# Связь коэффициента линейного температурного расширения с остаточными напряжениями

#### © В.К. Жуковский, А.Р. Гохман

Южно-Украинский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского, 65020 Одесса, Украина e-mail: s.wadim@rambler.ru, gokhman@paco.net

(Поступило в Редакцию 10 января 2008 г.)

Предложен метод определения поля остаточных напряжений в металлических листах. Он заключается в определении поля деформаций, вызванных центральным точечным нагревом, и расчете поля остаточных напряжений из функциональной связи коэффициента линейного температурного расширения с остаточными напряжениями.

PACS: 65.40.De, 62.40.+i

### Введение

05

Остаточные напряжения могут значительно изменять свойства материалов [1]. Накопление напряжений такого рода может привести к техногенным авариям и разрушениям конструкций в технике и в быту.

Известны лишь косвенные методы определения остаточных напряжений: электрические, магнитные, электромагнитные, тепловые и механические [2], которые различаются по характеру изменения физических полей при взаимодействии с полем механических напряжений. Большинству из них присущи сильные ограничения, обусловленные физикой используемых в них процессов. Например, магнитный метод [3] применим только к исследованию ферромагнетиков.

Метод фотоупругости [4] основан на наблюдении изменения характеристик электромагнитного поля при взаимодействии с полем механических напряжений исследуемого образца.

Следует отметить, что метод фотоупругости — один из немногих методов, который позволяет качественно оценить распределение остаточных напряжений по всему образцу в целом. Его использование ограничено возможностью исследования лишь прозрачных моделей реальных объектов.

Практикуется метод определения поля остаточных напряжений по микротвердости [5]. Недостаток метода в том, что отсутствует достаточно полное обоснование независимости кривой "интенсивность напряжений—твердость—интенсивность деформаций" от вида напряженного состояния, вида нагрузки, марки материала и температуры деформации. Следует также отметить, что здесь большую роль играют контактные эффекты.

В работе [6] остаточные напряжения определяются из их аналитической связи с модулем Юнга *E* напряженного образца

$$E = E_0 \sqrt{1 + K\sigma^2},\tag{1}$$

где  $E_0$  — модуль Юнга для ненапряженного образца,  $\sigma$  — остаточные напряжения, K — постоянная материала.

Метод [6] не позволяет получить детального распределения остаточных напряжений в силу особенностей методики измерения величины *E*.

В работах [7,8] подробно изложен способ определения остаточных напряжений методом зондирующей лунки в сочетании с голографической (спекл-) интерферометрией. Этот метод введен в государственный стандарт некоторых стран (в частности, США) для определения остаточных напряжений. Один из недостатков метода состоит в том, что для получения распределения остаточных напряжений в образце требуется множество измерений в разных точках, что принципиально невозможно, так как каждое высверливание (вытравливание) лунки приводит к нарушению целостности образца и изменению поля напряжений.

Метод рентгеновской тензометрии [9] является наиболее точным среди известных для измерения остаточных напряжений. Метод [9] основан на определении локального тензора деформации при различных ориентировках образца с последующим расчетом искомых напряжений с помощью закона Гука — метод  $\sin^2 \psi$  [9]. Недостаток данного метода в том, что он предполагает послойное травление при определении распределения тензора деформации по глубине.

Зачастую в задачах тензометрии из-за недостатка данных об анизотропии модулей упругости при определении остаточных напряжений используется уравнение упругости для изотропного тела. Однако известно, что кристаллографическая текстура может приводить к анизотропии модулей упругости до десятков процентов. Следует отметить, что существуют методы тензометрии, которые позволяют определять остаточные напряжения, используя обобщенный закон Гука для анизотропных материалов. Так, в работе [10] предлагается метод решения уравнений упругости с использованием интегральных характеристик текстуры, которые позволяют учесть анизотропию модулей упругости, вызванную кристаллографической текстурой.

В настоящей работе предлагается для исследования поля остаточных деформаций использовать метод фазомодулированной спекл-интерферометрии [11], который позволяет исследовать весь объект одновременно, а в качестве тестирующего воздействия использовать центральный точечный нагрев. По экспериментально найденному полю деформаций и распределению температуры определяется распределение коэффициента линейного температурного расширения, которое в свою очередь функционально связано с распределением остаточных напряжений. Для получения указанной функциональной связи на некоторых специально выбранных образцах определялись: коэффициент линейного температурного расширения — предлагаемым способом, а остаточные напряжения — методом [10].

#### Описание эксперимента

Для исследования были выбраны листы меди М2 толщиной 2 mm после промышленной прокатки с последующим рекристаллизационным отжигом, которые дополнительно прокатывались на лабораторном прокатном стане с диаметром валков 160 mm при комнатной температуре со степенью обжатия 20, 40 и 80% по толщине. Изменение напряженно-деформационного состояния исследовалось комплексным методом, который включал в себя:

1) определение методом фазомодулированной спеклинтерферометрии поля деформаций, вызванных точечным нагревом на  $1-4^{\circ}$ С в центре листа;

2) определение распределения температур в плоскости листа;

 определение остаточных напряжений методом рентгеновской тензометрии в локальных точках.

На рис. 1 представлены интерферограммы листов меди M2 с линейными размерами  $80 \times 80 \text{ mm}$  при различной степени обжатия, полученные методом фазомодулированной спекл-интерферометрии.

На рис. 2 представлены профили деформации прокатанных листов меди с различной степенью обжатия, восстановленные из интерферограмм, изображенных на рис. 1, которые получены при центральном точечном нагреве.

Для кристаллов кубической симметрии, изотропных по физическим свойствам, описываемых тензором второго ранга, должна наблюдаться деформация, симметричная относительно центра. Такая симметрия наблюдается лишь для исходного образца (рис. 2). Отсутствие симметрии такого рода у прокатанных листов свидетельствует о неоднородном распределении их дефектной структуры.

При известной деформации  $\varepsilon$  и изменении температуры  $\Delta T$  при центральном точечном нагреве коэффициент линейного температурного расширения  $\alpha$  находится, согласно его определению

$$\alpha = \varepsilon / \Delta T. \tag{2}$$

Используемый нами спекл-интерферометр позволяет регистрировать только нормальные смещения. Для вы-



Рис. 1. Интерферограммы прокатанных листов меди М2 (направление прокатки слева направо), полученные методом спекл-интерферометрии; в качестве возмущения используется центральный точечный нагрев: *1* — исходный образец толщиной 2 mm, промышленно прокатанный и рекристаллизованнный; *2* — образец, прокатанный с обжатием 20, *3* — 40, *4* — 80% от первоначальной толщины.

числения диагональных компонент тензора относительных деформаций ( $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$ ,  $\varepsilon_{33}$ ) использовались соотношения (3), (4), полученные из особенностей геометрии задачи [12].

$$\varepsilon_{11} = \frac{\frac{b}{k} - \sqrt{\left(\frac{b}{k}\right)^2 - (z_{ij} - z_{i+1j})^2}}{b/k}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, k,$$
(3)

$$\varepsilon_{22} = \frac{\frac{c}{l} - \sqrt{\left(\frac{c}{l}\right)^2 - (z_{ij} - z_{ij+1})^2}}{c/l}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, l,$$
(4)

$$\varepsilon_{33} = \frac{z_{ij}}{d},\tag{5}$$

где b, c — длина и ширина в направлениях прокатки (НП) и перпендикулярно прокатке (ПН) соответственно; d — толщина образца;  $z_{ij}$  — перемещение точек образца в направлении нормали (НН); k, l — размерность сетки; ij — координаты узла сетки.

В общем случае распределение температуры по листу при точечном нагреве можно определить, используя необычные свойства жидких кристаллов холестерического типа [13]. Особенностью этих веществ является то, что они изменяют цвет в зависимости от температуры. Для случая кубической симметрии кристаллов коэффициент теплопроводности  $\gamma$  изотропен, и при расчете распределения температуры по листу можно



**Рис. 2.** Профили деформации прокатанных листов меди М2 при центральном точечном нагреве: *1* — исходный образец толщиной 2 mm, промышленно прокатанный и рекристаллизованный; *2* — прокатанный с обжатием 20, *3* — 40, *4* — 80% от первоначальной толщины.

воспользоваться стационарным уравнением [14]

$$\Delta T_{ij} = \frac{\dot{Q}}{4\pi\gamma\sqrt{(i_0 - i)^2 + (j_0 - j)^2}},$$
(6)

где  $\dot{Q}$  — мощность источника тепла;  $i_0, j_0$  — координаты точки нагрева.

При известных распределениях деформаций и температуры, по уравнению (2) находим  $\alpha$  для каждого образца в различных направлениях (рис. 3).

Из рис. 3 видно, что коэффициент линейного температурного расширения различен в разных образцах и неравномерно распределен по ним. Причем его распределение зависит от степени прокатки.

Для определения остаточных напряжений в прокатных листах меди M2, применялся метод рентгеновской тензометрии с учетом анизотропии модулей упругости [10].

Изменение положения центра тяжести пика линии (113) измерялось для исследованных листов относительно исходного образца и относительно рекристаллизованного медного порошка в направлении прокатки и для поперечного направления при разных углах наклона образца к плоскости гониометра. Далее по [10] оценивались остаточные напряжения  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  для обоих случаев (см. таблицу). Различие полученных значений связа-

но, по-видимому, с неэквивалентностью напряженнодеформированного состояния рекристаллизованного порошка и компактного исходного образца меди.

В таблице также представлены средние геометрические значения коэффициентов линейного температурного расширения  $\alpha_{11}$ ,  $\alpha_{22}$  (рис. 3) в направлении прокатки и в направлении, перпендикулярном прокатке соответственно.

В данной работе функциональная зависимость коэффициента линейного температурного расширения от остаточных напряжений  $\alpha(\sigma)$  устанавливалась путем подбора функции, описывающей экспериментально полученные графики зависимости  $\alpha(\sigma)$  для каждого направления. Для направления прокатки получено, что функциональная зависимость  $\alpha_{11}(\sigma_{11})$  для исследуемых материалов может быть описана уравнением (7)

$$\alpha_{11}(\sigma_{11}) = \frac{\alpha_{0\,11}}{1 + K_{\alpha\,11}\sigma_{11}},\tag{7}$$

где  $\alpha_{0\,11}$  — коэффициент линейного температурного расширения в направлении прокатки для ненапряженного образца, равный  $8 \cdot 10^{-11} \text{ K}^{-1}$ ;  $K_{\alpha\,11}$  — некий постоянный коэффициент для данного материала в направлении прокатки, равный  $3.3 \cdot 10^{-8} \text{ Pa}^{-1}$ .

Уравнение (8) отражает зависимость  $\alpha_{22}(\sigma_{22})$ , полученную также подгонкой к экспериментальным данным,



**Рис. 3.** Распределение коэффициента линейного температурного расширения листов меди с различным обжатием. *1* — НП, *2* — ПН.

Остаточные напряжения и коэффициенты линейного температурного расширения прокатанных с различной степенью обжатия листов меди M2

		Исходный	20%	40%	80%
Относительно рекристаллизованного медного порошка		$1.26 \cdot 10^9$ Pa $6.56 \cdot 10^8$ Pa	$\begin{array}{c} 7.19 \cdot 10^8 \text{ Pa} \\ 3 \cdot 10^8 \text{ Pa} \end{array}$	5.93 · 10 <sup>8</sup> Pa 1.83 · 10 <sup>8</sup> Pa	$3.10 \cdot 10^{8}$ Pa $4.34 \cdot 10^{8}$ Pa
Относительно исходного образца	$\sigma_{11} \ \sigma_{22} \ lpha_{11} \ lpha_{22}$	$\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1.07 \cdot 10^{-10}  \mathrm{K}^{-1} \\ 1.43 \cdot 10^{-10}  \mathrm{K}^{-1} \end{matrix}$	$\begin{array}{c} 1.70\cdot10^8\ Pa\\ -1.71\cdot10^8\ Pa\\ 2.78\cdot10^{-10}\ K^{-1}\\ 6.53\cdot10^{-10}\ K^{-1} \end{array}$	$\begin{array}{c} 1.33 \cdot 10^8 \ \text{Pa} \\ -2.84 \cdot 10^8 \ \text{Pa} \\ 7.77 \cdot 10^{-10} \ \text{K}^{-1} \\ 2.81 \cdot 10^{-10} \ \text{K}^{-1} \end{array}$	$\begin{array}{c} -0.2 \cdot 10^8 \ \text{Pa} \\ 1.0 \cdot 10^8 \ \text{Pa} \\ 4.11 \cdot 10^{-9} \ \text{K}^{-1} \\ 3.68 \cdot 10^{-9} \ \text{K}^{-1} \end{array}$



Рис. 4. Распределение остаточных напряжений для листов меди прокатанных с различной степенью обжатия: 1 — НП, 2 — ПН.

для направления перепендикулярного направлению прокатки

$$\alpha_{22}(\sigma_{22}) = \frac{\alpha_{0\,22}}{1 - K_{\alpha\,22}\sigma_{22}},\tag{8}$$

где  $\alpha_{0\,22}$  — коэффициент линейного температурного расширения в направлении, перпендикулярном прокатке для ненапряженного образца,  $4 \cdot 10^{-11} \, \text{K}^{-1}$ ;  $K_{\alpha\,22}$  — некий постоянный коэффициент для данного материала в направлении, перпендикулярном направлению прокатки, равный  $1 \cdot 10^{-8} \, \text{Pa}^{-1}$ .

Уравнения (7) и (8) обеспечивают учет анизотропии распределения остаточных напряжений и учитывают их знак. В том случае, если знак остаточных напряжений не учитывается, либо знак одинаков во всех направлениях (как для случая напряжений, измеренных для листов меди относительно рекристаллизованного порошка, см. таблицу), хорошее совпадение с экспериментальной зависимостью дает следующее уравнение:

$$\alpha(\sigma) = \frac{\alpha_0}{\sqrt{1 + K_\alpha \sigma^2}},\tag{9}$$

где  $\alpha_0$  и  $\sigma$  — результат усреднения по главным направлениям. Для прокатанных листов меди M2, в случае измерения напряжений относительно рекристаллизованного порошка данного материала,  $\alpha_0 = 2 \cdot 10^{-7} \,\mathrm{K}^{-1}$ ,  $K_{\alpha} = 5 \cdot 10^{-7} \,\mathrm{Pa}^{-2}$ .

Для вычисления распределения остаточных напряжений по листам меди M2 используется полученное ранее распределение коэффициента линейного температурного расширения (рис. 3). Для расчета распределения остаточных напряжений можно воспользоваться уравнением (9), из которого следуют следующие уравнения:

$$\sigma_{11} = \sqrt{\frac{\alpha_{0\,11}^2 / \alpha_{11}^2 - 1}{K_\alpha}},\tag{10}$$

$$\sigma_{22} = \sqrt{\frac{\alpha_{0\,22}^2/\alpha_{22}^2 - 1}{K_{\alpha}}},\tag{11}$$

$$\sigma_{33} = \sqrt{\frac{\alpha_{0\,33}^2 / \alpha_{33}^2 - 1}{K_{\alpha}}},\tag{12}$$

где  $\alpha_{0\,11}$ ,  $\alpha_{0\,22}$  и  $\alpha_{0\,33}$  определяются из эксперимента, а  $K_{\alpha}$  — из соотношения

C

$$K_{\alpha} = \frac{\alpha_0^4/\alpha^4 - 1}{\sigma^2}.$$
 (13)

В этом случае достаточно определить рентгеновским методом значения  $\sigma$  хотя бы для одного образца. Нужно отметить, что определение коэффициента линейного температурного расширения в различных направлениях из массива данных (рис. 3) представляет некоторые сложности. Среднее арифметическое либо среднее геометрическое значение  $\alpha$  является приближенным, но часто этого бывает достаточно для наблюдения динамики развития остаточных напряжений с прокаткой.

Использование уравнений (7) и (8) дает более эффективный результат, так как они позволяют учесть знак остаточных напряжений и их анизотропию. Из (7) и (8) следуют уравнения для расчета остаточных напряжений по листу:

$$\sigma_{11} = \frac{\alpha_{0\,11}/\alpha_{11} - 1}{K_{\alpha\,11}},\tag{14}$$

$$\sigma_{22} = \frac{\alpha_{0\,22}/\alpha_{22} - 1}{K_{\alpha\,22}}.\tag{15}$$

Подставив найденные значения коэффициента линейного температурного расширения для каждой точки образца (рис. 3) в уравнения (14) и (15), находим распределение остаточных напряжений по листу (рис. 4).

Из рис. 4 видно, что в направлении прокатки наблюдается равномерное распределение напряжений во всех листах. Хорошо заметно изменение распределения поля остаточных напряжений в направлении, перпендикулярном прокатке. Стоит отметить, что остаточные напряжения уменьшаются в плоскости листа с прокаткой (это видно и из рис. 4, и из таблицы), однако они существенно повышаются в направлении, перпендикулярном плоскости листа, и их усредненные по всем направлениям значения с прокаткой растут.

Особый интерес вызывает распределение остаточных напряжений для 80% обжатия в направлении нормали. Здесь наблюдается распределение знакопеременных напряжений, что вызывает седлообразную деформацию листа при центральном точечном нагреве (рис. 2). Такому состоянию соответствуют интерференционные линии на интерферограмме рис. 1, 4.

#### Обсуждение полученных результатов

Уравнения связи коэффициента линейного температурного расширения с остаточными напряжениями (7)–(9) получены эмпирическим путем. Проанализируем, имеют ли предложенные уравнения физическое обоснование.

Причиной теплового расширения твердых тел является ангармонический характер колебаний атомов около положения равновесия. Потенциальная энергия W(x)двух соседних колеблющихся атомов при смещении их на расстояние x от положения равновесия может быть записано в виде [15]

$$W(x) = \frac{1}{2}fx^2 - \frac{1}{3}gx^3,$$
 (16)

где *f* — коэффициент квазиупругой силы, *g* — коэффициент ангармоничности.

Первое слагаемое правой части уравнения (16) представляет собой гармоническую составляющую энергии и определяет упругие свойства твердых тел. Второе слагаемое учитывает ангармонизм колебаний и является ответственным за тепловые свойства тел, в том числе и за их тепловое расширение.

Действительно, в равновесном состоянии колебания решетки происходят так, что система занимает объем, которому соответствует минимум свободной энергии  $W_{\min}$ . При возрастании температуры амплитуда колебаний атомов в решетке также возрастает, что приводит к увеличению среднего смещения их от положения равновесия. При этом слагаемое  $\frac{1}{3}gx^3$  выражения (16) вносит столь существенный вклад в величину свободной энергии, что она становится отличной от  $W_{\min}$ . В результате этого система станет изменять свои размеры до тех пор, пока не будет достигнут объем, которому соответствует минимум энергии.

Коэффициент линейного температурного расширения  $\alpha$ , как показано в [16], определяется не только коэффициентом ангармоничности g, но и квазиупругим коэффициентом f

$$\alpha = \frac{gk}{2rf^2} = \frac{R}{2VE},\tag{17}$$

где *k* — постоянная Больцмана; *r* — расстояние между соседними атомами твердого тела, соответствующее минимальной потенциальной энергии их взаимодействия; *R* — универсальная газовая постоянная; *V* — объем моля вещества; *E* — модуль Юнга.

Принимая во внимание соотношение (17), разумно высказать предположение о существовании корреляции между тепловыми и упругими характеристиками твердых тел. Действительно, как температурное расширение, так и деформация тел связаны с изменением расстояния между соседними атомами решетки. Следовательно, можно ожидать не только в теории, но и на практике взаимосвязи между такими параметрами, как коэффициент линейного температурного расширения  $\alpha$ и модулем упругости *E*. Попытки обнаружения связи между величинами  $\alpha$  и *E* предпринимались неоднократно. Например, Барбер на основании исследования более 70 различных материалов [17] установил:

$$\alpha^2 E = 15 \frac{N}{m^2 K^2}.$$
 (18)

Позднее, проанализировав результаты, полученные с помощью соотношения (18), Барбер пришел к необходимости введения в правую часть формулы (18) множителя K, значения которого зависят от вида исследуемого материала и находятся в пределах от 0.5 до 2.

В работе [6] найдена зависимость между модулем Юнга и остаточными напряжениями (1).

Согласно уравнениям (1), (17), следует ожидать не только существования функциональной связи между коэффициентом линейного температурного расширения и остаточными напряжениями, но и того, что эта связь будет иметь вид (7)-(9) для рассматриваемого материала. При этом надо иметь в виду, что рентгеновский метод определения остаточных напряжений, обеспечивающий "реперные" точки в предлагаемом подходе, нуждается в дальнейшем развитии, поскольку найденные значения  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$  (см. таблицу) превышают предел текучести меди.

## Заключение

Предлагаемый метод определения остаточных напряжений обладает рядом преимуществ. Он исключает разрушение объекта, бесконтактный, позволяет анализировать распределение остаточных напряжений, не прибегая к сканированию, допускает полную автоматизацию процесса исследования. Автоматизированные методы спекл-интерферометрии, где в качестве тестирующего возмущения могут выступать суточные перепады температуры, могут быть основой для класса датчиков постоянного контроля остаточных напряжений *in situ* для особо важных конструкций и их элементов.

#### Список литературы

- [1] Биргер И.А. Остаточные напряжения. М.: Машгиз, 1963. 223 с.
- [2] Муратиков К.Л., Глазков А.Л. // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 8. С. 69–76.
- [3] Ульянов А.И., Горкунов Э.С. Магнитные методы и приборы контроля качества изделий порошковой металлургии. Екатеринбург: УрО РАН, 1996. 206 с.
- [4] Александров А.Я., Ахметзянов М.Х. Поляризационнооптические методы механики деформируемого тела. М.: Наука, 1973. 347 с.
- [5] Дель Г.Д. Определение напряжений в пластической области по распределению твердости. М.: Машиностроение, 1971. 199 с.
- [6] Sommer C., Christ H.J., Mugraby H. // Alfa Met. 1991.
   Vol. 39. N 6. P. 1177–1187.
- [7] Чернышев Г.Н., Попов А.Л., Козинцев В.М., Пономарев И.И. Остаточные напряжения в деформируемых твердых телах. М.: Наука, 1996. 356 с.
- [8] Одинцов И.Н., Щепинов В.П., Щиканов А.Ю. // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 11. С. 106–110.
- [9] Качанов Н.Н., Миркин Л.И. Рентгеноструктурный анализ поликристаллов (практическое руководство). М.: Машгиз, 1960. 697 с.
- [10] Гохман А.Р., Резник Л.И. // Заводская лаборатория. 1991. № 7. С. 23–25.
- [11] Сминтина В.А., Тюрин А.В., Попов А.Ю., Жуковський В.К. Спосіб фазомодульованоі спекл-інтерферометрї для вимірювання зміни фази об'ектной хвилі. Деклараційний патент. Заявка № 20041209894. Заявл. 03.12.2004. Затверждено 14.03.2005.
- [12] Жуковский В.К. Влияние напряженно-деформационного состояния на термоупругие деформации текстурованных поликристаллических материалов. Автореф. дис. физ.-мат. наук. Одесса, 2005. 24 с.

- [13] Брюханов А.А., Гохман А.Р., Цикало А.Л., Нянкина Е.Е. // Изв. вузов. Физика. 1983. № 7. С. 57–60.
- [14] Най Дж. Физические свойства кристаллов / Пер. с англ. М.: Мир, 1967. 385 с.
- [15] Жданов Г.С. Физика твердого тела. М.: Изд-во МГУ, 1961. 501 с.
- [16] Перепелкин К.Е. // ФТТ. 1969. Вып. 2. С. 3529-3533.
- [17] Barber R. // J. Appl. Phys. 1963. Vol. 34. N 1. P. 107–116.