

05;12

## Исследование электрических полей при динамическом деформировании полимеров

© Ю.К. Бивин

Институт проблем механики РАН,  
119526 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 24 февраля 2009 г. В окончательной редакции 29 октября 2009 г.)

Приведены результаты исследования поперечных колебаний балки и распространения волн деформации растяжения, сжатия и сдвига вдоль оси стержня путем регистрации электрического поля, возникающего при этом в окрестности изучаемого объекта. Опыты проводились на образцах, изготовленных из различных пластмасс, чтобы при прочих равных условиях можно было сравнить влияние свойств материала на электрический отклик при его динамическом деформировании. Определены динамические модули Юнга при изгибных колебаниях и распространении продольных волн. Устанавливается необходимость учета места установки и типа антенны для адекватной трактовки регистрируемого сигнала и динамического механического процесса.

Исследованию процессов возникновения электрического поля при ударном сжатии веществ различной физической природы (диэлектрики, полупроводники, проводящие материалы, в частности металлы) посвящено значительное количество работ. Один из первых обзоров в этой области был опубликован в 1976 г. [1]. Исследованию электретов посвящена монография [2], в которой отмечены возможности их применения в качестве датчиков перемещений и деформаций. Попытки использовать появление электрического поля при ударном проникании твердых тел в грунтовые среды привели к выводу, что поле возникает в окружающем пространстве не только при ударном сжатии вещества. Некоторые результаты представлены в [3]. Это поле можно зарегистрировать при динамическом деформировании многих сред при современных характеристиках аппаратуры.

Ниже представлены экспериментальные результаты, позволяющие по электрическому полю, регистрируемому в некоторых точках в окрестности зоны, где происходят динамические механические процессы, судить о самих этих процессах.

Как всегда в эксперименте, использование результатов измерения для характеристики процесса является обратной задачей. Для правильного их толкования необходимы определенные знания об изучаемом процессе. В данном случае это особенно необходимо, так как не всегда ясно, как формируется в „точке“ регистрации электрическое поле, сопровождающее конкретный механический процесс. Рассматриваемый способ изучения динамики механических процессов в отличие от традиционных, является бесконтактным, т.е. не вносит дополнительных элементов в изучаемую механическую систему. Немаловажно, что здесь используется самогенерация механическим процессом регистрируемого электрического сигнала.

### 1. Поперечные колебания балки

Во всех представленных здесь результатах экспериментов для регистрации электрического поля использовался четырехканальный осциллограф LeCroy типа WaveSurfer 24Xs с полосой пропускания 200 МГц. В качестве датчиков измерения напряженности поля использовались штыревые и кольцевые антенны.

Эксперименты проводились на консольных балках. Схема эксперимента показана на рис. 1, здесь 1 — консольная балка, 2 — кольцевая антенна показана в положении, когда балка проходит сквозь кольцо, 3 — штыревые антенны, 4 — осциллограф. Дужкой со стрелочками по концам указано направление колебаний балки относительно антенн.

Свободные колебания балки возбуждались начальным статическим отклонением ее конца от положения равновесия с последующим внезапным снятием приложенного усилия. При этом в направлении колебаний балки с каждой ее стороны возникают механические напряжения разного знака. Использовались балки из различных материалов.

Собственные частоты и формы колебаний балки постоянного сечения при известных механических характеристиках материала легко вычисляются, поэтому показания антенн просто сопоставить с ее движением.

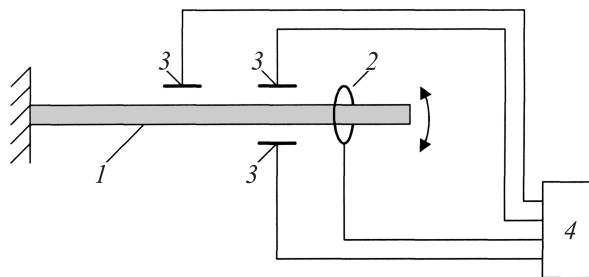
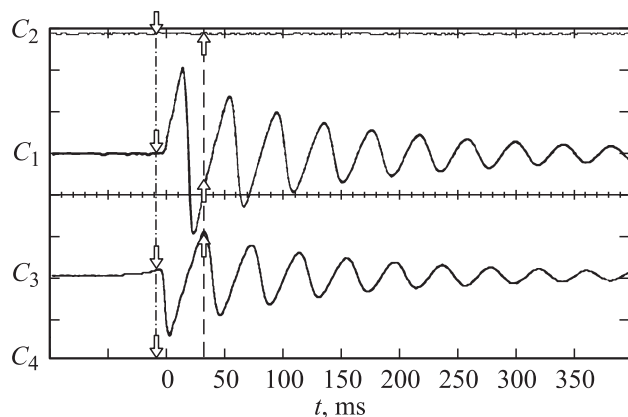


Рис. 1. Схема эксперимента с консольной балкой.



**Рис. 2.** Колебания консоли из оргстекла. Штыревые антенны установлены с разных сторон балки на расстоянии от заделки 0.8 ее длины.

В случае, когда две антенны установлены с разных сторон балки, и она приближается то к одной, то к другой штыревой антенне, осциллограммы имеют вид, приведенный на рис. 2. Цена делений по вертикали 10 мВ. Осциллограмма получена при колебаниях балки из оргстекла длиной 22.5 см с прямоугольным поперечным сечением со сторонами 30×4 мм.

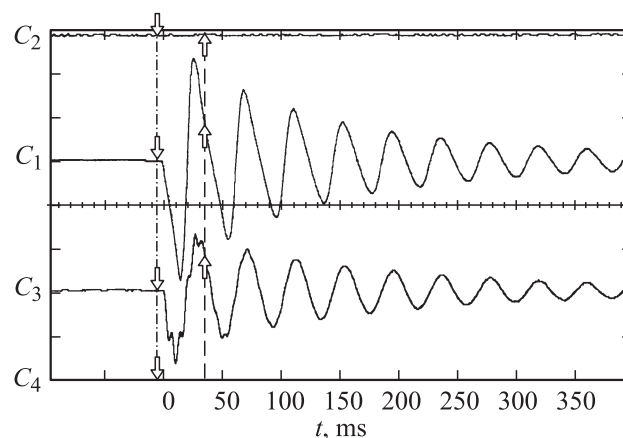
Какую информацию дает осциллограмма? В такой конфигурации эксперимента определяются частота колебаний по первой собственной форме и ее демпфирование при колебаниях в воздушной среде. Но расчетное значение первой собственной частоты колебаний по статическому модулю упругости  $E = 2.8 \cdot 10^9$  Па заметно меньше экспериментального, что подтверждает известный факт различия динамического и статического модулей для пластиков. В [4] даны значения динамических модулей при различных частотах колебаний балки из оргстекла. Для частоты 25 Hz в нашем случае динамический модуль упругости равен  $E_d = 3.74 \cdot 10^9$  Па.

Осциллограммы показывают, что антенны фиксируют изменение напряженности поля в противофазе, если они расположены с разных сторон балки. В этом случае каждая антенна „видит“ на поверхности балки, обращенной к ней, механические напряжения также противоположного знака. Осциллограммы не совсем симметричны относительно нулевой линии. Это в совокупности может свидетельствовать о том, что при изгибе балки со стороны растяжения и сжатия возникают заряды разных знаков. Если так, то можно понять, почему осциллограммы имеют форму, напоминающую синусоиду с убыванием амплитуды: антенны фиксируют напряженность поля от всех зарядов, возникающих при колебании консоли. Для зарядов, расположенных вдали от антенны у заделанного конца балки, расстояние мало изменяется при ее колебаниях, и их вклад в напряженность поля в зоне расположения антенны определяется в основном изменением их величины, а

не расстояния до нее. При существенном относительном изменении амплитуды колебаний в сравнении со средним расстоянием до антенны сигнал может сильно отличаться от синусоиды. В данном случае это более четко выражено на начальном участке колебаний. Поэтому на осциллограмме размах колебаний относительно нулевой линии заметно больше во время движения балки вблизи антенны. По мере затухания колебаний этот эффект сглаживается. На осциллограммах заметна разница в полупериодах одного периода колебаний, которая также убывает по мере затухания колебаний. При этом сумма полупериодов (период колебаний) мало изменяется.

Если изменить схему эксперимента на той же балке и расположить антенны с одной ее стороны, но одну приблизить к заделке на расстояние 0.4 длины балки, то получится осциллограмма, представленная на рис. 3. Цена деления по вертикали 100 мВ. Теперь колебания происходят в фазе, но на осциллограмме  $C_3$  видно наложение двух гармонических колебаний. Более высокая частота в точности соответствует колебаниям по второй собственной форме свободных колебаний. Положение антенны  $C_3$  в этом случае соответствует середине расстояния между узлами этой формы и, очевидно, именно здесь колебания по второй собственной форме дают заметный вклад в суммарную напряженность поля. Причиной колебаний не по одной собственной форме является способ их возбуждения, так как форма изгиба консольной балки под действием сосредоточенной силы, приложенной на ее конце, не соответствуют изгибу по первой собственной форме свободных колебаний. А начинаются колебания с реализации потенциальной энергии изгиба именно сосредоточенной силой, приложенной на свободном конце балки.

Это получается и из анализа в соответствии с подходом к подобным задачам [5].



**Рис. 3.** Колебания той же консоли, что и на рис. 2. Штыревые антенны установлены с одной стороны балки. На канале  $C_1$  — антенна на расстоянии от заделки 0.8 длины балки, на канале  $C_3$  — 0.4 длины.

Свободные поперечные колебания балки постоянного поперечного сечения без учета затухания описываются уравнением

$$\frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} + \frac{EI}{m} \frac{\partial^4 U(x, t)}{\partial x^4} = 0,$$

$U$  — поперечное смещение балки в точке  $x$ ,  $m$  — удельная плотность единицы длины балки,  $E$  — модуль Юнга материала балки,  $I$  — момент инерции поперечного сечения ее,  $t$  — время.

Введем обозначение  $b^2 = EI/m$ . Путем подстановки

$$U = \sum X(x)T(t)$$

задача сводится к отысканию решения уравнений

$$T'' + b^2 k^4 T = 0,$$

$$X^{IV} - k^4 X = 0,$$

отсюда

$$T = A \cos bk^2 t + B \sin bk^2 t,$$

$$X = C \operatorname{ch} kx + D \operatorname{sh} kx + E \cos kx + F \sin kx.$$

Граничные условия для консоли, если начало координат совпадает с заделанным ее концом, а длина равна  $l$ , запишутся следующим образом:

— при  $x = 0$   $X = 0$ ,  $X' = 0$ ; отсюда  $C + E = 0$ ,  $D + F = 0$ ;

— при  $x = l$   $X'' = 0$ ,  $X''' = 0$ ; отсюда  $C(\operatorname{ch} kl + \cos kl) + D(\operatorname{sh} kl + \sin kl) = 0$ .

Для консоли получается следующее характеристическое уравнение, определяющее значения  $kl$ , при которых возможно не нулевое решение:

$$1 + \operatorname{ch} kl \cos kl = 0.$$

Первые два корня этого уравнения имеют значения  $k_1 l = 1.875$  и  $k_2 l = 4.694$ . Квадрат отношения этих корней, очевидно, определяет отношение частот свободных колебаний по соответствующим собственным формам колебаний. В данном случае отношение частоты второй собственной формы колебаний к частоте первой формы равно 6.26, что соответствует полученному в эксперименте отношению этих частот.

Уравнение собственных форм свободных колебаний приобретает вид

$$X_k = C \left[ \operatorname{ch} kx - \cos kx - \sqrt{\frac{\operatorname{sh} kl + \sin kl}{\operatorname{sh} kl - \sin kl}} (\operatorname{sh} kx - \sin kx) \right].$$

Решением задачи будет

$$U = \sum_{n=1}^{\infty} A_n X_n \cos k_n^2 b t + \sum_{n=1}^{\infty} B_n X_n \sin k_n^2 b t.$$

Это решение должно удовлетворять начальным условиям  $U(x, 0) = x^2(3l - x)/6EI$ , что соответствует статическому начальному прогибу балки под действием

единичной силы, приложенной на ее свободном конце, и  $U'(x, 0) = 0$ , т.е. нулевой начальной скорости движения из этого положения. Из последнего условия следует, что  $B_n = 0$ .

Первое начальное условие приводит к равенству

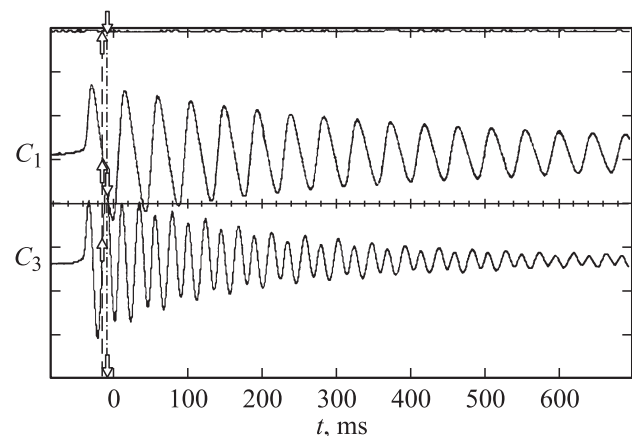
$$U(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n X_n.$$

Поскольку собственные формы свободных колебаний взаимно ортогональны, то

$$A_n = \frac{\int_0^l U(x, 0) X_n(x) dx}{\int_0^l X_n^2(x) dx}.$$

Вычисления показали, что отношение амплитуды второй собственной формы свободных колебаний к амплитуде первой составляет примерно 0.2. Действительно, при таких начальных условиях возбуждаются заметные колебания по второй форме, что и регистрируется экспериментально.

Сигналы, воспринимаемые штырьковыми антеннами при колебаниях балки, отличаются от гармонических. Они зависят не только от ее гармонических движений относительно положения равновесия, но и от расстояния до места расположения антенны каждого элемента балки, участвующего в создании напряженности поля. Это наглядно проявляется, если сложить сигналы с антенн, расположенных с разных сторон балки на равных расстояниях от невозмущенного положения и удаленных от заделки на 0.8 ее длины. В этом случае они находятся в противофазе. Результат показан на рис. 4 для балки из винипластового прута длиной 370 мм, диаметром 16 мм. Цена деления по вертикали 100 мВ.



**Рис. 4.** Колебания консоли из винипласта. На канале  $C_1$  — сигнал со штыревой антенны, установленной на расстоянии от заделки 0.7 длины балки. На канал  $C_3$  сведены сигналы с двух штыревых антенн, расположенных с разных сторон балки на одинаковом расстоянии от ее нейтрального положения и удаленных от заделки на 0.8 длины.

Колебания сигнала по каналу  $C_3$  происходят с частотой, вдвое большей, чем частота колебаний по первой собственной форме, фиксируемой каналом  $C_1$ .

Можно представить этот результат следующим образом. Сигнал на канале  $C_3$  является суммой сигналов, сдвинутых по фазе. Механические гармонические колебания балки относительно антенн сдвинуты на  $180^\circ$ . Но на них накладываются сопровождающие их электрические процессы, что отражается на окончательной форме изменения напряженности поля  $E$  в точке расположения антенн. В данном случае общий сигнал  $E$ , поступающий на осциллограф, является суммой сигналов  $E_1$  и  $E_2$  с двух антенн, запишем это так:

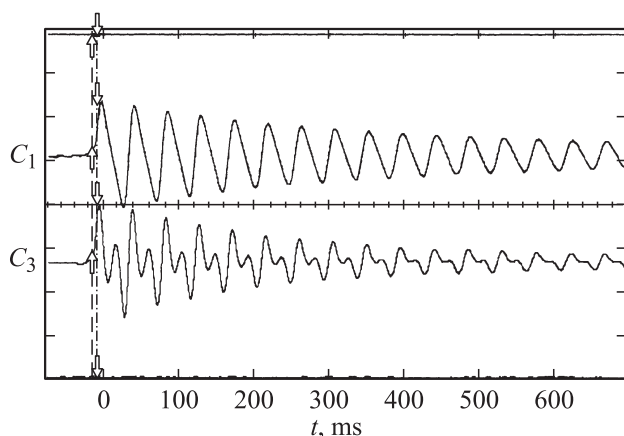
$$E = E_1 + E_2 = f_1(t) \sin \omega t + f_2(t) \sin(\omega t + \pi).$$

Поскольку эксперимент показал, что колебания напряженности общего сигнала происходят с частотой  $2\omega$ , это соотношение можно представить в виде

$$E = f_3 \sin 2\omega t = (f_1(t) - f_2(t)) \sin \omega t.$$

Приведенное равенство будет справедливо, если отношение  $(f_1(t) - f_2(t))/2f_3$  будет равно  $\cos \omega t$ . А это значит, что суммарный электрический сигнал, регистрируемый одновременно с разных сторон балки (выражение в скобках), колеблется с ее же частотой, но сдвинут по фазе на  $\pi/2$ .

Если антенны, с которых складываются сигналы, расположены на разных расстояниях от нейтрального положения той же балки, то форма их суммарного сигнала приобретает вид, показанный на рис. 5 (канал  $C_3$ , цена деления по вертикали 100 мВ). Это, очевидно, обусловлено тем, что при таком же сдвиге фаз, как и в случае эксперимента, представленного на рис. 4 (канал  $C_3$ ), складываются сигналы разной амплитуды.



**Рис. 5.** Колебания той же консоли, что и на рис. 4. На канале  $C_1$  — сигнал со штыревой антенны, установленной на расстоянии 0.7 длины балки от заделки. На канал  $C_3$  сведены сигналы с двух штыревых антенн, расположенных с разных ее сторон на расстоянии от заделки 0.8 длины балки с разных ее сторон, но на разном расстоянии от нейтрального положения.

Близкие по характеру сигналы регистрируются кольцевой антенной, плоскость кольца которой перпендикулярна оси балки, а сама балка проходит через кольцо. Когда в нейтральном положении ось балки проходит через центр кольцевой антенны, с нее записывается сигнал, совпадающий по форме с сигналом  $C_3$  на рис. 4. При нарушении этого условия осциллограмма приобретает характерный вид, представленный  $C_3$  на рис. 5.

Экспериментально полученные частоты колебаний балок по первой собственной форме показали, что у пластических материалов модуль упругости в динамике заметно больше, чем статический. Например, у винилпласта статический модуль  $E = 10^9$  Па, динамический при частоте колебаний 25 Hz  $E_d = 3.5 \cdot 10^9$  Па; у фторопласта в статике  $E = 6.6 \cdot 10^8$  Па, динамический при частоте 13 Hz  $E_d = 1.8 \cdot 10^9$  Па. Аналогичное свойство, как уже отмечалось, проявляется и у оргстекла.

Сравнение характеристик электрического поля, возникающего при колебаниях балок из различных материалов, проводилось на консольных балках одинаковых геометрических размеров. Колебания возбуждались путем равного во всех случаях начального статического прогиба конца балки. В такой постановке эксперимента наибольший сигнал получается при колебаниях балки из винилпласта и фторопласта. Существенно меньший сигнал возникал при колебаниях балки из оргстекла и текстолита, еще меньший — у балки из эбонита, текстолита и дерева. На максимальной чувствительности осциллографа удалось записать колебания стальной балки после нанесения на ее поверхность масляной пленки. Но следует отметить, что уровень электрического отклика на колебания балки существенно зависит, очевидно, от многих факторов. Например, от величины механических напряжений, возникающих в образце, от состояния его поверхности, от окружающей среды.

Есть еще одно отличие в осциллограммах. При колебании балок из различных материалов для всех упомянутых пластмасс, кроме текстолита, регистрируется положительный сигнал со стороны балки, где ее волокна сжаты.

## 2. Продольные и сдвиговые волны в стержнях

Эксперименты проводились на стержнях из двух типов материала: винилпласта и оргстекла. Стержень из оргстекла имел прямоугольное поперечное сечение размером  $10.5 \times 21$  мм и длиной 1660 мм. Винилпластовый стержень был диаметром 16 мм и длиной 1200 мм. Проводились также эксперименты на трубчатом образце из винилпласта, который имел наружный диаметр 32 мм, а внутренний — 24 при длине 1840 мм.

Продольные волны в стержне возбуждались выстрелом по его торцу из пневмопушки цилиндрической пушкой диаметром 10 мм и длиной от 10 до 40 мм. Скорость удара была в пределах 40–60 м/с. По линии

стрельбы стержни вывешивались на двух нейлоновых нитях так, чтобы удар приходился в центр его поперечного сечения. При такой методике возбуждения волн деформации их первоначальная длина составляла примерно две длины пульки.

Для возбуждения продольных волн в трубчатом образце один из его торцов закрывался дюралевым диском с центрирующим буртиком. Образец вывешивался на нитях так, чтобы удар приходился в центр диска. В этом случае стрельба производилась дюралевыми цилиндрами с полусферической передней частью.

Волна кручения в этом же образце создавалась с помощью устройства, показанного на рис. 6 (здесь 1 — винипластовая труба, 2 — запрессованная в трубу дюралевая втулка, 3 — опора трубы на скользящей посадке у ее переднего торца, 4 — массивный цилиндр, ось которого совпадает с осью трубы, 5 — шток из дюралья, 7 — стержень из оргстекла). В этом случае образец вывешивался так, чтобы его ось была перпендикулярна оси пушки, а точка А находилась на линии стрельбы. Выстрел производился по точке А. При этом создавался импульс момента силы относительно оси образца и поперечная сила. Момент через стержень и втулку передавался на образец. Его величина и в какой-то мере длительность определялись усилием, при котором разрушался стержень 7. Поперечная сила в основном воспринималась цилиндром 4. Его роль вместе с опорой — уменьшить долю поперечной силы, приходящей на образец. Стержень 7 изготавливался из оргстекла, чтобы при его хрупком разрушении создавался как можно более короткий во времени момент импульса.

Кольцевые антенны диаметром 40 мм устанавливались своей плоскостью перпендикулярно оси образца, которая проходила через центр кольца. Штыревые антенны длиной 20 мм были параллельны оси образца.

На рис. 7 приведена осциллограмма, полученная в результате удара по винипластовому стержню пулвкой длиной 20 мм из винипласта. Все антенны были кольцевые. Стержень проходит по центру антенны. На канале  $C_1$  цена деления по вертикали 5000, на  $C_3$  — 200, на  $C_2$  — 50 мВ. Здесь прохождение волны сжатия сквозь антенну дает отрицательный знак с датчика, а растяжения — положительный, в отличие от опытов с балкой. На антенне, обращенной к сжатым волокнам,

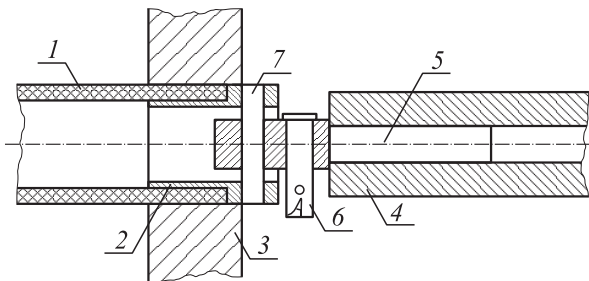


Рис. 6. Схема устройства для возбуждения волн кручения.

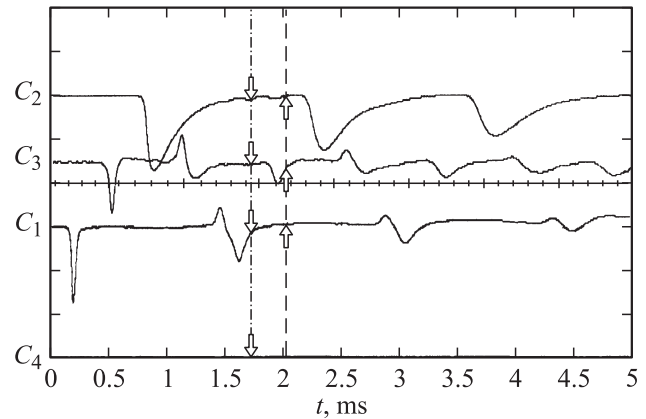


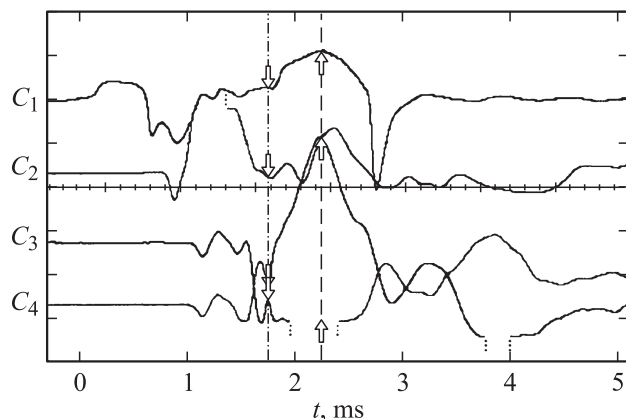
Рис. 7. Запись движения волн растяжения сжатия при продольном ударе по винипластовому стержню. На канале  $C_1$  сигнал с антенны, установленной на расстоянии 125 мм от торца, по которому произведен удар, на  $C_3$  сигнал с антенны, расположенной на расстоянии 555 мм от первой антенны, на  $C_2$  сигнал с антенны у дальнего конца стержня.

сигнал был положительным. Длина импульса на осциллограмме, если бы он формировался лишь при прохождении импульса деформации сквозь антенну, должна была бы составлять около  $25 \mu\text{s}$ . Это следует из определенной в этих экспериментах скорости продольной волны в винипластовом стержне, равной 1680 м/с, и длине пульки. В действительности получилась длина импульса примерно  $130 \mu\text{s}$ . Значит, антенна „видит“ волну деформации на длине распространения импульса по стержню, равной 220 мм вместо 40. Следует отметить, что штыревые антенны при регистрации продольных волн дают менее выразительные осциллограммы, так как они гораздо более чувствительны к изгибным деформациям стержня, которые возбуждаются при недостаточно центрированном ударе.

В опытах со стержнем из оргстекла зарегистрирована скорость продольных волн как растяжения, так и сжатия 2150 м/с, что заметно больше этой скорости, вычисленной с использованием статического модуля упругости — 1500 м/с.

В трубчатом винипластовом образце, который использовался для возбуждения волн кручения, скорость продольной волны равна 1500 м/с.

При возбуждении волн кручения не удалось получить выразительных осциллограмм, как при создании продольных, где наблюдалось многократное прохождение отраженных волн. Это связано с несовершенством используемого устройства, так как не удалось избавиться от возникновения одновременно с волной кручения и волн изгиба. Типичная осциллограмма приведена на рис. 8. На канале  $C_1$  цена деления по вертикали 200, на  $C_2$  — 500, на  $C_3$  и  $C_4$  — 20 мВ. Сигналы с антенн третьего и четвертого каналов позволяют убедиться в том, что первые пришедшие на них сигналы не связаны с изгибными деформациями трубы. Лишь через полтора



**Рис. 8.** Осциллограмма, полученная при возбуждении волн кручения в винилпластовом трубчатом образце. На канале  $C_1$  — штыревая антенна в зоне соударения пульки с устройством, показанным на рис. 6. На канале  $C_2$  — кольцевая антенна, расположенная в 20 мм от переднего торца образца. К каналам  $C_3$  и  $C_4$  подключены штыревые антенны, расположенные друг против друга с разных сторон образца на одинаковом расстоянии от него и удаленных по оси на 20 мм от антенны канала  $C_2$ .

периода согласованных по фазе колебаний начальных сигналов происходит их перестройка в противофазе из-за расположения антенн друг против друга с разных сторон образца, что связано с его изгибом. Колебательный характер этих сигналов обусловлен способом передачи крутящего момента от дюралевой втулки к трубе за счет силы трения между ними. При наличии небольшого проскальзывания это происходит в автоколебательном режиме. Все элементы автоколебательной системы здесь присутствуют. Согласованные по фазе сигналы распространяются со скоростью  $900 \pm 20$  м/с. Используя ранее полученную скорость продольной волны для этого трубчатого стержня 1500 м/с, можно дать оценку величины коэффициента Пуассона  $\nu$ , реализующегося в динамике

$$\nu = \frac{1}{2} \left( \frac{V_n}{V_c} \right)^2 - 1 = 0.31 - 0.42.$$

Здесь в скобках отношение скорости продольной волны к скорости волны кручения. Полученное значение  $\nu$  лежит в пределах обычных его значений для других пластмасс.

## Заключение

1. Динамические деформации растяжения или сжатия в испытанных диэлектриках вызывают в окружающем пространстве эффект действия зарядов разного знака.

2. Рассматриваемый метод наблюдения и регистрации динамических процессов деформирования элементов конструкций может успешно применяться при простых антенных устройствах и существующей чувствительности регистрирующей аппаратуры.

3. Чувствительность метода, или электрический отклик, существенно зависит от многих факторов: материала, из которого изготовлен изучаемый объект, характера его напряженного состояния, от окружающей среды, от состояния поверхности изучаемых объектов. Это позволяет по необходимости как повысить, так и понизить проявление электромагнитного отклика отдельных элементов сложной механической системы.

4. Информация о механических процессах, предоставляемая рассматриваемым методом, существенно зависит от мест расположения и характеристик приемных устройств. Это позволяет использовать его для изучения различных характеристик динамических механических процессов.

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РФФИ № 08-01-12031.

## Список литературы

- [1] Минеев В.М., Иванов А.Г. // УФН. 1976. Т. 119. Вып. 1. С. 75–109.
- [2] Луцейкин Г.А. Полимерные электреты. М.: Химия, 1984. 183 с.
- [3] Бивин Ю.К., Викторов В.В., Чурсин А.С. // Мат. V Всесоюз. съезда по теоретической и прикладной механике. Алма-Ата: Наука, 1981. С. 60–61.
- [4] Методы испытания, контроля и исследования машиностроительных материалов / Под ред. чл.-корр. АН СССР А.Т. Туманова. М: Машиностроение, 1973. 283 с.
- [5] Крылов А.Н. Вибрация судов. М.–Л.: Наука, 1948. Т. 10. 398 с.