01;03

О формировании волнового микрорельефа на поверхности полупроводника, распыляемого ионным пучком

© А.И. Григорьев

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия
e-mail: grig@uniyar.ac.ru

(Поступило в Редакцию 10 сентября 2009 г.)

Предложена и проанализирована математическая модель формирования на облучаемой наклонно падающим пучком среднеэнергетичных ионов поверхности полупроводника упорядоченного волнового микрорельефа. Показано, что учет влияния сил флуктуационной природы (молекулярной компоненты расклинивающего давления) и электрического заряда, переносимого ионным пучком, позволяет согласовать предсказания предлагаемой теоретической модели с данными экспериментальных наблюдений.

Введение

В последние два десятилетия в связи с проблемами внедрения нанотехнологий весьма актуальна проблема теоретического осмысления закономерностей формирования волнообразного рельефа на заряженной поверхности твердого тела при силовом воздействии на нее, провоцирующем появление нормальных и касательных поверхностных напряжений. В частности, при ионном распылении полупроводников (Si, Ge, GaAs) среднеэнергетичным ($\sim 1-10$ keV) пучком ионов (O_2^+, N_2^+, Cs^+ или ионов благородных газов) с плотностью тока в пучке $j \sim 1-10$ mA/cm^2, сориентированном под отличным от прямого углом к облучаемой поверхности, на поверхности, подвергнутой облучению, формируется упорядоченный волнообразный рельеф с характерным линейным масштабом порядка $\sim 0.1-1\,\mu$m (см., например, [1–4]). Существующие теоретические модели (см. источники [2,5–11] и цитируемые там работы) не всегда соответствуют результатам эксперимента. Так, влияние на физические закономерности феномена электрического заряда, скапливающегося на облучаемой поверхности, исследовано весьма слабо [10], а роль флуктуационных сил [12] до сих пор не принималась во внимание, хотя она, как будет показано ниже, является определяющей при физической трактовке результатов экспериментальных наблюдений.

Флуктуационные, или дисперсионные, силы обусловлены взаимодействием мгновенных диполей, возникающих при движении элементарных зарядов в атомах твердого тела, независимо от наличия у них постоянного дипольного момента [13–15]. В первой половине прошлого века усилиями разных ученых была построена макроскопическая теория дисперсионных сил. Выяснилось, что внутри твердого тела всегда существует флуктуационное электромагнитное поле, связанное с временными флуктуациями интенсивности суммарного электромагнитного поля атомов (молекул) физически малых объемов твердого тела. При наличии границы твердого тела это поле не сразу исчезает, но убывает на характерном расстоянии ~ 100 nm по закону $\sim z^{-m}$, где $3 \le m \le 4$ в зависимости от z. Флуктуационное электромагнитное поле оказывает силовое воздействие на жидкость, граничащую с твердым телом, и в частности, оказывает давление на свободную поверхность тонких (толщиной $d \le 100$ nm) слоев жидкости, определяя в существенной степени расклинивающее давление [13–15].

Для предстоящего качественного анализа в соответствии со сказанным выше примем, что величина флуктуационных сил, действующих на физически малый объем жидкости, обратно пропорциональна расстоянию в третьей степени между данной жидкой частицей и твердым дном. Таким образом, давление флуктуационных сил на возмущенную свободную поверхность жидкости $z = \xi(x, t)$ в слое толщиной d, лежащем на твердом дне, определится как [12,16]

$$p_f = \frac{A}{(d+\xi)^3}.$$

Коэффициент пропорциональности A, имеющий размерность энергии, для слоя жидкости, находящегося на поверхности твердого тела, примем для нижеследующих качественных оценок равным 10^{-13} erg [12,14,16]. Поскольку средняя длина пробега иона с энергией ~ 10 keV в полупроводнике ~ 10 nm, то и толщину d приповерхностного модифицированного слоя примем имеющей тот же порядок величины.

Следует также отметить, что волнообразные структуры с указанными параметрами образуются как бомбардировкой поверхности полупроводника ионными пучками с энергией ионов $\sim 1-10$ keV [1–4], так и при действии на поверхность металла мощного ($\sim 10^7-10^9$ W/cm^2) лазерного излучения [17,18]. Несмотря на визуальное сходство микрорельефа, получающегося при различных способах воздействия на вещество, физические механизмы его формирования при действии лазерного излучения и ионного пучка существенно различны: в первом случае происходит поверхностное плавление твердого тела с характерным временем образования микрорельефа на уже жидкой поверхности $\sim 10^{-9}-10^{-11}$ s, во втором случае в силу существенно меньшей мощности пучка микрорельефа образуется в течение существенно большего времени. Но в обоих случаях флуктуационные силы играют важное значение, поскольку значения толщины модифицированного слоя на поверхности твердого тела при обоих способах создания микрорельефа являются субмикронными [4,5].

1. Формулировка задачи

Пусть однородный моноэнергетический пучок ионов, характеризуемый плотностью тока j_0, падает в вакууме под углом β к нормали на поверхность пластины полупроводника. Высокая энергия ионов пучка позволяет им внедриться в полупроводник на глубину h, разрушая упорядоченную кристаллическую структуру. Примем, что в силу высокой плотности потока ионов полупроводник в приповерхностном слое указанной толщины переходит в неупорядоченное состояние, которое будем моделировать вязко-упругой жидкостью (как это было предложено в [3] и с тех пор неоднократно использовалось при физическом и математическом моделировании феномена [6–11]) с поверхностной плотностью энергии (коэффициентом поверхностного натяжения) α, диэлектрической проницаемостью ε_1 и электропроводностью σ_1, меньшими соответствующих характеристик ε_2 и σ_2 исходного полупроводника [19]. Постоянный поток ионов в рассматриваемый слой приведет к формированию в веществе объемного заряда, который будет релаксировать с характерным временем $\tau_e \sim \varepsilon_1/4\pi\sigma_1$ (в системе Гаусса). В стационарном режиме уменьшение объемного заряда будет компенсироваться за счет ионов падающего пучка так, что напряженность электрического поля у свободной поверхности можно считать постоянной.

Оценим по порядку величины напряженность электрического поля у поверхности полупроводника. При плотности тока в падающем пучке $j \sim \sim 3\cdot 10^6 – 3\cdot 10^7\,\mathrm{CGSE/cm^2}$ скорость поступления заряда на единицу площади поверхности (на $1\,\mathrm{cm^2}$) будет $\sim 3\cdot 10^7\,\mathrm{CGSE/s}$. Численное значение ε_1 для большинства полупроводников ~ 10. Удельная проводимость аморфизированного интенсивным ионным пучком полупроводника определяется, согласно [19], соотношением:

$$\sigma = \sigma_* \exp(-E/\kappa T),$$

где E — энергия активации: κ — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура; σ_* имеет смысл проводимости при бесконечно высокой температуре. Для Si, с которым выполнено большинство экспериментальных исследований формирования волнообразного микрорельефа, энергия активации в аморфном состоянии достаточно мала: $E = 0.75\,\mathrm{eV}$, а величина проводимости, согласно экстраполяции экспериментальных данных, приведенных в [19], при $T \approx 300\,\mathrm{K}$ имеет величину $\sigma_1 \sim 10^3\,\mathrm{CGSE}$. Тогда характерное время τ_e максвелловской релаксации заряда на поверхности кремния будет иметь значение $\tau \sim 10^{-3}\,\mathrm{s}$. Электрический заряд, переносимый пучком, за такое время не будет успевать полностью релаксировать, и на поверхности полупроводника будет существовать в динамическом равновесии поверхностный заряд с плотностью χ. Соответствующая ему напряженность электрического поля $E \equiv 4\pi\chi$ у облучаемой поверхности аморфизированного кремния при заданных значениях будет иметь достаточно большую величину: $\sim 10^4\,\mathrm{V/cm}$ [10], что вполне близко к значению, критическому для реализации неустойчивости вязкоупругой аморфизированной поверхности по отношению к давлению электрического поля [20].

Итак, примем, что плоский слой вязкоупругой электропроводной жидкости (аморфизированного полупроводника) с плотностью ρ, коэффициентом поверхностного натяжения α, кинематической вязкостью ν_0, временем релаксации вязкости τ, толщиной d на твердой подложке в поле флуктуационных сил подвержен непрерывному силовому воздействию в результате падения на ее свободную поверхность косого по отношению к нормали потока импульса, передаваемого пучком ионов. Требуется определить спектр возникающих на свободной поверхности волновых движений и исследовать их на устойчивость во времени, если поверхность равномерно заряжен с плотностью χ_0.

Пусть $\Pi_{jk} = \delta V_j V_k$ — тензор плотности потока импульса внешнего силового воздействия в области над поверхностью слоя (V_j — компонента скорости ионов в пучке, δ — объемная массовая плотность). Будем решать двумерную задачу о расчете спектра реализующихся движений среды в декартовой системе координат XOZ с осью OZ, ориентированной вертикально вверх, когда твердое дно расположено при $z = -d$, а уравнение возмущенной свободной границы слоя имеет вид $z = \xi(x,t)$. Явлениями, связанными с притоком вещества в жидкость, будем пренебрегать. Примем также, что возмущение изначально плоской свободной поверхности $\xi(x,t)$ имеет вид бегущей волны с волновым числом k и комплексной частотой s: $\xi \sim \exp(st - ikx)$. Вязкость и упругость среды учитываются введением комплексной вязкости ν в соответствии с формулой Максвелла [21]: $\nu = \nu_0(1 + s\tau_\nu)^{-1}$, где τ_ν — характерное время релаксации вязкости.

Математическая формулировка задачи имеет вид

$$-d < z \le \xi: \qquad \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + [\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{U}]\times\mathbf{U}$$

$$= -\frac{1}{\rho}\,\boldsymbol{\nabla}\left(P + \mathbf{g}z - \frac{A}{(d+z)^3} + \frac{\mathbf{U}^2}{2}\right) + \nu\Delta\mathbf{U},$$

$$\operatorname{div}\mathbf{U} = 0,$$

$$z > \xi: \qquad \Delta\Phi = 0,$$

$$z = \xi: \qquad \Phi = 0, \quad \frac{\partial\xi}{\partial t} = U_z - U_x\,\frac{\partial\xi}{\partial x},$$

$$\sigma_{jk}n_k^* + \Pi_{jk}n_k = -\alpha\,\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\,n_j,$$

$$P_\gamma = -\gamma\,\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}, \quad n_j = \begin{bmatrix} -\frac{\partial\xi}{\partial x} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad n_j^* = \begin{bmatrix} -\frac{\partial\xi}{\partial x} \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$\Pi_{jk} = \begin{bmatrix} \delta V_x^2 & \delta V_x V_z \\ \delta V_x V_z & \delta V_z^2 \end{bmatrix},$$

$$\sigma_{jk} =$$

$$\begin{bmatrix} \rho U_x^2 + P - 2\rho\nu\,\frac{\partial U_x}{\partial x} & \rho U_x U_z - \rho\nu\left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x}\right) + \frac{\varepsilon_1 E_n E_\tau}{4\pi} \\ \rho U_x U_z - \rho\nu\left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x}\right) + \frac{\varepsilon_1 E_n E_\tau}{4\pi} & \rho U_z^2 + P - 2\rho\nu\,\frac{\partial U_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$z = -d: \qquad U = 0, \quad \Phi = \mathrm{const},$$

$$z \to \infty: \qquad \nabla\Phi = -4\pi\chi\mathbf{n}_z.$$

Здесь n_j — столбец координат вектора внешней к поверхности жидкости нормали; n_j^*— вектор-столбец внутренней нормали; Π_{jk} — тензор плотности потока импульса над возмущенной поверхностью [9]; σ_{jk} — тензор напряжений. Пусть возмущение изначально плоской поверхности имеет вид бегущей волны (6) с волновым числом $k = 2\pi/\lambda$ и комплексной частотой

2. Вывод дисперсионного уравнения задачи

На основе теоремы Гельмгольца о разделении произвольного векторного поля на потенциальную и вихревую составляющие поле скоростей движения вязкоупругой жидкости представим в виде:

$$\mathbf{U}(\mathbf{r}, t) \equiv \hat{\mathbf{N}}_1\varphi(\mathbf{r}, t) + \hat{\mathbf{N}}_2\psi(\mathbf{r}, t);$$

$$\hat{\mathbf{N}}_1 \equiv \frac{\partial}{\partial x}\,\mathbf{n}_x + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{n}_z; \quad \hat{\mathbf{N}}_2 \equiv -\frac{\partial}{\partial z}\,\mathbf{n}_x + \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{n}_z.$$

В выражениях $\varphi(\mathbf{r}, t)$ имеет смысл потенциала, а $\psi(\mathbf{r}, t)$ — функции тока поля скоростей. Решение сформулированной задачи для искомых функций $\xi(z, t)$, $\varphi(\mathbf{r}, t)$, $\psi(\mathbf{r}, t)$ и $\Phi(\mathbf{r}, t)$ будем искать в виде:

$$\xi(z, t) = C_1\exp(st - ikx),$$

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \big(C_2\,\mathrm{ch}(kz) + C_3\,\mathrm{sh}(kz)\big)\exp(st - ikx),$$

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \big(C_4\,\mathrm{ch}(qz) + C_5\,\mathrm{sh}(qz)\big)\exp(st - ikx),$$

$$\Phi(\mathbf{r}, t) \equiv C_6\exp(-kz)\exp(st - ikx). \qquad (1)$$

Подставив проекты решений (1) в граничные условия задачи, получим систему шести алгебраических уравнений для отыскания неизвестных коэффициентов C_j, $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Приравняв нулю определитель, составленный из коэффициентов, состоящих при неизвестных C_j, можно найти дисперсионное уравнение задачи, имеющее в безразмерных переменных, в которых $\rho = \alpha = g + \gamma = 1$, $\gamma \equiv 3A/\rho d^4$, вид (за всеми переменными оставлены прежние обозначения):

$$k^2q\big(4s\nu^2(k^2+q^2) - (3k+q)W\nu\big)$$
$$+ s\omega_0^2\big[k\,\mathrm{ch}(kd)\,\mathrm{sh}(qd) - q\,\mathrm{sh}(kd)\,\mathrm{ch}(qd)\big]$$
$$- 2k^3q(2s\nu^2 - W\nu)\big[k\,\mathrm{ch}(kd)\,\mathrm{ch}(qd) - q\,\mathrm{sh}(kd)\,\mathrm{sh}(qd)\big]$$
$$+ \nu(k^2+q^2)\big[s\nu(k^2+q^2) - k^2W\big]$$
$$\times\big[k\,\mathrm{sh}(kd)\,\mathrm{sh}(qd) - q\,\mathrm{ch}(kd)\,\mathrm{ch}(qd)\big] = 0;$$

$$W \equiv -\delta V^2\cos(2\beta), \quad q^2 \equiv k^2 + s/\nu, \quad w \equiv 4\pi\chi^2,$$
$$\nu = \nu_0(1 + s\tau_\nu)^{-1}; \quad \omega_0^2 \equiv k(1+k^2) - wk^2. \qquad (2)$$

В ранее выполненных исследованиях периодического волнового движения в тонких слоях жидкости при существенном влиянии поля флуктуационных сил обезразмеривание проводилось на основе соотношений $\rho = \alpha = g = 1$, и тогда в дисперсионном уравнении появлялся безразмерный параметр $3A/\rho g d^4$ [12], определяющий величину отношения ускорения в поле флуктуационных сил к ускорению свободного падения. При $d \approx 10^{-6}$ cm для воды значения этого параметра $\approx 1.3\cdot 10^8$. Очевидно, что роль силы тяжести в формировании структуры волн при таком соотношении между ускорением поля флуктуационных сил и ускорением поля силы тяжести весьма мала и ею можно пренебречь, а использование g в качестве параметра обезразмеривания не соответствует физическому смыслу задачи. Если при обезразмеривании заменить g на ускорение поля флуктуационных сил $\gamma \equiv 3A/\rho d^4$, то в дисперсионное уравнение войдет малый параметр, обратный $3A/\rho g d^4$, что тоже не совсем удобно при анализе. В этой связи в настоящем рассмотрении и принято обезразмеривание на сумму $g+\gamma$. При таком способе обезразмеривания можно исследовать флуктуационно-гравитационно-капиллярные волны во всех диапазонах изменения физических параметров: и при $g \to 0$, и при $\gamma \to 0$ аналитическая запись уравнений и результатов расчета не изменяется.

При принятом обезразмеривании характерными масштабами представляющих интерес величин (s — частоты, t — времени, d — толщины слоя, k — волнового числа, V — скорости, ν — коэффициента кинематической вязкости) будут:

$$s^* = \sqrt[4]{\frac{\rho(g+\gamma)^3}{\alpha}}; \; t^* = \sqrt[4]{\frac{\alpha}{\rho(g+\gamma)^3}}; \; d^* = \sqrt{\frac{\alpha}{\rho(g+\gamma)}};$$

$$k^* = \sqrt{\frac{\rho(g+\gamma)}{\alpha}}; \; V^* = \sqrt{\frac{\alpha^3}{\rho^3(g+\gamma)^5}} \; \nu^* = \sqrt{\frac{\alpha^3}{\rho^3(g+\gamma)}}.$$

В отсутствие электрического поля на свободной поверхности ($w = 0$) и поля флуктуационных сил ($\gamma = 0$) уравнение (2) сводится к ранее полученному в [9] и описывающему волны в вязкоупругой жидкости при внешнем силовом касательном воздействии:

$$k^2 q\left[4s(k^2+q^2)-(3k+q)\frac{W}{\nu}\right]$$

$$+\frac{s\omega_0^2}{\nu^2}\left[k\,\mathrm{ch}(kd)\,\mathrm{sh}(qd)-q\,\mathrm{sh}(kd)\,\mathrm{ch}(qd)\right]$$

$$-2k^3 q\left(2s-\frac{W}{\nu}\right)\left[k\,\mathrm{ch}(kd)\,\mathrm{sh}(qd)-q\,\mathrm{sh}(kd)\,\mathrm{ch}(qd)\right]$$

$$+(k^2+q^2)\left[s(k^2+q^2)-k^2\frac{W}{\nu}\right]$$

$$\times\left[k\,\mathrm{sh}(kd)\,\mathrm{sh}(qd)-q\,\mathrm{ch}(kd)\,\mathrm{ch}(qd)\right]=0.$$

В этом дисперсионном уравнении в качестве основной единицы измерения, на которую проводится обезразмеривание, выбрано не $g+\gamma$, а g, так как $\gamma=0$ (поскольку в постановке задачи [9] принято $A=0$).

В асимптотике идеальной жидкости ($\nu_0=0$) дисперсионное уравнение (2) упрощается до

$$s^2=-\omega_0^2\,\mathrm{th}\,(kd)+k^2W\equiv-[k+k^3]+(w+W)k^2. \quad (3)$$

ω_0^2 имеет смысл квадрата частоты волн на одородно заряженной поверхности идеальной жидкости [12].

Из соотношения (3) видно, что вклады в дисперсионное уравнение от флуктуационных сил и сил тяжести пропорциональны волновому числу, тогда как вклад электрических сил и давления ионного пучка пропорционален его квадрату, а капиллярных сил — кубу волнового числа. Необходимо отметить то обстоятельство, что в уравнении (3) электрические силы и давление ионного пучка имеют одинаковые знаки и дестабилизируют поверхность.

В отсутствие ионного пучка ($W=0$) дисперсионное уравнение (3) упрощается до полученного в [12] уравнения, описывающего флуктуационно-гравитационно-капиллярные волны в слое жидкости конечной толщины d:

$$s^2=-\omega_0^2\,\mathrm{th}\,(kd).$$

3. Анализ критических условий неустойчивости

Как известно [20,22,23], критические условия реализации неустойчивости свободной поверхности жидкости по отношению к отрицательному давлению электрического поля (неустойчивости Тонкса–Френкеля) не зависят от вязкости жидкости, поскольку сама неустойчивость имеет апериодический характер и начинается из состояния покоя, а вязкость лишь уменьшает скорость течения жидкости, возникшего при потере устойчивости (уменьшает величину инкремента неустойчивости). В связи со сказанным критические условия реализации неустойчивости свободной поверхности вязко-упругой жидкости в рассматриваемой ситуации удобно провести на основе уравнения (3). Из (3) прежде всего видно, что при принятом положительном знаке константы A в определении давления флуктуационных сил (что соответствует ситуации смачивания подложки жидкостью [14]) флуктуационные силы повышают устойчивость свободной поверхности жидкого слоя, что ранее неоднократно отмечалось [16,22,23].

Критические условия реализации неустойчивости флуктуационно-гравитационно-капиллярных волн определяются из системы уравнений [12,24]:

$$s^2=0,\qquad \frac{\partial(s^2)}{\partial k}=0$$

и имеют вид:

$$k_{\mathrm{cr}}=1,\qquad (w+W)_{\mathrm{cr}}=2. \quad (4)$$

Следовательно размерное волнове число наиболее неустойчивой волны определится выражением:

$$k_{\mathrm{cr}}\equiv\sqrt{\frac{\rho\left(g+\frac{3A}{\rho d^4}\right)}{\alpha}}. \quad (5)$$

Из (5) видно, длина наиболее неустойчивой волны в существенной степени зависит от толщины слоя и увеличивается с ростом d приблизительно пропорционально d^2, стремясь асимптотически при $d\to\infty$ (при $3A/\rho d^4\to 0$) к

$$\lambda=2\pi\Big/\sqrt{\frac{\rho g}{\alpha}}\sim 1\,\mathrm{cm}.$$

Для нижеследующих количественных оценок зададимся конкретными значениями физических параметров. Массовая плотность пучка ионов δ легко может быть оценена из данных о плотности электрического тока j и энергии U ионов в пучке. Пусть m — масса иона, тогда его скорость V определится простым соотношением:

$$V=\sqrt{\frac{2U}{m}}.$$

По плотности тока j, массе m, заряде q и скорости иона V легко найти массовую плотность пучка ионов δ:

$$\delta=\frac{jm}{qV}\equiv\frac{j}{q}\sqrt{\frac{m^3}{2U}}.$$

Приняв для определенности, что имеется поток ионов O_2^+ с энергией $U=10\,\mathrm{keV}$ и плотностью тока $j=10\,\mathrm{mA/cm^2}$, легко найти $\delta\approx 1.3\cdot 10^{-7}\,\mathrm{g/cm^3}$.

Для оценки численного значения ускорения поля флуктуационных сил $\gamma\equiv 3A/\rho d^4$ примем: $A=10^{-13}\,\mathrm{erg}$, $\rho=2.35\,\mathrm{g/cm^3}$, $d=10\,\mathrm{nm}$. В итоге получим $\gamma\approx 1.3\cdot 10^{11}\,\mathrm{cm/s^2}$. Несложно видеть, что $\gamma\gg g\approx 10^3\,\mathrm{cm/s^2}$. Следовательно, при принятых значениях параметров влияния поля силы тяжести на развитие рельефа поверхности облучаемого ионным пучком кремния можно пренебрегать с высокой степенью точности. Из условия (4) можно также сделать вывод, что для реализации неустойчивости (в пренебрежении w) параметр W должен быть всегда положительным, а значит, угол падения β не может быть меньше $\pi/4$ и больше $\pi/2$.

Оценим условия реализации неустойчивости свободной поверхности вязкоупругой жидкости в обсуждаемой модели. В размерном виде параметры w и W, определяющие устойчивость поверхности, имеют вид:

$$w = \frac{4\pi\chi^2}{\sqrt{\rho(g+\gamma)\alpha}};$$

$$W \equiv \frac{\delta}{\rho}\sqrt{\frac{\rho}{(g+\gamma)\alpha}}V^2\cos(2\beta+\pi). \tag{6}$$

Параметр w определяет устойчивость свободной поверхности жидкости в вакууме по отношению к поверхностному заряду и называется параметром Тонкса–Френкеля. В отсутствие сил флуктуационной природы при $\gamma = 0$ его критическое значение равно двум, а максимальным инкрементом обладает волна с волновым числом, обратным капиллярной постоянной жидкости [21,24] (см. (5)). При существенном действии сил флуктуационной природы ($\gamma \approx 1.3 \cdot 10^{11}\,\mathrm{cm/s^2}$) этот параметр при прочих равных условиях становится на несколько порядков меньше и его роль в дестабилизации поверхности по сравнению с параметром W становится пренебрежимо малой. В более толстых слоях аморфизированного слоя роль флуктуационных сил понизится и может сравниться с ролью сил электрических, тогда их учет станет необходимым [10].

Если в аналитическое выражение (6) для W подставить вышеприведенные численные значения физических параметров и значение коэффициента поверхностного натяжения кремния, которое для оценки примем совпадающим с коэффициентом поверхностного натяжения α жидкого кремния при температуре $T = 1450\,\mathrm{K}$, а именно $\alpha = 860\,\mathrm{dyn/cm}$ ([25], стр. 228), то несложно найти:

$$W \approx 5 \cdot \cos(2\beta + \pi).$$

Из этого соотношения видно, что при $w \to 0$ условие неустойчивости (4) при заданных значениях параметров выполнится для углов β:

$$\beta \geq \frac{1}{2}\left|\arccos\frac{2}{5} - \pi\right| \approx 57^\circ. \tag{7}$$

В экспериментах [4] найдено, что при энергии ионов в пучке 9 keV упорядоченный волновой микрорельеф образуется в диапазоне углов падения от 39° до 70°.

Естественно, что принятое при оценке значение коэффициента поверхностного натяжения расплавленного кремния лишь приближенно может аппроксимировать величину коэффициента поверхностного натяжения аморфизированного (разрыхленного ионным пучком) кремния, который в соответствии с [3] моделируем вязкоупругой жидкостью. Но по порядку величины их значения не должны сильно различаться.

В общем случае при произвольных значениях физических параметров условие (7) записывается в виде:

$$\beta \geq \arccos\frac{1}{2}\left|\frac{(2-w)\rho}{\delta V^2}\sqrt{\frac{\rho}{(g+\gamma)\alpha}} - \pi\right|$$

$$\equiv \arccos\frac{1}{2}\left|\frac{(2-w)q}{jmV}\sqrt{\frac{\rho^3}{(g+\gamma)\alpha}} - \pi\right|.$$

Длина волны, обладающей максимальным инкрементом, при $d \approx 10\,\mathrm{nm}$, согласно (5), может быть оценена как:

$$\lambda_{\mathrm{cr}} \equiv 2\pi\Big/\sqrt{\frac{\rho\left(g + \frac{3A}{\rho d^4}\right)}{\alpha}} \approx 2\pi d^2\Big/\sqrt{\rho\,\frac{3A}{\alpha\rho}} \approx 3.2\,\mu\mathrm{m}, \tag{8}$$

что совпадает с данными экспериментов [1–4]. Как видно из (8), формально длина волны не зависит от параметров ионного пучка. Но такая зависимость вложена неявно через толщину слоя вязкоупругой жидкости, которой моделируется аморфизированный поверхностный слой: при изменении энергии пучка будет изменяться и толщина аморфизированного слоя, а также и показатель степени в законе изменения интенсивности флуктуационных сил от расстояния [13–15]. Во всяком случае, сильная тенденция, отмеченная в экспериментах [4] уменьшения λ_{cr} с уменьшением d (а следовательно, с уменьшением энергии ионов в пучке), в формуле (8) выражена явно.

Следует отметить, что проведенное рассмотрение имеет в основном качественный характер и имеет своей целью обратить внимание на необходимость учета роли сил флуктуационной природы при разработке физико-математических моделей обсуждаемого феномена, которые бы давали корректные численные предсказания. Для построения количественной теории необходимо как минимум рассчитать или измерить именно для кремния величину константы A в законе изменения с расстоянием интенсивности флуктуационных сил: поскольку именно через нее выражаются и длина наиболее неустойчивой волны, и критический угол падения ионного пучка.

Заключение

Учет влияния сил флуктуационной природы и заряжения поверхности полупроводника ионным пучком, падающим под некоторым углом на поверхность полупроводника, позволяет согласовать предсказания предлагаемой теоретической модели с результатами экспериментальных наблюдений по наблюдаемым экспериментально физическим характеристикам волнового микрорельефа.

Работа выполнена в рамках тематического плана университета при поддержке грантов: губернатора Ярославской области, Рособразования № 2.1.1/3776 и РФФИ № 09-01-00084.

Список литературы

[1] *Stevie F.A., Kahora P.M., Simons D.S., Chi P.* // J. Vac. Sci. Technol. 1988. Vol. A4. P. 76–80.
[2] *Elst K., Vandervorst W.* // J. Vac. Sci. Technol. 1994. Vol. A12. P. 3205–3216.
[3] *Carter G.* // Surf. Interf. Annal. 1997. Vol. 25. P. 36–40.
[4] *Smirnov V.K., Kibalov D.S* et al. // Nucl. Instr. Meth. 1999. Vol. B147. P. 310–315.
[5] *Яловец А.П.* // ПМТФ. 1997. Т. 38. № 1. С. 151–166.
[6] *Rudy A.S., Birkgan S.E., Bachurin V.I., Smirnov V.K.* // Radiat. Eff. Defect. Sol. 2006. Vol. 161. N 6. P. 319–329.
[7] *Белоножко Д.Ф., Григорьев А.И.* // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. Вып. 22. С. 1–6.
[8] *Белоножко Д.Ф., Григорьев А.И.* // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. Вып. 3. С. 80–85.
[9] *Белоножко Д.Ф., Григорьев А.И.* // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 11. С. 15–23.
[10] *Ширяева С.О., Белоножко Д.Ф., Григорьев А.И.* // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. Вып. 21. С. 12–19.
[11] *Григорьев А.И.* // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. Вып. 21. С. 89–94.
[12] *Климов А.В., Григорьев А.И.* // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 10. С. 14–21.
[13] *Дерягин Б.В.* Теория устойчивости коллоидов и тонких пленок. М.: Наука, 1986. 405 с.
[14] *Френкель Я.И.* Кинетическая теория жидкости. М.: Наука, 1975. 592 с.
[15] *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Теоретическая физика. Т. 9. Статистическая физика. Ч. 2. М.: Наука, 1978. 448 с.
[16] *Grigor'ev A.I., Munichev M.I., Shiryaeva S.O.* // J. Coll. Int. Sci. 1994. N 166. P. 267–274.
[17] *Ахманов С.А., Емельянов В.И., Коротеев Н.И., Семиногов В.В.* // УФН. 1985. Т. 147. № 4. С. 675–746.
[18] *Либенсон М.Н., Ширяев В.А.* // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 3. С. 6–8.
[19] *Мотт Н., Дэвис Э.* Электронные процессы в некристаллических веществах. М.: Мир, 1974. 472 с.
[20] *Григорьев А.И., Григорьев О.А., Ширяева С.О.* // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 9. С. 12–21.
[21] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика сплошных сред. М.: Наука, 1953. 788 с.
[22] *Белоножко Д.Ф., Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 10. С. 27–31.
[23] *Ширяева С.О., Григорьев А.И.* Заряженная капля в грозовом облаке. Ярославль: Изд-во ЯрГУ им. П.Г. Демидова, 2008. 535 с.
[24] *Френкель Я.И.* // ЖЭТФ. 1936. Т. 6. № 4. С. 348–350.
[25] Свойства элементов. Справочник. Ч. 1. Физические свойства / Под ред Г.В. Самсонова. М.: Металлургия, 1976. 600 с.