

Краткие сообщения

03;04

Коэффициент Таунсенда и убегание электронов при релятивистских скоростях

© А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко

Институт общей физики РАН,
119991 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 17 марта 2004 г.)

Рассмотрен режим размножения электронов при больших напряженностях поля, когда электрон на длине размножения может набрать релятивистскую кинетическую энергию. Показано, что даже в таких сверхсильных полях таунсендовский механизм размножения электронов справедлив, если расстояние между электродами достаточно велико. Получены значения коэффициента Таунсенда и дрейфовой скорости в гелии для таких полей. Построена кривая ухода электронов, разделяющая область эффективного размножения электронов и область, в которой электроны покидают промежуток, не успев размножиться.

Введение

Недавно на основе моделирования методом динамики многих частиц было выявлено [1–3], что если расстояние между электродами достаточно велико, то таунсендовский режим ионизации реализуется даже в больших полях, при которых можно пренебречь ионизационным трением и, согласно традиционной точке зрения, средняя энергия электронов должна непрерывно увеличиваться [4–6]. При этом коэффициент Таунсенда немонотонно зависит от отношения напряженности поля к давлению. Немонотонность коэффициента размножения приводит к двузначности кривых, разграничивающих область интенсивного размножения электронов и область ухода электронов без размножения (аналоги кривых Пашена). Эти представления приобретают дополнительную актуальность в связи с получением электронных пучков субнаносекундной длительности с рекордной амплитудой тока (в воздухе ~ 70 А, в гелии ~ 200 А) при атмосферном давлении [7].

Ранее были рассмотрены не очень большие напряжения, когда можно пренебречь релятивистскими эффектами. Поскольку возможно создание генераторов, в которых мегавольтные напряжения достигаются в наносекунду, представляет интерес рассмотреть вопрос о том, насколько применимо понятие коэффициента Таунсенда при релятивистских скоростях электронов. Ниже этот вопрос рассмотрен на примере гелия.

Размножение и прилипание электронов

Использованная модель. Моделирование размножения и убегания электронов в гелии было проведено на основе одной из модификаций метода частиц [8]. Рассматривались размножение и перенос электронов между плоскостями, расположенными на расстоянии d ,

находящимися под напряжением U (напряженность поля $E = U/d$). Напряжение считалось постоянным и поданным задолго до появления рассматриваемых электронов. Электроны рождались на катоде с хаотически направленной скоростью и начальной энергией распределенной по Пуассону со средним значением $\varepsilon_0 = 0.2$ eV. На малых временных шагах решались уравнения движения всех электронов и с вероятностями, определяемыми сечениями элементарных процессов, разыгрывались упругие и неупругие столкновения.

Использованные в работе сечения для различных элементарных актов приведены в работе [1]. Однако в отличие от работы [1] для сечения ионизации использовалась аппроксимация, учитывающая релятивистские эффекты,

$$\sigma_i(\varepsilon) = \frac{f_1(\varepsilon) \cdot f_2(\varepsilon)}{f_1(\varepsilon) + f_2(\varepsilon)} \text{ cm}^2,$$

$$f_1(\varepsilon) = 1.3 \cdot 10^{-18} (\varepsilon - I) \frac{1 + 3 \cdot 10^{-6} (\varepsilon - I)^2}{1 + 0.009 \cdot (\varepsilon - I)},$$

$$f_2(\varepsilon) = 2.05 \cdot 10^{-15} \left\{ \frac{2.36}{\varepsilon} + \frac{2\gamma^2}{\gamma + 1} \frac{1}{\varepsilon} \left[\ln \frac{\varepsilon}{I} \sqrt{\frac{\gamma + 1}{2}} + \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{2\gamma^2} \right) \ln 2 + \frac{1}{2\gamma^2} + \frac{(\gamma - 1)^2}{16\gamma^2} \right] \right\}.$$

Здесь $\varepsilon = m_e c^2 (\gamma - 1)$ — кинетическая энергия налетающего электрона (за вычетом массы покоя), выраженная в eV; $I = 24$ eV — энергия ионизации атома гелия; $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$; v — скорость электрона. Отметим, что сечение имеет минимум при $\varepsilon \approx 4m_e c^2 \approx 2 \cdot 10^6$ eV (рис. 1).

Траектория электрона. Пусть электрическое поле напряженностью E направлено по оси x , а электрон в начальный момент времени $t = 0$ имеет координаты $x(0)$, $y(0)$ и $z(0) = 0$ и импульсы $p_x(0)$, $p_y(0)$ и $p_z(0)$.

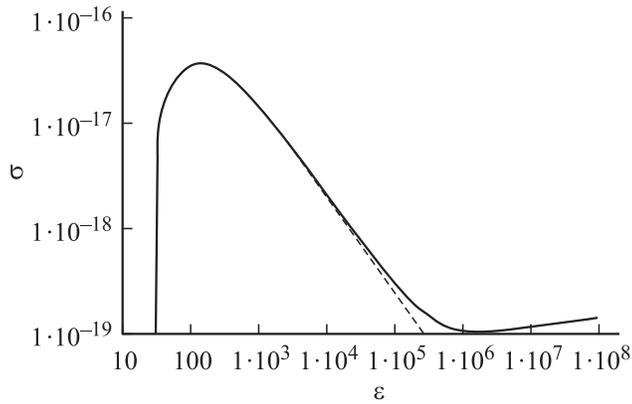


Рис. 1. Зависимость сечения ионизации атома гелия от энергии налетающего электрона. Сплошная кривая — сечение, использованное в данной работе; пунктир — сечение, использованное в работе [1].

Решение уравнения движения $d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F} \equiv e\mathbf{E}$ дает для импульса в произвольный момент времени t

$$p_x(t) - p_x(0) = F \cdot t; \quad p_y(t) - p_y(0) = 0;$$

$$p_z(t) - p_z(0) = 0. \quad (1)$$

Скорости выражаются через импульсы с помощью справедливого для любого момента времени t соотношения [9,10]

$$\mathbf{v}(t) = \frac{\mathbf{p}(t) \cdot c^2}{W(t)}, \quad (2)$$

где

$$W(t) = c\sqrt{m^2c^2 + p^2(t)} \quad (3)$$

— энергия частицы в момент t .

Координаты получаются интегрированием скоростей по времени. В результате интегрирования получаем для произвольного момента времени t

$$x(t) - x(0) = \frac{1}{F} [W(t) - W(0)], \quad (4a)$$

$$y(t) - y(0) = \frac{p_y(0) \cdot c}{F} \ln \frac{W(t) + c \cdot p_x(t)}{W(0) + c \cdot p_x(0)}, \quad (4b)$$

$$z(t) - z(0) = \frac{p_z(0) \cdot c}{F} \ln \frac{W(t) + c \cdot p_x(t)}{W(0) + c \cdot p_x(0)}. \quad (4c)$$

В [10] этот результат получен более громоздким методом.

Формулы, удобные для вычислений. Выражения (1)–(4) полностью решают задачу, но для численного счета не слишком удобны. Дело в том, что в случае малых скоростей (импульсов) вычисление координат (4) будет приводить к ошибкам из-за ошибок округления. Поэтому (4a)–(4c) лучше тождественно преобразовать с тем, чтобы выделить главные члены по импульсу. Для

этого в (4a) сделаем тождественное преобразование

$$\begin{aligned} W(t) - W(0) &\rightarrow \frac{(W(t) - W(0)) \cdot (W(t) + W(0))}{W(t) + W(0)} \\ &= \frac{W^2(t) - W^2(0)}{W(t) + W(0)}, \end{aligned}$$

выразим квадраты энергий через импульсы и приведем подобные члены. Выражение под логарифмом в (4b) преобразуем с помощью цепочки

$$\begin{aligned} &\frac{W(t) + c \cdot p_x(t)}{W(0) + c \cdot p_x(0)} \\ &= \frac{W(t) - W(0) + W(0) + c \cdot p_x(t) - c \cdot p_x(0) + c \cdot p_x(0)}{W(0) + c \cdot p_x(0)} \\ &= 1 + \frac{W(t) - W(0) + c \cdot F \cdot t}{W(0) + c \cdot p_x(0)} \end{aligned}$$

и выразим $W(t) - W(0)$ через $x(t) - x(0)$ по формуле (4a).

В результате для координат получим пригодные для счета выражения

$$\begin{aligned} x(t) - x(0) &= \frac{c^2}{F} \frac{(p_x(t) - p_x(0)) \cdot (p_x(t) + p_x(0))}{W(t) + W(0)}, \\ y(t) - y(0) &= \frac{p_y(0) \cdot c}{F} \\ &\quad \times \ln \left[1 + \frac{F \cdot (x(t) - x(0)) + c \cdot F \cdot t}{W(0) + c \cdot p_x(0)} \right], \\ z(t) - z(0) &= \frac{p_{zy}(0) \cdot c}{F} \\ &\quad \times \ln \left[1 + \frac{F \cdot (x(t) - x(0)) + c \cdot F \cdot t}{W(0) + c \cdot p_x(0)} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Результаты расчетов

Таунсендовский режим ионизации. Как известно, таунсендовский режим ионизации газа во внешнем электрическом поле характерен двумя моментами. Во-первых, число актов ионизации экспоненциально растет с расстоянием до точки, где родился первый электрон. Во-вторых, средняя скорость и средняя энергия электронов не зависят от этого расстояния. Соответственно, как и в работах [1–3], коэффициент размножения Таунсенда определялся по наклону зависимости логарифма электронного тока от расстояния до катода (рис. 2). Тот же наклон имеет место для логарифма числа актов ионизации, прилипания и возбуждения. Разумеется, расстояние между электродами должно превышать обратный коэффициент Таунсенда (длину размножения α_i^{-1}).

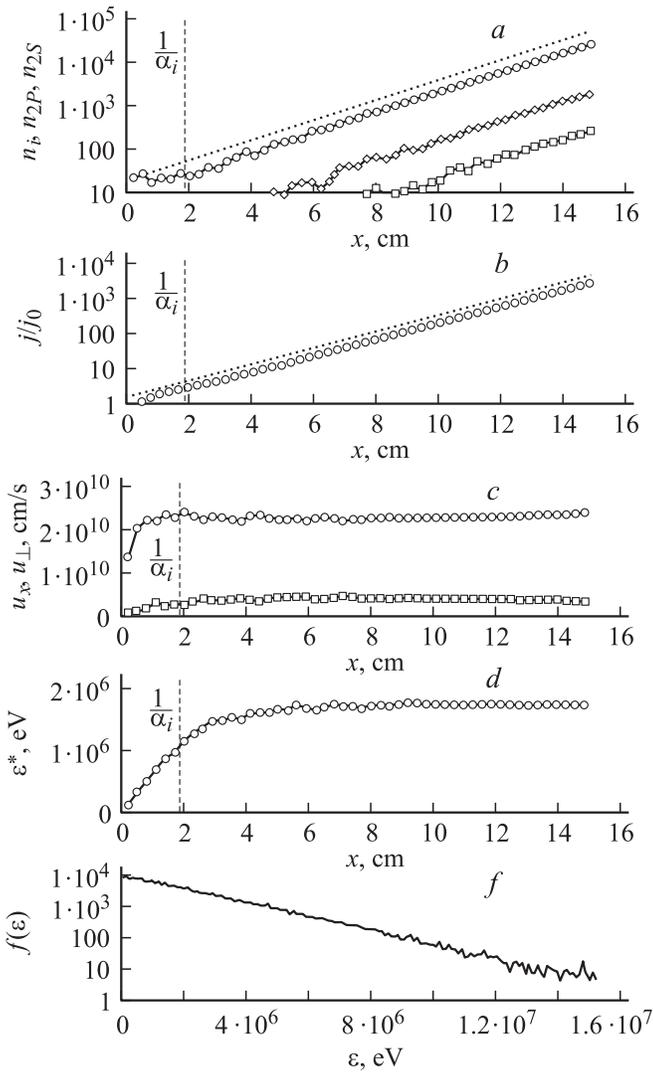


Рис. 2. Характеристики размножения электронов в таунсендовском режиме в зависимости от расстояния до катода x при следующих параметрах: $N = 3.2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ($p = 100 \text{ Torr}$), $U = 15 \text{ MV}$, $d = 15 \text{ cm}$, $E = 10 \text{ MV/cm}$, ($E/p = 7.7 \text{ MV/cm} \cdot \text{atm}$). a — количество рожденных ионов n_i (кружки) и атомов, возбужденных в состоянии 2^1P (n_{2P} — ромбы) и в состоянии 2^1S (n_{2S} — квадраты), пунктир — зависимость $20 \exp(0.53x/\text{cm})$, $\alpha_i = 0.53 \text{ cm}^{-1}$, $\alpha_i d \approx 8$; b — отношение потока электронов в данной точке $j(x)$ к потоку электронов с катода j_0 , пунктир — зависимость $1.7 \exp(0.53x/\text{cm})$; c — проекция скорости электронов на ось x , направленную по электрическому полю u_x (кружки), и модуль скорости u_{\perp} в плоскости, перпендикулярной оси x (квадраты); d — средняя энергия электронов, установившаяся средняя энергия $\epsilon^* \approx 1.5 \text{ MeV} \approx 3m_e c^2$ много меньше $eU = 15 \text{ MV}$; f — функция распределения электронов, достигших анода (произвольные единицы) по энергии (eV).

Расчеты показывают, что при достаточно больших расстояниях между электродами $d > \alpha_i^{-1}$ таунсендовский режим ионизации имеет место и в том случае, когда средняя скорость и энергия электронов становятся релятивистскими $\epsilon^* \sim m_e c^2 \approx 0.5 \cdot 10^6 \text{ eV}$. Основные

характеристики этого режима выглядят качественно так же, как в случае нерелятивистских скоростей (рис. 2). С ростом расстояния от катода x имеет место экспоненциальный рост числа рождений электронов, а также числа актов неупругих столкновений. При этом устанавливаются не зависящие от x значения средней энергии электронов ϵ^* ; средней проекции скорости на

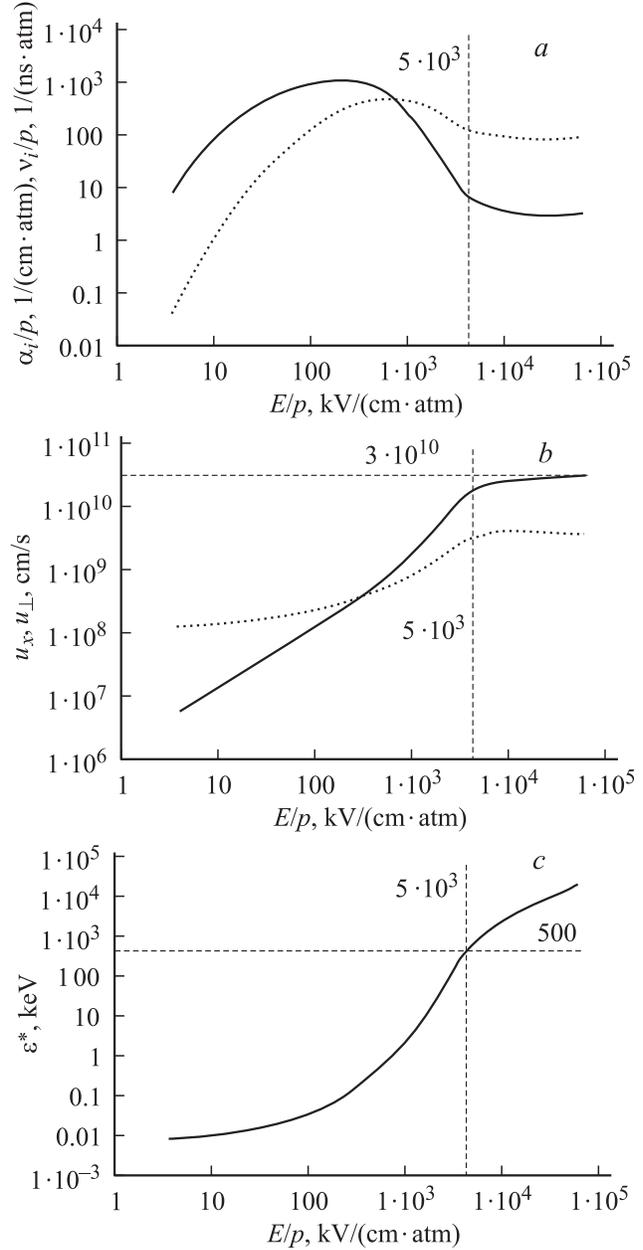


Рис. 3. Зависимость ионизационных и дрейфовых характеристик от приведенной напряженности поля E/p . Точки получены при различных значениях напряженности поля при $p = 100 \text{ Torr}$. a — нормированные на давление значения коэффициента Таунсенда α_i/p (сплошная кривая) и частоты ионизации ν_i/p (пунктир); b — средняя проекция скорости электронов на ось x , направленную по электрическому полю u_x (кружки), и средний модуль скорости u_{\perp} в плоскости, перпендикулярной оси x (квадраты); c — средняя энергия электронов.

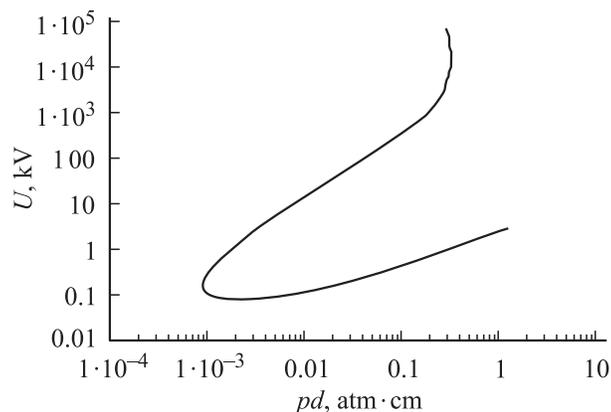


Рис. 4. Универсальная кривая $U_{cr}(pd)$, разграничивающая области ухода и размножения электронов. Интенсивное размножение соответствует внутренней области, уход без существенного размножения — внешней области.

направление поля u_x ; средней проекции скорости на плоскость, поперечную полю u_{\perp} . Максимум функции распределения электронов, долетевших до анода, приходится на малые энергии $\varepsilon^* \ll eU$. Таунсендовский режим ионизации устанавливается на некотором расстоянии от катода $x \sim \alpha_i^{-1}$, соответствующем характерной длине размножения.

Как и следовало ожидать, зависимость коэффициента Таунсенда α_i от E/p (рис. 3) после прохождения максимума при $E/p \approx 200 \text{ kV}/(\text{atm} \cdot \text{cm})$ (выявленного в работе [1]) резко падает, но затем, ввиду ограничения средней скорости, выходит на постоянное значение. Это происходит при $E/p \approx 5 \text{ MV}/(\text{atm} \cdot \text{cm})$, когда $\varepsilon^* \approx 0.5 \text{ MeV}$, $u_x \approx 2.3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s} \sim c$.

Кривая ухода. В работах [1–3] в отличие от обычно принятого подхода [4–6] предложено считать, что убегающие электроны начинают преобладать в том случае, когда расстояние между электродами d становится сравнимым с характерной длиной размножения, т.е. обратным коэффициентом Таунсенда α_i^{-1} . При $\alpha_i d < 1$ убегающие электроны преобладают и в спектре электронов, долетевших до анода. Соответственно критерий, определяющий граничное значение напряженности поля E_{cr} , имеет вид

$$\alpha_i(E_{cr}, p)d = 1.$$

Выделим в коэффициенте Таунсенда множителем давление или плотность газа и используем то, что оставшийся множитель является функцией только приведенной напряженности поля E/p : $\alpha_i(E, p) = p \cdot \xi(E/p)$. Для плоских электродов $E = U/d$, при этом $E_{cr} = U_{cr}/d$. Тогда критерий ухода электронов из промежутка между плоскими электродами приобретает вид

$$pd \cdot \xi(E_{cr}p) = 1, \text{ или } pd \cdot \xi(U_{cr}pd) = 1. \quad (6)$$

Последняя формула (6) дает неявную зависимость критического напряжения $U_{cr}(pd)$ от произведения расстояния между электродами на давление pd (рис. 4).

Кривая ухода электронов $U_{cr}(pd)$ разделяет область эффективного размножения электронов и область, в которой электроны покидают разрядный промежуток, не успев размножиться. Она является универсальной для данного газа.

На кривой ухода электронов $U_{cr}(pd)$ можно выделить три ветви (рис. 4). Две нижние ветви аналогичны ветвям кривой ухода, полученным при нерелятивистском рассмотрении [1]. Появление на верхней ветви нерелятивистской кривой ухода точки поворота при $pd \sim 0.3 \text{ atm} \cdot \text{cm}$ и соответственно дополнительной по сравнению с нерелятивистским случаем третьей ветви связано с возрастанием сечения ионизации при больших энергиях из-за релятивистских эффектов. Отметим, что при $pd > 0.3 \text{ atm} \cdot \text{cm}$ в отличие от нерелятивистского случая размножение электронов происходит при любых значениях напряжения на разрядном промежутке, превышающих пороговое значение, определяемое нижней ветвью кривой ухода.

Заключение

Итак, в данной работе рассмотрен режим размножения электронов при больших напряженностях поля, когда электрон на длине размножения может набрать релятивистскую кинетическую энергию. Показано, что даже в таких сверхсильных полях таунсендовский механизм размножения электронов справедлив, если расстояние между электродами достаточно велико.

Список литературы

- [1] Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77. Вып. 5. С. 264–269.
- [2] Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 16. С. 54–62.
- [3] Бойченко А.М., Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 78 (11). С. 1223–1227.
- [4] Бабич Л.П., Лойко Т.В., Цукерман В.А. // УФН. 1990. Т. 160 (7). С. 49–82.
- [5] Королев Ю.Д., Месяц Г.А. Физика импульсного пробоя газов. М.: Наука, 1991. 224 с.
- [6] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 536 с.
- [7] Тарасенко В.Ф., Яковленко С.И., Орловский В.М., Ткачев А.Н., Шунайлов С.А. // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77. Вып. 11. С. 737–742.
- [8] Tkachev A.N., Yakovlenko S.I. // Laser Physics. 2002. Vol. 12 (7). P. 1022–1028.
- [9] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1988.
- [10] Батыгин В.В., Топтыгин И.Н. Сборник задач по электродинамике. М.: ГИФМЛ, 1962. 480 с.