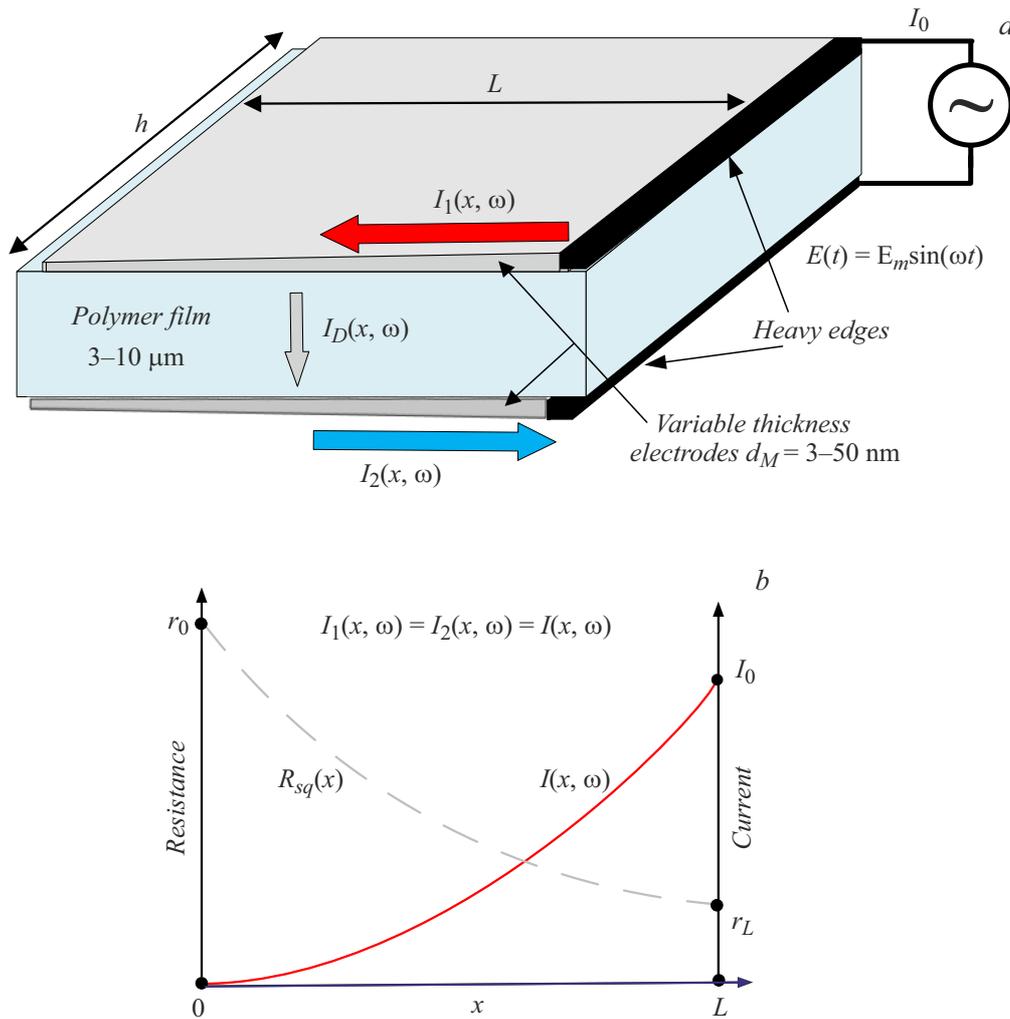
Рассмотрим установившийся режим в условиях воздействия гармонического источника напряжения  $E(t) = E_m \exp(j\omega t)$ , где  $E_m$  и  $\omega$  — амплитуда и частота приложенного напряжения. Тогда для соответствующих комплексных значений напряжения и тока имеем

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{I}(x, \omega)}{dx^2} = 2j\omega CR(x)\dot{I}(x, \omega), \\ \frac{d^2 \dot{U}(x, \omega)}{dx^2} = 2j\omega CR(x)\dot{U}(x, \omega) + \frac{1}{R(x)} \frac{dR(x)}{dx} \dot{U}(x, \omega), \\ \frac{d\dot{I}(x, \omega)}{dx} = 2j\omega C \dot{U}(x, \omega), \\ E_m = 2R \int_L^0 \dot{I}(x, \omega)dx + \dot{U}(0, \omega). \end{cases} \quad (2)$$

Граничные условия соответственно для токов и напряжений в начале и конце линии определяются как

$$\begin{aligned} \dot{I}_1(L, \omega) &= -\dot{I}_2(L, \omega) = \dot{I}_0, \\ \dot{I}_1(0, \omega) &= -\dot{I}_2(0, \omega) = 0, \\ \dot{U}(0, \omega) &= \dot{U}_0, \\ \dot{U}(L, \omega) &= \dot{E}(t). \end{aligned}$$

Решение системы (2) удобно проводить сначала для первого уравнения при заданной величине тока  $I_0$ , а напряжение уже найти, используя третье соотношение.



**Рис. 1.** Качественный вид металлопленочной конденсаторной структуры (а) и распределение тока и сопротивления поверхности электродов (b).

При этом структура уравнения для тока четко показывает, что линейное пространственное распределение тока возможно, только если вторая производная равна нулю, т.е. правая часть должна обращаться в нуль. Но тогда теряется весь смысл системы (2). Для корректных оценок распределения тока и напряжения необходимо проанализировать решения для конкретных зависимостей пространственного распределения сопротивления металлизации  $R_{sq}(x)$  (или ее толщины  $d_M$ ). Поскольку типовые значения  $R_{sq}$  для однородной металлизации составляют порядка 5–20 Ω [4,6], для получения количественного сравнения можно взять среднее значение порядка 10 Ω, а для различных профилей металлизации, варьируя параметры  $r_0$  и  $r_L$ , добиться среднего значения для всех профилей на уровне вышеуказанного значения  $r_{mid} = 10 \Omega$ :

$$r_{mid} = \frac{1}{L} \int_0^L R_{sq}(x) dx. \quad (3)$$

Перейдем к результатам точных решений для токов, где для всех случаев используется параметр  $k(\omega) = 2\epsilon\epsilon_0\omega/d$ .

1. Однородное распределение сопротивления металлизации  $R_{sq}(x) = r_{mid} = r_0 = r_L = 10 \Omega$ :

$$i_{mid}(x, \omega) = A \sinh(\alpha(\omega)x), \quad \alpha(\omega) = \sqrt{ik(\omega)r_{mid}},$$

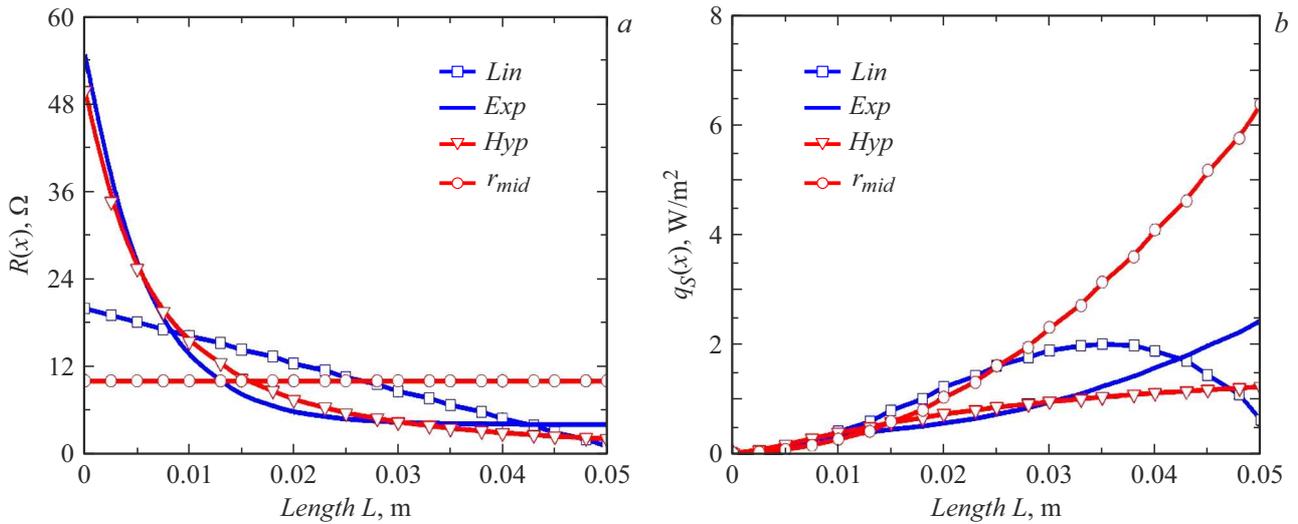
$$A = \frac{I_0}{\sinh(\alpha(\omega)L)}.$$

2. Линейное распределение сопротивления металлизации ( $r_0 = 19 \Omega, r_L = 1 \Omega$ ):

$$R_{lin}(x) = ax + b, \quad \xi(x, \omega) = \frac{k(\omega)(ax + b)}{\sqrt[3]{k(\omega)^2 a^2}},$$

$$i_{lin}(x, \omega) = A \left( \text{Bi}(\xi(x, \omega)) - \text{Ai}(\xi(x, \omega)) \frac{\text{Bi}(\xi(0, \omega))}{\text{Ai}(\xi(0, \omega))} \right),$$

$$A = \frac{I_0}{\text{Bi}(\xi(L, \omega)) - \text{Ai}(\xi(L, \omega)) \frac{\text{Bi}(\xi(0, \omega))}{\text{Ai}(\xi(0, \omega))}}.$$



**Рис. 2.** Пространственное распределение профилей сопротивления металлизации  $R(x)$  (a) и плотности теплового потока  $q_S(x)$  (b) в электродах конденсаторной структуры.

3. Гиперболическое распределение сопротивления металлизации ( $r_0 = 50 \Omega$ ,  $r_L = 2 \Omega$ ):

$$R_{hyp}(x) = (ax + b)^n, \quad n = -2,$$

$$\alpha(\omega) = \sqrt{1 + 4 \frac{k(\omega)}{b^2}}, \quad g(x) = \sqrt{ax + b},$$

$$b = r_0^{1/n}, \quad a = \frac{1}{L} (r_L^{1/n} - r_0^{1/n}),$$

$$I_{hyp}(x, \omega) = A(g(x)^\alpha - a^\alpha g(x)^{-\alpha})g(x),$$

$$A = \frac{I_0}{(g(L)^\alpha - a^\alpha g(L)^{-\alpha})g(L)}.$$

4. Экспоненциальное распределение сопротивления металлизации ( $r_0 = 55 \Omega$ ,  $r_L = 4 \Omega$ ):

$$R_{exp}(x) = c + b \exp(-\beta x), \quad \nu(\omega) = \sqrt{\frac{4ck(\omega)}{\beta^2}}, \quad b_m = \frac{b}{\beta^2},$$

$$b = \frac{r_0 - r_L}{1 - \exp(-\beta L)}, \quad c = r_0 - b,$$

$$I_{exp}(x, \omega) = A1 J_\nu(\nu, 2\sqrt{-k(\omega)b_m} \exp\left(\frac{-\beta x}{2}\right) - A2 Y_\nu\left(\nu, 2\sqrt{-k(\omega)b_m} \exp\left(\frac{-\beta x}{2}\right)\right),$$

$$A1 = -A2 \frac{Y_\nu(\nu, 2\sqrt{-k(\omega)b_m})}{J_\nu(\nu, 2\sqrt{-k(\omega)b_m})},$$

$$A2 = I_0 \left[ Y_\nu\left(\nu, 2\sqrt{-k(\omega)b_m} \exp\left(\frac{-\beta L}{2}\right) - J_\nu\left(\nu, 2\sqrt{-k(\omega)b_m} \exp\left(\frac{-\beta L}{2}\right)\right) \frac{Y_\nu(\nu, 2\sqrt{-k(\omega)b_m})}{J_\nu(\nu, 2\sqrt{-k(\omega)b_m})} \right]^{-1}.$$

В полученных результатах  $Ai(x)$  и  $Bi(x)$  — функции Эйри первого и второго рода, а  $J_\nu(x)$  и  $Y_\nu(x)$  — функции Бесселя первого и второго рода  $\nu$ -го порядка соответственно [13].

Для сравнительной оценки распределения джоулевы тепловыделения вдоль электрода удобно воспользоваться значением плотности локального теплового потока  $q_S(x)$ , который равен произведению объемного тепловыделения  $q_V(x) = j^2 \rho(x)$  на толщину слоя металлизации  $d_M(x)$  (здесь под  $j$  и  $\rho(x)$  подразумевается плотность тока и значение удельного объемного сопротивления, при этом  $\rho(x) = R(x)d_M(x)$ ). Само значение потока и полная мощность джоулевых потерь  $P$  в обоих электродах имеет вид

$$q_S(x) = q_V(x)d_M(x) = j^2(x)\rho(x)d_M(x)$$

$$= \left(\frac{I(x)}{hd_M}\right)^2 R(x)d_M^2 = \left(\frac{I(x)}{h}\right)^2 R(x),$$

$$P = 2 \int_0^L q_S(x)h dx. \quad (4)$$

Дальнейшие примеры расчетов выполнены по соотношениям (4) для конкретных значений емкости конденсатора  $C_0 = 1 \mu\text{F}$ ,  $L = 5 \text{ cm}$  при  $E_m = 320 \text{ V}$ ,  $I_0 = 2 \text{ A}$ , частоте  $f = 1 \text{ kHz}$  с параметрами полипропиленового диэлектрика  $d = 5 \mu\text{m}$ ,  $\varepsilon = 2.2$ .

На рис. 2 с целью сравнения показаны графики распределения разных профилей сопротивления металлизации (a) и тепловых потоков  $q_S(x)$  (b), где отчетливо заметен неравномерный характер зависимостей. Величина полной мощности потерь для гиперболического профиля составляет  $0.19 \text{ W}$ , для экспоненциального —  $0.23 \text{ W}$ , для линейного —  $0.3 \text{ W}$  (по сравнению с  $0.54 \text{ W}$

для постоянного значения  $r_{mid} = 10 \Omega$ ). Таким образом, соотношение полной мощности джоулевых потерь для разных профилей свидетельствует о существенном (в 2–3 раза) снижении суммарной мощности тепловыделения в случае использования резко спадающих зависимостей  $R(x)$ , таких как экспоненциальная или гиперболическая, в сравнении с однородным или линейно спадающим профилями. Существенное снижение суммарной мощности тепловыделения в МПК может значительно расширить область их эксплуатации в условиях больших электротепловых нагрузок. Интересно отметить, что в рассматриваемом случае оценка мощности диэлектрических потерь для полипропиленового конденсатора дает  $\omega C_0 E^2 \operatorname{tg} \delta \approx 0.51 \text{ W}$ , что близко к полной мощности джоулевых потерь в электродах для постоянного значения  $r_{mid} = 10 \Omega$ . Детальное исследование диэлектрических потерь в рассматриваемых случаях, а также явления дисперсии эффективной емкости конденсатора представляют предмет дальнейших исследований.

### Финансирование работы

Работа поддержана ГК „Росатом“ и Минобрнауки России в рамках Федерального проекта 3 (ФПЗ), проект № FSEG-2025-0005.

### Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] J. Kammermaier, G. Rittmayer, S. Birkle, J. Appl. Phys., **66** (4), 1594 (1989). DOI: 10.1063/1.344373
- [2] V.O. Belko, O.A. Emelyanov, J. Appl. Phys., **119**, 024509 (2016). DOI: 10.1063/1.4939954
- [3] C. Yi, B. Zhang, C. Li, Q. Li, J. Hu, J. He, IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., **32** (1), 127 (2025). DOI: 10.1109/TDEI.2024.3403539
- [4] V.O. Belko, O.A. Emelyanov, I.O. Ivanov, A.P. Plotnikov, E.G. Feklistov, IEEE Access, **9**, 80945 (2021). DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3085695
- [5] A.F. Mayadas, M. Shatzkes, Phys. Rev. B, **1** (4), 1382 (1970). DOI: 10.1103/PhysRevB.1.1382
- [6] H. Li, Z. Li, F. Lin, H. Jiang, T. Fang, Q. Zhang, IEEE Trans. Plasma Sci., **48** (7), 2523 (2020). DOI: 10.1109/TPS.2020.2998143
- [7] М.А. Тарасов, А.А. Ломов, А.М. Чекушкин, А.А. Татаринцев, Б.М. Середин, М.А. Маркина, Е.Ф. Позднякова, А.Д. Голованова, М.В. Стрелков, Д.С. Жогов, Р.К. Козулин, К.Ю. Арутюнов, Письма в ЖТФ, **51** (4), 42 (2025). DOI: 10.61011/PJTF.2025.04.59843.20149 [М.А. Tarasov, A.A. Lomov, A.M. Chekushkin, A.A. Tatarintsev, B.M. Seredin, M.A. Markina, E.F. Pozdnyakova, A.D. Golovanova, M.V. Strelkov, D.S. Zhogov, R.K. Kozulin, K.Yu. Arutyunov, Tech. Phys. Lett., **51** (2), 97 (2025).]
- [8] T. Guan, F. Zhao, T. Fan, X. Wen, IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng., **366**, 012031 (2018). DOI: 10.1088/1757-899X/366/1/012031
- [9] H. Li, T. In, Y. Fei, H. Li, Z. Li, Power Capacit. React. Power Compens., **36** (5), 37 (2015). DOI: 10.14044/j.1674-1757.pcrpc.2015.05.007
- [10] J. Liu, L. Zhu, L. Zheng, S. Ji, in 2021 IEEE Conf. on electrical insulation and dielectric phenomena (CEIDP) (IEEE, 2021), p. 518–521. DOI: 10.1109/CEIDP50766.2021.9705376
- [11] C. Joubert, A. Bérroual, G. Rojat, J. Appl. Phys., **76** (9), 5288 (1994). DOI: 10.1063/1.357179
- [12] О.А. Емельянов, И.О. Иванов, ЖТФ, **88** (1), 113 (2018). DOI: 10.21883/JTF.2018.01.45493.2238 [O.A. Emelyanov, I.O. Ivanov, Tech. Phys., **63** (1), 111 (2018). DOI: 10.1134/S1063784218010115].
- [13] N.N. Lebedev, R.A. Silverman, *Special functions and their applications* (Dover Publ. Inc., 1972).