01;07 Аналитическая модель иттербий-эрбиевого волоконного усилителя в режиме насыщения

© В.Ю. Голышев

Институт радиотехники и электроники РАН, 141120 Фрязино, Московская область, Россия e-mail: vyug@mail.ru

(Поступило в Редакцию 15 декабря 2002 г.)

Анализируется усиление оптического сигнала в иттербий-эрбиевом волоконном усилителе, работающем в режиме насыщения. Получены аналитические решения для распределения инверсной населенности, мощности накачки и сигнала вдоль активного световода. Для различных модовых размеров излучения и соотношений концентраций активных ионов иттербия и эрбия приведены спектральные зависимости мощности насыщения и порога усиления. Рассчитана оптимальная длина активного волокна.

Введение

Иттербий-эрбиевые волоконные оптические усилители диапазона 1.5 µm имеют ряд достоинств по сравнению с обычными эрбиевыми усилителями. Концентрация ионов эрбия в жиле Yb-Er световода может быть порядка $10^{25} \,\mathrm{m}^{-3}$ и выше без заметного снижения энергетической эффективности работы усилителя ввиду слабости процесса апконверсии. Кроме того, иттербий за счет безызлучательного переноса возбуждения эффективно передает энергию эрбию. Ионы иттербия имеют широкую линию поглощения от 850 до 1100 nm (линия поглощения ионов эрбия в районе 980 nm заметно уже). Для накачки Yb-Er усилителей используются многомодовые полупроводниковые лазерные диоды (InGaAs) с выходной мощностью более 1 W. Иттербий-эрбиевые активные световоды, накачиваемые несколькими высоко мощными лазерными диодами, находят широкое применение в "booster" усилителях и волоконных лазерах с выходной мощностью до 5W и более в диапазоне 1535-1565 пт.

Ранее были опубликованы теоретические работы, в которых изучался процесс усиления активными волокнами, легированными редкоземельными ионами одинакового типа [1-5], например Yb³⁺, Nd³⁺, Er³⁺, Tm³⁺ или Pr³⁺. В активных комбинационных средах, состоящих из редкоземельных ионов разного типа, возбуждение может безызлучательно передаваться между ними. Примером такой среды служит иттербий-эрбиевый кварцевый светодов, в котором Ув является донором, а Er — акцептором возбуждения. Численное моделирование и оптимизация основных параметров усилителя, использующего Yb-Er активное волокно, были сделаны в работе [6]. Однако теоретические работы по анализу основных оптических параметров Yb-Er усилителя, где был бы получен аналитический результат, в научной литературе отсутствуют. В настоящей работе мы представляем расчет оптических характеристик Yb-Er усилителя, работающего в режиме насыщения, когда отсутствует самонасыщение усилителя за счет собственной усиленной спонтанной люминесценции.

Система скоростных уравнений

Как правило, в иттербий-эрбиевой активной среде выбираются такие концентрации активных ионов, при которых каждый атом Er окружен от 15 до 50 атомами Үb. Такое "экранирование" приводит к заметному уменьшению эффекта апконверсии среди ионов эрбия по сравнению с чисто эрбиевой средой [7,8]. Поэтому в дальнейшем рассмотрении мы игнорируем механизмы апконверсии, обусловленные возбуждением метастабильного уровня Er на более высокоэнергетичные уровни. Схема уровней энергии ионов Yb³⁺ и Er³⁺ показана на рис. 1. Излучение накачки поглощается иттербием, находящимся в основном состоянии ²F_{7/2}. Возбужденный на уровень ${}^2F_{5/2}$ ион Yb^{3+} передает энергию соседнему иону Er³⁺, который переходит из состояния ⁴I_{15/2} в состояние ⁴I_{11/2}. Возбужденный эрбий быстро безызлучательно релаксирует на метастабильный ⁴I_{13/2} уровень, обладающий бо́льшим временем жизни. Лазерный переход с длиной волны излучения около 1550 nm возникает между уровнями ${}^{4}I_{13/2}$ и ${}^{4}I_{15/2}$. Уровням эрбия ${}^4I_{15/2},\; {}^4I_{13/2},\; {}^4I_{11/2}$ присвоим индексы 1, 2, 3, а уровням иттербия ²F_{7/2}, ²F_{5/2} — индексы 4, 5. Соответствующие населенности уровней обозначим как n₁,



Рис. 1. Схема уровней атомов Yb^{3+} и Er^{3+} .

 n_2 , n_3 , n_4 , n_5 . Времена жизни уровней 2, 3, 5 равны $\tau_2 = 10^{-2}$ s, $\tau_3 = 10^{-6}$ s, $\tau_5 = 1.4 \cdot 10^{-3}$ s. Введем три пространственные цилиндрические координаты: z — расстояние вдоль активного волокна, r — модуль радиус-вектора в поперечном сечении волокна и φ — угол поворота радиус-вектора. В предложенной модели активной среды все рассматриваемые уравнения для мощности излучения накачки, мощности основной моды сигнала в световоде и населенностей уровней энергии не зависят от угла φ , поэтому и соответствующие функции также не зависят от φ . Скоростные уравнения для населенностей можно записать следующим образом (см., например, [6]):

$$\frac{\partial}{\partial t}n_2 = -\frac{1}{\tau_2}n_2 + \frac{1}{\tau_3}n_3 + w_{12}n_1 - w_{21}n_2,$$
$$\frac{\partial}{\partial t}n_3 = -\frac{1}{\tau_3}n_3 + c_{\rm cr}n_1n_5 - c_{\rm cr}n_3n_4,$$
$$\frac{\partial}{\partial t}n_5 = -\frac{1}{\tau_5}n_5 + w_{45}n_4 - w_{54}n_5 + c_{\rm cr}n_3n_4 - c_{\rm cr}n_1n_5, \quad (1)$$

где n_i и w_{ij} (*i* и *j* принимают значения 1-5) являются функциями только *z* и *r*.

В (1) были введены следующие обозначения: $c_{\rm cr}$ — коэффициент переноса возбуждения между ионами иттербия и эрбия,¹ w_{ij} — скорость индуцированных переходов с уровня i на уровень j, причем

$$w_{12}(r) = rac{\psi_s(r)}{hc\pi\omega_s^2}\int d\lambda\cdot\sigma_{12}(\lambda)P_s(\lambda)\lambda,$$

 $w_{21}(r) = rac{\psi_s(r)}{hc\pi\omega_s^2}\int d\lambda\cdot\lambda\sigma_{21}(\lambda)P_s(\lambda),$
 $w_{45}(r) = rac{\psi_p(r)}{hc\pi\omega_p^2}\int d\lambda\cdot\lambda\sigma_{45}(\lambda)P_p(\lambda),$

h — постоянная Планка, *с* — скорость света,

$$\omega_{s,p} = \sqrt{2\int_0^{+\infty} dr \cdot r\psi_{s,p}(r)}$$

— модовый размер сигнала и накачки в световоде, $\psi_{s,p}(r)$ — функции поперечного распределения излучения сигнала и накачки ($\psi_{s,p}(0) = 1$), σ_{ij} — сечения стимулированного перехода (поглощения или люминесценции) с уровня *i* на уровень *j* для соответствующих длин волн сигнала λ_s или накачки λ_p , $P_{s,p}(\lambda)$ спектральная плотность мощности. Распределение накачки и сигнала вдоль активного световода описываются дифференциальными уравнениями

$$\frac{d}{dz}P_p(z) = -\frac{2}{\omega_p^2}P_p(z)\int_0^{+\infty} dr \cdot r(\sigma_{45}n_4(r) - \sigma_{54}n_5(r) + \alpha_p)\psi_p(r), \qquad (2)$$

$$\frac{d}{dz}P_s(z) = -\frac{2}{\omega_s^2} \int_0^{+\infty} dr \cdot r \Big(\sigma_{21}n_2(r) \big[P_s(z) + 2P_0\big] \\ -\sigma_{12}n_1(r)P_s(z) - \alpha_s P_s(z)\Big)\psi_s(r), \qquad (3)$$

где $\alpha_{s,p}$ — коэффициенты пассивных потерь, вызванные рассеянием излучения на неоднородностях и примесных центрах (характерные значения для Yb—Er волокна: $\alpha_s \approx 0.1 \, \mathrm{dB/m}$ и $\alpha_p \approx 0.2 \, \mathrm{dB/m}$); мощность спонтанной люминесценции $P_0 = hv\delta v$ определяется одним шумовым фотоном в полосе частот δv ; двойка перед P_0 учитывает два ортогональных состояния поляризации.

Решение и анализ

Используя соотношения $a = n_1 + n_2 + n_3$ и $d = n_4 + n_5$ (a — концентрация атомов эрбия, d — концентрация атомов иттербия), легко получить стационарное решение системы (1)

$$n_{2} = \frac{a}{2} \Big(1 + \nu_{1} + \nu_{2} + \nu_{3} - \sqrt{(\nu_{1} + \nu_{2} - 1)^{2} + \nu_{3}^{2} + 2\nu_{3}(\nu_{1} + 1 - \nu_{2})} \Big), \quad (4)$$

$$n_3 = d \, \frac{\tau_3 w_{45}(a - n_2)}{(d\tau_3 + c_{\rm cr}^{-1})(w_{45} + w_{54} + \tau_5^{-1}) + a - n_2}, \quad (5)$$

$$n_5 = d \, \frac{c_{\rm cr}^{-1} w_{45} + n_3}{c_{\rm cr}^{-1} (w_{45} + w_{54} + \tau_5^{-1}) + a - n_2},\tag{6}$$

где

$$\nu_1 = \frac{d}{a} \frac{\tau_2 w_{45} (1 - \tau_3 w_{12})}{1 + \tau_2 (w_{12} + w_{21})},\tag{7}$$

$$\nu_2 = \frac{\tau_2 w_{12}}{1 + \tau_2 (w_{12} + w_{21})},\tag{8}$$

$$\nu_3 = \frac{1}{a} \left(d\tau_3 + \frac{1}{c_{\rm cr}} \right) \left(\frac{1}{\tau_5} + w_{45} + w_{54} \right). \tag{9}$$

Сделаем некоторые упрощения. Скорость переноса $c_{\rm cr}d$ в фосфатных световодах² превышает 10⁷ s⁻¹ [9]. Поэтому можно перейти к пределу $c_{\rm cr} \to +\infty$ (см. формулы (4)–(6), (9)). Также полагаем $\tau_3 = 0$, так как безызлучательный переход возбуждения с третьего на второй

¹ Согласно [8], при тепловом равновесии скорость переноса возбуждения от Yb к Er $c_{\rm cr}^+$ и в обратном направлении $c_{\rm cr}^-$ связаны соотношением $c_{\rm cr}^-/c_{\rm cr}^+ = \exp\{-(E_5 - E_3)/k_BT\}$, где $E_5 - E_3$ — дефицит энергии при переносе. Т. к. уровни энергии Yb и Er близки, то полагаем $c_{\rm cr}^- = c_{\rm cr}^+ \equiv c_{\rm cr}$.

² Согласно расчетам, проведенным в работе [9], с учетом взаимодействий высших мультипольностей для минимального расстояния между Ег и Yb менее 4A скорость переноса возбуждения превышает $10^7 \, {\rm s}^{-1}$. Такие значения минимального расстояния возможны в волоконных световодах с кластеризацией редкоземельных ионов [7].

уровни эрбия происходит гораздо быстрее по сравнению со скоростями спонтанных и стимулированных переходов самого лазерного уровня. В этом приближении получаем два стационарных решения уравнений (1). При $dw_{45} \leq a(\tau_2^{-1} + w_{21})$ имеем

$$n_2 = \frac{dw_{45} + aw_{12}}{\tau_2^{-1} + w_{12} + w_{21}},\tag{10}$$

$$n_3 = n_5 = 0.$$
 (11)

Другое решение, при $dw_{45} > a(\tau_2^{-1} + w_{21})$, соответствует случаю полной инверсии активной среды, т. е.

$$n_2 = a. \tag{12}$$

Для получения большой выходной мощности "booster" усилитель работает обычно в режиме глубокого насыщения, при котором стационарное решение скоростных уравнений задается формулами (10) и (11).

Введем мощность насыщения

$$P_{\text{sat}} = hc\pi\omega_s^2 \left\{ \lambda_s \tau_2 (\sigma_{12} + \sigma_{21}) \right\}^{-1}$$

и пороговую мощность

$$P_{\rm por} = \frac{a}{d} \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{45}} h c \pi \omega_p^2 \{ \lambda_p \tau_2(\sigma_{12} + \sigma_{21}) \}^{-1}.$$

Графики $P_{sat}(\lambda)$ и $P_{por}(\lambda)$ для фосфатного волокна показаны на рис. 2, 3. Чтобы упростить все алгебраические выражения, отнормируем оптические мощности сигнала и накачки $s = P_s/P_{sat}$, $p = P_p/P_{por}$. Тогда скорости индуцированных переходов будут иметь вид

$$\begin{split} w_{12}\tau_2 &= \sigma_{12}(\sigma_{12}+\sigma_{21})^{-1}s\psi_s,\\ w_{21}\tau_2 &= \sigma_{21}(\sigma_{12}+\sigma_{21})^{-1}s\psi_s,\\ w_{45}\tau_2 &= \frac{a}{d}\,\sigma_{12}(\sigma_{12}+\sigma_{21})^{-1}p\psi_p. \end{split}$$

Подставляя формулы (10), (11) в (2), (3) и пренебрегая мощностью спонтанной люминесценции P_0 , получим

$$\frac{d}{dz}p(z) = -\frac{2}{\omega_p^2}p(z)\int_0^{+\infty} dr \cdot r \left(d\sigma_{45}\Theta(r_0 - r) + \alpha_p\right)\psi_p(r),$$
(13)

$$\frac{d}{dz}s(z) = \frac{2}{\omega_s^2}s(z)\int_0^{+\infty} dr \cdot r\left(a\sigma_{12}\Theta(r_0 - r)\right)$$
$$\times \frac{p\psi_p(r) - 1}{s\psi_s(r) + 1} - \alpha_s\psi_s(r), \tag{14}$$

где

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x \ge 0\\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

— ступенчатая единичная функция, r_0 — радиус жилы световода.



Рис. 2. Зависимость $P_{sat}(\lambda)$ для различных модовых размеров излучения сигнала в волокне.



Рис. 3. Зависимость $P_{\text{por}}(\lambda)$ для различных соотношений концентраций ионов Er^{3+} и Yb³⁺. Использованы следующие значения параметров: $\omega_p = 110 \,\mu\text{m}$, $\sigma_{45} = 1.7 \cdot 10^{-25} \,\text{m}^2$.

Для основной моды LP_{01} излучения сигнала предполагаем гауссово поперечное распределение, т.е. $\psi_s(r) = \exp(-r^2/\omega_s^2)$. Для многомодовой накачки можно положить $\psi_p(r) = \Theta(\omega_p - r)$, где ω_p — радиус внешней световедущей оболочки волокна. Интеграл в формуле (14) определяет интегральный фактор перекрытия, который зависит от мощности как сигнала, так и накачки

$$\Gamma(s,p) = \frac{2}{\omega_s^2} \int_0^{+\infty} dr \cdot r\Theta(r_0 - r)\psi_s(r) \frac{p\psi_p(r) - 1}{s\psi_s(r) + 1}.$$

Этот фактор учитывает эффекты перекрытия моды сигнала и накачки с жилой активного световода и изменением инверсной населенности в поперечном направлении. Он не совпадает с фактором перекрытия $\Gamma_s = 1 - \exp(-r_0^2/\omega_s^2)$ [1], который возникает для ненасыщенного режима усиления и отражает только эффект частичного перекрытия сигнала с активирован-

Журнал технической физики, 2003, том 73, вып. 10

ной жилой. Производя интегрирование по *r* в формулах (13), (14), получим

$$\frac{d}{dz}p(z) = -\left\{\left(\frac{r_0}{\omega_p}\right)^2 d\sigma_{45} + \alpha_p\right\}p(z), \qquad (15)$$

$$\frac{d}{dz}s(z) = a\sigma_{12}(p(z) - 1)$$

$$\times \ln\left[\frac{1 + s(z)}{1 + s(z)\exp(-r_0^2/\omega_s^2)}\right] - \alpha_s s(z). \quad (16)$$

Уравнение (15) имеет решение

$$p(z) = p_{+} \exp[-\gamma z] + p_{-} \exp\left[-\gamma (L-z)\right], \qquad (17)$$

где p_+ — мощность накачки, заводимая по направлению распространения сигнала в начале световода $z = 0; p_-$ — мощность накачки, заводимая против направления распространения сигнала в конце световода $z = L; \gamma = r_0^2 \omega_p^{-2} d\sigma_{45} + \alpha_p$ — коэффициент поглощения накачки.

Уравнение (16) легко интегрируется по z в случае $s \gg 1$

$$s(z) = s(0) + a\sigma_{12} \left(\frac{r_0}{\omega_s}\right)^2 \exp[-\alpha_s z]$$
$$\times \int_0^z dx \left(p(x) - 1\right) \exp[\alpha_s x]. \tag{18}$$

Подставляя сюда выражение (17), получим мощность сигнала на выходе усилителя

$$s(L) = s(0) + a\sigma_{12} \left(\frac{r_0}{\omega_s}\right)^2 \left\{ \frac{p_+}{\gamma - \alpha_s} (\exp[-\alpha_s L] - \exp[-\gamma L]) + \frac{p_-}{\gamma + \alpha_s} (1 - \exp[-(\alpha_s + \gamma)L]) - \frac{1}{\alpha_s} (1 - \exp[-\alpha_s L]) \right\}.$$
(19)

Из формулы (19) можно найти оптимальную длину волокна, для которой при заданной накачке достигается максимальная выходная мощность. Запишем результат в случае $\alpha_s = 0$

$$L_{\rm opt} = \frac{\ln(p_+ + p_-)}{\gamma}.$$
 (20)

Соответствующая выходная мощность равна

$$s(L_{\text{opt}}) = s(0) + a\sigma_{12} \left(\frac{r_0}{\omega_s}\right)^2 \times \frac{1}{\gamma} \{p_+ + p_- - 1 - \ln(p_+ + p_-)\}.$$
 (21)

Приведем численные оценки выходной мощности однокаскадного усилителя с накачкой со стороны

выхода. Примем следующие расчетные параметры: $\lambda_s = 1550 \text{ nm}, P_s(0) = 20 \text{ mW}, a = 1.336 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}, a/d = 1/25, P_p = 2 \text{ W}, \sigma_{12} = 2.394 \cdot 10^{-25} \text{ m}^2, \sigma_{21} = 3.6 \cdot 10^{-25} \text{ m}^2, \sigma_{45} = 1.7 \cdot 10^{-25} \text{ m}^2, r_0 = \omega_s = 7 \mu \text{m}, \omega_p = 110 \,\mu \text{m}, L = 5 \text{ m}.$ Тогда, используя формулу (19), получим мощность на выходе усилителя $P_s(L) = 815 \text{ mW}.$

Заключение

В представленной модели были сделаны следующие предположения. Сигнал превосходит мощность усиленной спонтанной люминесценции: $P_s(0) \gg GP_0$ (G — коэффициент усиления, $P_0 \sim 1 \,\mu$ W в полосе 30 nm). Усилитель работает в режиме насыщения, при котором полная инверсия активной среды не достигается: $P_s(0) \gg P_{\text{sat}}$ и

$$P_s(L) \ge P_{\text{sat}} \exp\left(-\frac{r_0^2}{\omega_s^2}\right) \left[\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{21}} \left(\frac{P_p}{P_{\text{por}}} - 1\right) - 1\right].$$

Полученное аналитическое решение для выходной мощности усилителя позволяет оптимизировать волноводные параметры активного световода и вычислить его оптимальную длину, являющуюся функцией не только коэффициента поглощения, но и полной мощности накачки, заводимой в световод. При анализе использовался интегральный фактор перекрытия, зависящий от мощности сигнала и накачки, который корректно описывает активную эрбиевую среду в режиме насыщения и отличается от фактора перекрытия Γ_s для ненасыщенного режима.

Список литературы

- Desurvire E. // Erbium-Doped Fiber Amplifiers Princimples and Applications. New York: A Wiley-Interscience Publication, 1994.
- [2] Barnard C., Myslinski P., Chrostowski J., Kavehrad M. // IEEE J. Quantum Electron. 1994. Vol. 30. P. 1817.
- [3] Sanchez F., Mezianei B., Chartier T., Staphan G., Francois P.L. // Appl. Optics. 1995. Vol. 34. P. 7674.
- [4] Hardy A., Oron R. // IEEE J. Quantum Electron. 1997. Vol. 33.
 P. 307.
- [5] Kelson I., Hardy A. // IEEE J. Quantum Electron. 1998. Vol. 34. P. 1570.
- [6] Karasek M. // IEEE J. Quantum Electron. 1997. Vol. 33. P. 1699.
- [7] Fedrighi M., Di Pasquale F. // IEEE Photonics Technology Lett. 1995. Vol. 7. N 3. P. 303.
- [8] Бурштейн А.М. // Автометрия. 1978. № 5. С. 65.
- [9] Gapontsev V.P., Platonov N.S. // Disordered System / Ed. W.M. Yen. Materials Science Forum. 1989. Vol. 51. P. 165.

96