

01:05

# Дисперсия автоволн локализованного пластического течения

© Л.Б. Зуев, Ю.А. Хон, С.А. Баранникова

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН,  
634021 Томск, Россия  
e-mail: lbz@ispms.tsc.ru

(Поступило в Редакцию 30 ноября 2009 г.)

Экспериментально установлено и проанализировано дисперсионное соотношение для автоволн локализованной пластической деформации, возникающих на стадиях легкого скольжения и линейного деформационного упрочнения металлов и сплавов. Объяснены квадратичный вид этого соотношения и характер зависимости фазовой и групповой скоростей автоволн от волнового числа, а также количественная связь характеристик автоволновых процессов локализации пластического течения и параметров кристаллической решетки деформируемых твердых тел.

## Введение

Неоднородность пластического течения является характерной чертой необратимого изменения формы твердых тел на всех масштабах наблюдения. Как показано в экспериментальных исследованиях [1], пластическая деформация твердых тел развивается локализованно, а картины локализации на разных стадиях пластического течения однозначно связаны с действующими на них законами деформационного упрочнения. Особенно ярко локализация проявляется на макроскопическом масштабном уровне, принимая форму автоволновых процессов [2] разных типов.<sup>1</sup> Пример такой локализации приведен на рис. 1.

Экспериментально автоволны локализации пластического течения наблюдались в наших исследованиях при использовании специально разработанной для этих целей методики двухэкспозиционной спекл-фотографии [3], родственной голограммии сфокусированных изображений и позволяющей экспериментально определять поле векторов смещения в деформируемом образце и рассчитывать все компоненты тензора пластической дисторсии.

Используя эту методику, удалось установить, что в процессе пластического течения деформируемое тело самопроизвольно расслаивается на чередующиеся активно деформирующиеся и недеформирующиеся зоны с характерным макромасштабом неоднородности  $\sim 10^{-2}$  м, которые могут перемещаться или быть неподвижными. Кинетика деформации в каждой зоне индивидуальна, но согласована с деформационными процессами в соседних зонах. Подтверждение этих результатов было недавно получено в работах [4–6], а ранее автор [7] качественно рассмотрел эту проблему в рамках градиентной теории пластичности.

При растяжении с постоянной скоростью на стадиях легкого скольжения и линейного деформационного

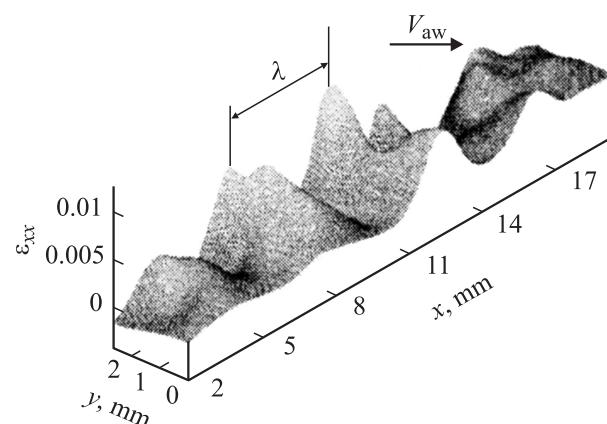
упрочнения, на которых коэффициент деформационного упрочнения составляет

$$\theta = E^{-1} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \text{const},$$

где  $E$  — модуль упругости,  $\sigma$  — напряжение,  $\varepsilon$  — деформация, в исследованных моно- и поликристаллах возникает специфическая периодическая пространственно-временная картина — автоволны локализованной деформации. В этих условиях вдоль оси образца с постоянной скоростью  $V_{aw}$  синхронно движется группа зон локализации пластической деформации, расстояние между которыми остается постоянным на протяжении стадий легкого скольжения или линейного деформационного упрочнения. Важными характеристиками этого типичного автоволнового процесса развития локализованного пластического течения [1] являются скорость распространения автоволн  $V_{aw}$  и их закон дисперсии.

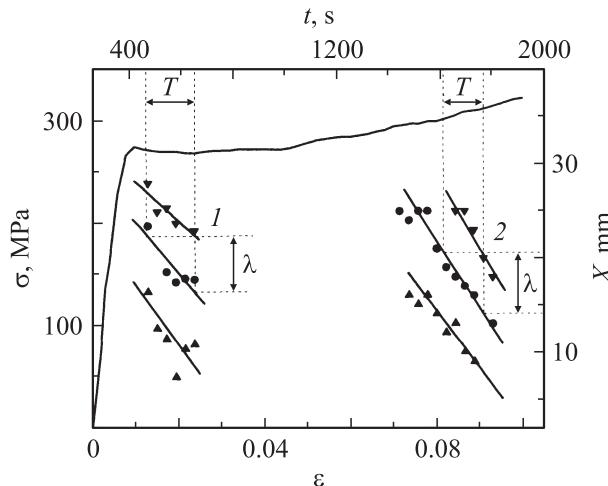
## 1. Экспериментальные данные

Названные характеристики получались следующим образом. Проследив за перемещением позиций максимум



**Рис. 1.** Пример развития автоволнового процесса локализации пластической деформации на стадии линейного упрочнения монокристалла легированного  $\gamma$ -Fe.

<sup>1</sup> Согласно [2], автоволны — это самопроизвольно возникающие периодические в пространстве и времени процессы, не требующие для своего возбуждения периодического или импульсного временного воздействия.



**Рис. 2.** Способ определения пространственного и временного периода локализованной пластической деформации. Монокристалл  $\gamma$ -Fe, легкое скольжение (1), линейное деформационное упрочнение (2).

мов  $X$  локальной деформации во времени  $t$ , можно, как показано на рис. 2, измерить длину автоволны (расстояние между очагами локализованной пластичности)  $\lambda$ , период колебаний  $T$  в автоволне, соответственно частоту  $\omega = 2\pi/T$  и волновое число  $k = 2\pi/\lambda$  [8]. Величина скорости, определяемая как

$$V_{aw} = \frac{\lambda}{T} \approx V_0 + \frac{\Omega}{\theta} \propto \frac{1}{\theta},$$

во всех случаях лежит в интервале  $10^{-5}$ – $10^{-4}$  м/с [1]. Выполнение этого соотношения экспериментально подтверждено для всех исследованных к настоящему моменту металлов и сплавов, кривая течения  $\sigma(\varepsilon)$  которых содержит стадии легкого скольжения и/или линейного деформационного упрочнения. Характер зависимости  $V_{aw} \propto \theta^{-1}$  принципиально отличен от зависимости  $V_{pw} \approx \sqrt{\theta/\rho} \propto \theta^{1/2}$ , где  $\rho$  — плотность материала, для скорости распространения ранее исследованных пластических волн [9], составляющей обычно  $\sim 10$ – $10^2$  м/с. Различия скоростей  $V_{aw} \ll V_{pw}$  и форм зависимостей  $V_{aw} \propto \theta^{-1}$  и  $V_{pw} \propto \theta^{1/2}$  позволяют считать, что наблюдаемые при пластическом течении автоволновые процессы принципиально отличаются по своей природе от пластических волн. Соображения о соотношении скоростей  $V_{aw}/V_{pw} \ll 1$  и природе зависимости  $V_{aw} \propto \theta^{-1}$  детально рассмотрены в работе [1].

Предметом настоящей статьи является дисперсионное соотношение  $\omega(k)$  для автоволн локализованного пластического течения. Его вид приведен на рис. 3, *a*, причем

$$\omega(k) = \omega_0 \pm \alpha(k - k_0)^2. \quad (1)$$

Константы  $\omega_0$ ,  $k_0$  и  $\alpha$  определяются эмпирически, знаки (–) и (+) относятся к стадиям легкого скольжения и линейного деформационного упрочнения соответственно. Заменой  $\omega$  и  $k$  в (1) на  $\omega = \omega_0\tilde{\omega}$  и

$k = k_0 + \tilde{k} [\text{sign } \alpha (\alpha/\omega_0)]^{-1/2}$ , где  $\tilde{\omega}$  и  $\tilde{k}$  — безразмерные частота и волновое число, а  $\text{sign } \alpha$  — знаковая функция от  $\alpha$ , (1) приводится к каноническому виду [10]

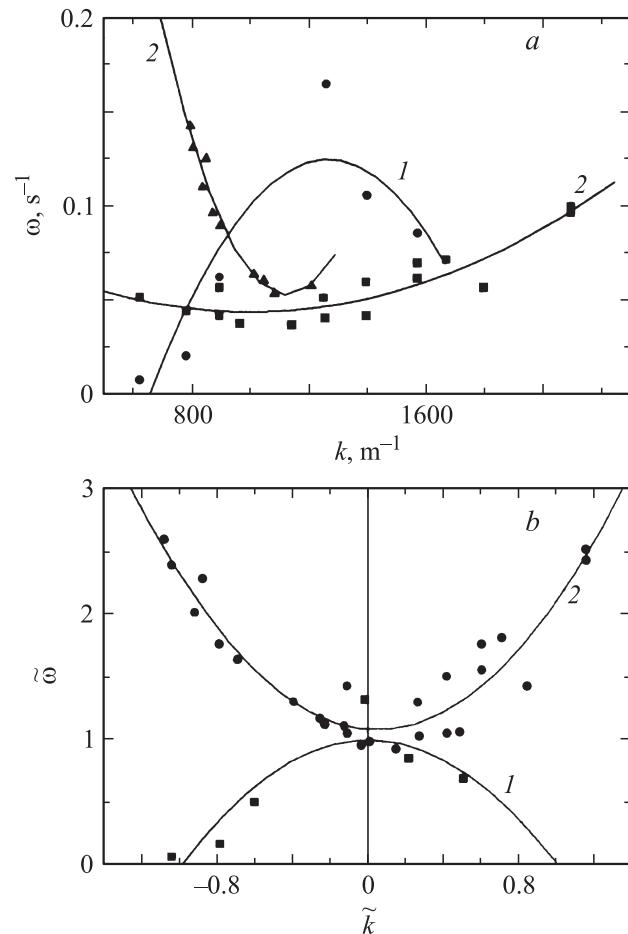
$$\tilde{\omega} = 1 \pm \tilde{k}^2, \quad (2)$$

представленному на рис. 3, *b*. Из соотношения (2) следует, что зависимости фазовой  $\tilde{V}_{ph}$  и групповой  $\tilde{V}_{gr}$  скоростей автоволн от волнового числа  $k$  имеют вид

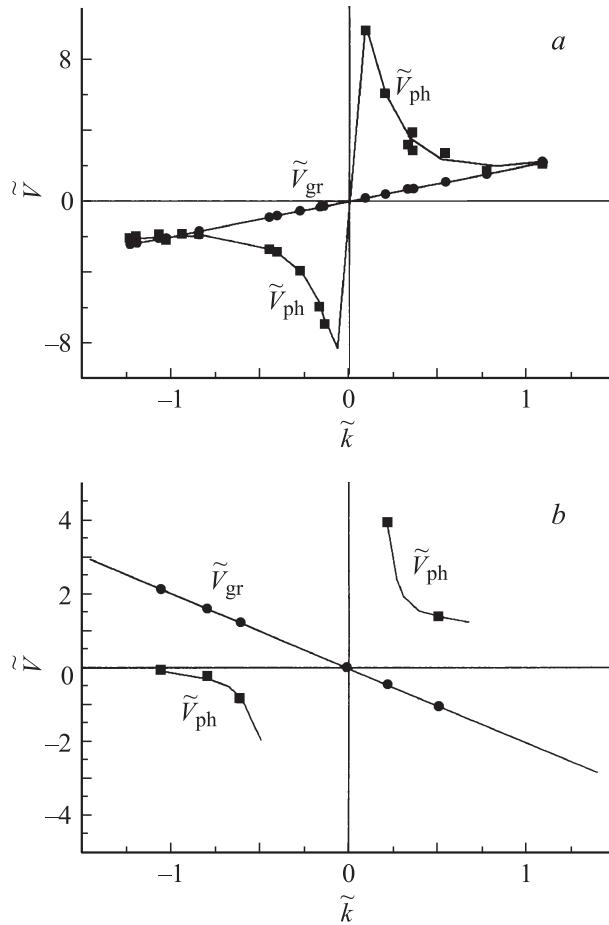
$$\tilde{V}_{ph}(\tilde{k}) = \frac{\tilde{\omega}}{\tilde{k}} \approx \pm \tilde{k} + \frac{1}{\tilde{k}}, \quad (3)$$

$$\tilde{V}_{gr}(\tilde{k}) = \frac{d\tilde{\omega}}{d\tilde{k}} \approx \pm \tilde{k}. \quad (4)$$

Поведение зависимостей  $V_{ph}(k)$  и  $V_{gr}(k)$  для рассматриваемых стадий деформационного упрочнения, как показано на рис. 4 различно. На стадии линейного упрочнения (рис. 4, *a*) при  $\tilde{k}_c \geq 1$  имеем  $V_{ph} = V_{gr}$ , т.е. автоволны локализованной деформации на этой стадии не испытывают дисперсии.



**Рис. 3.** *a* — дисперсионные кривые для стадий легкого скольжения (1, ●) и линейного деформационного упрочнения (2, ■ — монокристаллы Fe, ▲ — поликристаллы Al); *b* — то же в координатах  $\tilde{V} = f(\tilde{k})$ .



**Рис. 4.** Фазовая и групповая скорости автоволн локализованной пластичности как функции волнового числа в координатах  $\tilde{V} = f(\tilde{k})$ ; *a* — линейное деформационное упрочнение, *b* — легкое скольжение.

Численные оценки, проведенные по экспериментальным данным рис. 1, показывают, что для монокристаллов легированного  $\gamma$ -Fe  $k_c \approx 1.1 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$ ,  $\lambda_c \approx 5.7 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , а для поликристаллов Al  $k_c \approx 1.15 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$ ,  $\lambda_c \approx 5.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . Напротив, на стадии легкого скольжения, которой соответствует рис. 4, *b*,  $V_{\text{ph}} \neq V_{\text{gr}}$  при любых  $k$ . Возможно, эта особенность поведения зависимостей  $V_{\text{ph}}(k)$  и  $V_{\text{gr}}(k)$  может объяснить трудности экспериментального наблюдения этой стадии.

## 2. О природе дисперсии автоволн локализованного пластического течения

Дисперсионное соотношение квадратичного типа (1) и (2) характерно, например, для периодических процессов, являющихся решениями нелинейного уравнения Шредингера [10], описывающего самоорганизацию в активных нелинейных средах. По этой причине вопрос о природе подобного закона дисперсии достоин внимательного анализа. Для анализа ситуации общую

локальную деформацию среды  $\varepsilon_{ij}$  представим в виде

$$\varepsilon_{ij}(r, t) = \varepsilon_{ij}^e(r, t) + \varepsilon_{ij}^r(r, t) + \varepsilon_{ij}^{ir}(r, t), \quad (5)$$

где  $\varepsilon_{ij}^e$  — упругая,  $\varepsilon_{ij}^r$  — обратимая неупругая,  $\varepsilon_{ij}^{ir}$  — необратимая неупругая деформации,  $r$  — радиус-вектор рассматриваемой точки в деформируемом образце,  $t$  — время. Под точкой подразумевается объем, содержащий достаточно большое число атомов. Так как неупругая деформация имеет очаговый характер, величины  $\varepsilon_{ij}^r$  и  $\varepsilon_{ij}^{ir}$  запишем в виде

$$\varepsilon_{ij}^r(r, t) = \varepsilon_{ij}^q q(r, t) \quad \text{и} \quad \varepsilon_{ij}^{ir}(r, t) = \varepsilon_{ij}^p p(r, t), \quad (6)$$

где  $q$  и  $p$  определяют доли объема, занятые очагами обратимой и необратимой неупругой деформации соответственно, а величины  $\varepsilon_{ij}^q$  и  $\varepsilon_{ij}^p$  в (6) соответствуют средним значениям этих деформаций в соответствующих очагах и определяются механизмами неупругой деформации. Переменные  $p(r, t)$  и  $q(r, t)$ , характеризующие изменение внутренней структуры материала при деформации, рассматриваются далее как параметры порядка Ландау и считаются непрерывными функциями координат и времени. Ясно, что  $0 \leq q \leq 1$  и  $0 \leq p \leq 1$ , причем при  $q = 0$ ,  $p = 0$  образец испытывает только упругую деформацию, а при  $q > 0$ ,  $p > 0$  — однородную неупругую. Локализованному в пространстве решению  $p = p(r, t)$  соответствует локализованная пластическая деформация.

Чтобы найти кинетические уравнения для параметров порядка  $p$  и  $q$ , применим локальное приближение неравновесной термодинамики в формулировке [11], включив  $p$  и  $q$  в число термодинамических переменных и считая, что свободная энергия единицы объема  $f$  есть функция  $T$ ,  $\varepsilon_{ij}$ ,  $p$  и  $q$ , а ее изменение

$$df = -sdT - \sigma_{ij}d\varepsilon_{ij} + Adp + Bdq. \quad (7)$$

Здесь величины локальной энтропии  $s$ , тензора упругих напряжений  $\varepsilon_{ij}$ , а также термодинамические силы  $A$  и  $B$ , соответствующие параметрам порядка  $p$  и  $q$ , зависят от тех же переменных, что и  $f$ . Следуя [12], при  $T = \text{const}$  и скоростях движения среды  $v_i/c_s \ll 1$  ( $v_i$  — компоненты скорости движения среды в декартовой системе координат  $x_1, x_2, x_3$ ;  $c_s$  — скорость звука) можно выписать уравнения эволюции параметров порядка

$$\tau_p \dot{p} = X(p, q, T, \varepsilon_{ij}) + \tau_p \nabla [D_{pp} \nabla p + D_{pq} \nabla q], \quad (8)$$

$$\tau_Q \dot{q} = Y(p, q, T, \varepsilon_{ij}) + \tau_Q \nabla [D_{qq} \nabla q + D_{qp} \nabla p], \quad (9)$$

где  $X$  и  $Y$  — безразмерные функции источников и стоков,  $\tau_p$  и  $\tau_Q$  — характерные времена изменения параметров порядка  $p$  и  $q$  соответственно. Соотношения (8) и (9) являются обобщением уравнений, описывающих процессы самоорганизации в активных средах [2,13], на случай деформируемой среды.

Коэффициенты переноса в (8) и (9) определяются выражениями, полученными в [13]

$$\begin{aligned} D_{pp} &= D_{pp}^0 - C_{ijmn}^{-1} D_{pe} \left( \frac{\partial \sigma_{mn}}{\partial p} \right)_{\varepsilon_{mn,q}}, \\ D_{qq} &= D_{qq}^0 - C_{ijmn}^{-1} D_{qe} \left( \frac{\partial \sigma_{mn}}{\partial q} \right)_{\varepsilon_{mn,p}}, \\ D_{pq} &= D_{pq}^0 - C_{ijmn}^{-1} D_{pe} \left( \frac{\partial \sigma_{mn}}{\partial q} \right)_{\varepsilon_{mn,p}}, \\ D_{qp} &= D_{qp}^0 - C_{ijmn}^{-1} D_{qe} \left( \frac{\partial \sigma_{mn}}{\partial p} \right)_{\varepsilon_{mn,q}}, \\ D_{pp}^0 &= L_{pp} \left( \frac{\partial A}{\partial p} \right)_{q,\varepsilon_{ij}} + L_{pq} \left( \frac{\partial B}{\partial p} \right)_{q,\varepsilon_{ij}}, \\ D_{pq}^0 &= L_{pp} \left( \frac{\partial A}{\partial q} \right)_{p,\varepsilon_{ij}} + L_{pq} \left( \frac{\partial B}{\partial q} \right)_{p,\varepsilon_{ij}}, \\ D_{qp}^0 &= L_{qq} \left( \frac{\partial B}{\partial p} \right)_{q,\varepsilon_{ij}} + L_{qp} \left( \frac{\partial A}{\partial p} \right)_{q,\varepsilon_{ij}}, \\ D_{qq}^0 &= L_{qq} \left( \frac{\partial B}{\partial q} \right)_{p,\varepsilon_{ij}} + L_{pq} \left( \frac{\partial A}{\partial q} \right)_{p,\varepsilon_{ij}}, \\ D_{pe} &= L_{pp} \left( \frac{\partial A}{\partial \varepsilon_{ij}} \right)_{q,p} + L_{pq} \left( \frac{\partial B}{\partial \varepsilon_{ij}} \right)_{q,p}, \\ D_{qe} &= L_{qq} \left( \frac{\partial B}{\partial \varepsilon_{ij}} \right)_{q,p} + L_{pq} \left( \frac{\partial A}{\partial \varepsilon_{ij}} \right)_{q,p}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $C_{ijmn} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{mn}} (\frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}})_{T,p,q}$  — модули упругости, а  $L_{pp}$ ,  $L_{qq}$ ,  $L_{pq} = L_{qp}$  — элементы матрицы Онзагера. Таким образом, зависящими от термодинамических переменных оказываются не только функции источников, но и коэффициенты переноса. В частности, из (10) следует, что последние могут быть как положительными, так и отрицательными.

Явный вид функций источников  $X, Y$  в (8) и (9) определяется взаимодействием очагов неупругой деформации. Независимо от конкретного механизма такого взаимодействия функции источников должны иметь не менее двух состояний. Первое из них  $p_0 = q_0 = 0$ , соответствующее области упругой деформации, должно быть единственным и устойчивым в относительно малых однородных возмущений  $\delta p, \delta q \propto \exp(\gamma t)$ . Это имеет место при  $\operatorname{Re} \gamma < 0$ , где  $\gamma$  — коэффициент затухания. Второе состояние  $p_h > 0, q_h > 0$  соответствует пластической деформации, когда производные по нижнему индексу, вычисленные в точке равновесия  $p_h, q_h$ , от функций источника  $X'_p < 0$  и  $Y'_q > 0$ . Оно может оказаться неустойчивым относительно пространственно неоднородных возмущений  $\delta p, \delta q \propto \exp(\gamma t + ik_p r)$ .

Тип реализующейся неустойчивости зависит от безразмерных величин  $\alpha = t_Q/t_p$  и  $\beta = \alpha D_{qq}/D_{pp}$  и соотношения между ними [14]. При выполнении условий  $\beta \ll 1$  и/или  $\alpha \ll 1$  переход системы из состояния  $p_0, q_0$

в состояние  $p_h, q_h$  при малых локальных возмущениях сопровождается образованием либо автоволн, либо автосолитонов — локализованных неравновесных областей [14]. На периферии автосолитона решения переходят в однородные стационарные решения в точке  $p_h, q_h$ .

Если

$$\alpha \leq \alpha_H = -Y'_q/X'_p, \quad (11)$$

то решение  $p_h > 0, q_h > 0$  неустойчиво ( $\operatorname{Re} \gamma > 0$ ) относительно однородных колебаний с частотой  $\omega = \operatorname{Im} \gamma$  (бифуркация Андронова–Хопфа). В точке бифуркации  $\alpha = \alpha_H$  частота

$$\omega_H = \left( \frac{X'_p Y'_q - X'_q Y'_p}{t_p t_q} \right)^{1/2}. \quad (12)$$

При  $D_{qp} = D_{pq} = 0$  из (8) и (9) стандартным образом находится дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} D(\gamma, k) &= (t_{py} - X'_p + k^2 D_{pp} t_p) \\ &\times (t_{Qy} - Y'_q + k^2 D_{qq} t_Q) - X'_q Y'_p = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

причем в точке бифуркации зависимость  $\omega(k)$  сводится к уравнению

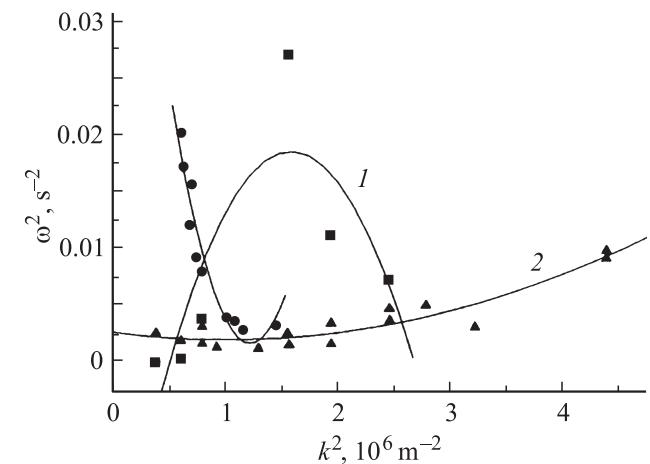
$$\omega^2 = \omega_H^2 - ak^2 + bk^4, \quad (14)$$

коэффициенты  $a$  и  $b$  которого

$$a = \frac{Y'_q D_{pp}}{t_0} + \frac{X'_p D_{qq}}{t_p} \quad \text{и} \quad b = D_{pp} D_{qq} \quad (15)$$

положительны или отрицательны в зависимости от знаков коэффициентов переноса  $D_{pp}$  и  $D_{qq}$  и производных от функций источников  $X'$  и  $Y'$ .

Уравнения (1) и (14) фактически эквивалентны, так что дисперсионное соотношение для автоволн локализованного пластического течения  $\omega \propto k^2$ . Аппроксимация экспериментальных данных с помощью (14), представлена на рис. 5, подчеркивает это обстоятельство. В точке  $k_m = (a/2b)^{1/2}$  экстремальная функция  $\omega(k)$  имеет



**Рис. 5.** Дисперсионные кривые для легкого скольжения (1) и линейного деформационного упрочнения (2) в координатах  $k^2 = f(\omega^2)$  в соответствии с (14).

минимум  $\omega_{\min} = (\omega_H^2 - a^2/4b)^{1/2}$  при  $a > 0$ ,  $b > 0$  или максимум

$$\omega_{\max} = (\omega_H^2 + a^2/4|b|)^{1/2}$$

при  $a < 0$  и  $b < 0$ . Эти варианты, как и на рис. 3, отвечают двум ветвям дисперсии с минимумом или максимумом при  $k = k_m$ .

### 3. Макро- и микрохарактеристики локализации пластического течения

Рассмотрим ряд следствий, вытекающих из дисперсионного соотношения (1) и (2). При  $T = \text{const}$  из (3) следует, что

$$d\sigma_{ij} = \left( \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{mn}} \right)_{p,q} d\varepsilon_{mn} + \left( \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial p} \right)_{\varepsilon_{ij},q} dp + \left( \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial q} \right)_{\varepsilon_{ij},p} dq. \quad (16)$$

Из уравнения баланса импульса  $\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i}$  с учетом (16) при  $v_i/c_s \ll 1$  получаем

$$-C_{ijmn} \frac{\partial \varepsilon_{mn}}{\partial x_j} - \left( \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial p} \right)_{\varepsilon_{ij},q} \nabla p - \left( \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial q} \right)_{\varepsilon_{ij},p} \nabla q = 0. \quad (17)$$

При пластической деформации изменение состояния среды определяется согласованным перераспределением упругих напряжений и движением очагов локализованной пластичности, возникающих на любой стадии процесса [1]. Первый процесс контролируется скоростью звука, а второй — скоростью автоволны. Из двух размерных величин  $\tau_p$ ,  $D_{pp}$  в первом уравнении в (8) можно составить две комбинации  $\lambda \approx (D_{pp}\tau_p)^{1/2}$  и  $V_{aw} \approx (D_{pp}/\tau_p)^{1/2}$  с размерностями длины и скорости соответственно. При этом  $D_{pp} \approx \lambda V_{aw} \approx 10^{-7} \text{ м}^2/\text{s}$ ; такую же размерность ( $L^2 T^{-1}$ ) и величину имеет и произведение микроскопических параметров соответствующих кристаллов  $r_{ion}V_\perp \approx 10^{-7} \text{ м}^2/\text{s}$ , где  $r_{ion}$  — радиус иона в решетке металла [15], а  $V_\perp$  — скорость поперечных звуковых волн [16]. Из соотношения (17) следует, что градиенты упругой деформации и параметров порядка, описывающих неупругое поведение, взаимозависимы, так что произведение  $\lambda V_{aw}$  также должно быть связано с произведением  $r_{ion}V_\perp$ .

Проверим существование такой связи, сравнив произведения  $\lambda V_{aw}$  и  $r_{ion}V_\perp$ , представленные в табл. 1, и получим

$$\lambda V_{aw} \approx \xi r_{ion}V_\perp, \quad (18)$$

где усредненный по исследованным металлам коэффициент  $\xi = \langle \lambda V_{aw}/r_{ion}V_\perp \rangle = 0.64 \pm 0.05$ , т. е.  $1/2 < \xi < 1$ .

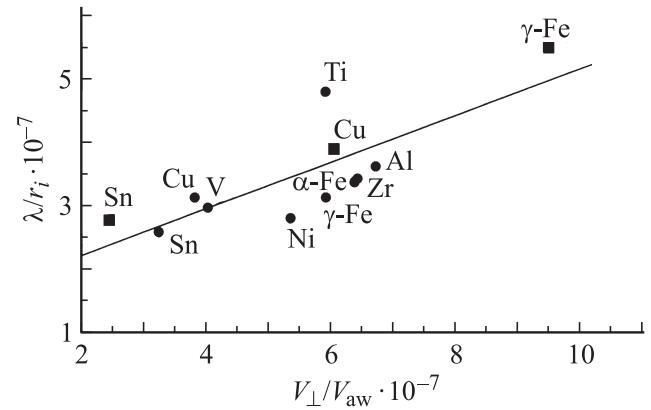
Данные табл. 1 удобно представить в координатах  $\lambda/r_{ion}V_\perp/V_{aw}$  (рис. 6). В этом случае равенство (18) подтверждается линейностью зависимости

**Таблица 1.** Сравнение произведений  $\lambda V_{aw}$  и  $r_{ion}V_\perp$  для стадий легкого скольжения и линейного деформационного упрочнения

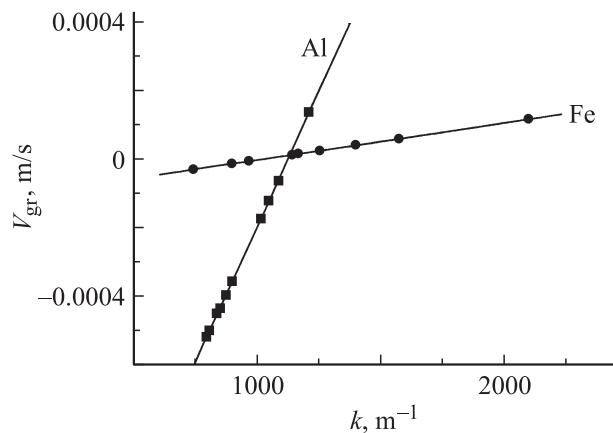
Стадия деформационного упрочнения	Металл	$\lambda V_{aw} 10^7$	$r_{ion}V_\perp 10^7$	$\lambda V_{aw}/r_{ion}V_\perp$
		$\text{m}^2/\text{s}$		
Легкое скольжение	Cu	1.9	2.94	0.65
	Fe	2.45	4.23	0.58
	Sn	3.28	2.90	1.13
	Zr	1.92	3.60	0.53
	Ni	2.1	4.01	0.52
	Sn	2.31	2.90	0.79
	V	2.8	3.80	0.74
	$\gamma$ -Fe	2.24	4.23	0.53
	$\alpha$ -Fe	2.24	4.22	0.53
	Al	2.5	4.62	0.52
Линейное деформационное упрочнение	Cu	2.4	2.94	0.82
	Ti	3.5	4.32	0.81

$\lambda/r_{ion} \approx 1.5 \cdot 10^7 + 0.35V_\perp/V_{aw}$ . Можно полагать, что соотношение (18) количественно связывает характеристики упругих волн в кристаллах ( $r_{ion}$  и  $V_\perp$ ) с характеристиками автоволн локализации пластического течения в них ( $\lambda$  и  $V_{aw}$ ), а его члены  $r_{ion}V_\perp$  и  $\lambda V_{aw}$  являются инвариантами упругой и пластической составляющих деформационных процессов в твердом теле. В соотношении (18), видимо, отражается взаимосвязь и взаимообусловленность упругой ( $\varepsilon \ll 1$ ) и пластической ( $\varepsilon \approx 1$ ) деформаций, согласованно протекающих в твердом теле при изменении его формы.

Запишем теперь правую часть (18) в виде  $r_{ion}V_\perp \approx 2r_{ion}^2\omega_D$ , где  $V_\perp \approx 2r_{ion}\omega_D$ , а  $\omega_D$  — дебаевская частота. Используя определение  $\hbar\omega_D \approx k_B\theta_D$ , в котором  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $\hbar = h/2\pi$  — постоянная Планка, а  $\theta_D$  — дебаевский параметр (температура Дебая),



**Рис. 6.** К проверке справедливости соотношения (18); ■ — легкое скольжение, ● — линейное деформационное упрочнение.



**Рис. 7.** Групповая скорость распространения автоволн локализованного пластического течения как функция волнового числа. Стадия линейного деформационного упрочнения.

зависящий от температуры [17], перейдем к уравнению

$$r_{\text{ion}}V_{\perp} \approx \xi \lambda V_{\text{aw}} \approx \xi \frac{r_{\text{ion}}^2 k_B \theta_D(T)}{\hbar}, \quad (19)$$

предсказывающему, что  $(\lambda V_{\text{aw}}) \propto \theta_D(T)$ . Экспериментальные свидетельства в пользу существования температурной зависимости характеристик локализованного пластического течения в литературе имеются [18].

Для дальнейших количественных оценок запишем (19) в виде

$$V_{\text{aw}} \equiv V_{\text{gr}} = \frac{d\omega}{dk} \approx \frac{r_{\text{ion}}^2 k_B \theta_D}{\hbar} \frac{1}{\lambda} \approx \frac{r_{\text{ion}}^2 k_B \theta_D}{\hbar} k \approx \xi k. \quad (20)$$

Согласно (3),  $V_{\text{gr}} = \xi k$ , где коэффициент пропорциональности  $\xi = r_{\text{ion}}^2 k_B \theta_D / \hbar$  можно рассчитать для Fe и Al, используя величины ионных радиусов  $r_{\text{ion(Fe)}}$ ,  $r_{\text{ion(Al)}}$  [16] и дебаевские параметры  $\theta_{D(\text{Fe})} = 420 \text{ K}$ ,  $\theta_{D(\text{Al})} = 394 \text{ K}$  [17] для этих металлов, и сравнить с экспериментальными данными для зависимости  $V_{\text{gr}}(k)$  для монокристаллов  $\gamma$ -Fe и поликристаллов Al, показанными на рис. 7.

Результаты сравнения, приведенные в табл. 2, подтверждают согласование расчетных и экспериментальных значений коэффициентов  $\xi$ .

**Таблица 2.** Сравнение вычисленных и экспериментально определенных значений коэффициента  $\xi$  в (20)

Металл	Коэффициент $\xi 10^7, \text{м}^2/\text{s}$	
	$\gamma$ -Fe, монокристаллы	Al, поликристаллы
Величина		
Вычисленная, $\xi_{\text{cal}}$	1.4	1.6
Экспериментально определенная, $\xi_{\text{exp}}$	$1.0 \pm 0.08$	$4.0 \pm 0.15$
$\xi_{\text{cal}}/\xi_{\text{exp}}$	1.4	0.4

Наконец, проинтегрировав (20)  $V_{\text{gr}} = d\omega/dk = \xi k$

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \xi \int_0^{k-k_0} k dk, \quad (21)$$

приходим к

$$\omega(k) = \omega_0 + (\xi/2)(k - k_0)^2 = \omega_0 + \alpha(k - k_0)^2.$$

Таким образом, квадратичное дисперсионное соотношение для автоволн локализованной пластической деформации  $\omega(k) = \omega_0 \pm \alpha(k - k_0)^2$  следует из равенства  $\lambda V_{\text{aw}} \approx \xi r_{\text{ion}} V_{\perp}$ , связывающего микрохарактеристики кристаллической решетки и макрохарактеристики локализованного пластического течения.

## Заключение

Сказанное выше указывает на связь микроскопических решеточных характеристик деформируемых кристаллов с макроскопическими характеристиками локализованного пластического течения, несмотря на то что соотношение соответствующих пространственных масштабов в этом случае достигает  $\lambda/r_{\text{ion}} \approx 10^8$ . Наличие такой связи, в частности, означает, что:

- упругая компонента общей деформации  $\varepsilon_{\text{el}}$  играет важную роль в развитии общей деформации тела  $\varepsilon_{\text{tot}}$  под нагрузкой и обычное при описание пластического течения пренебрежение ею  $\varepsilon_{\text{tot}} = \varepsilon_{\text{el}} + \varepsilon_{\text{pl}} = \varepsilon_{\text{pl}}$ , в силу того что  $\varepsilon_{\text{el}} \ll \varepsilon_{\text{pl}}$  недопустимо ( $\varepsilon_{\text{pl}}$  — пластическая деформация);

- решеточные характеристики деформируемой среды и характеристики локализованной пластической деформации связаны простым соотношением  $\lambda V_{\text{aw}} \approx \xi r_{\text{ion}} V_{\perp}$  выражющим масштабную инвариантность деформации на микро- и макромасштабных уровнях;

- очаговый характер пластического течения позволяет выделить в деформируемой среде кинетические переменные — параметры порядка. Полученные в локальном приближении неравновесной термодинамики уравнения их эволюции соответствуют уравнениям, описывающим процессы самоорганизации в активных распределенных средах. В деформируемой среде коэффициенты переноса могут быть как положительными, так и отрицательными, приводя к кривым дисперсии с минимумом либо с максимумом соответственно;

- качественное согласие экспериментальных и расчетных кривых дисперсии на стадиях легкого скольжения и линейного упрочнения позволяет утверждать, что наблюдаемые в деформируемых средах являются автоволнами, а деформируемая среда представляет собой распределенную систему, активность которой на макромасштабе выражается в генерации очагов пластической деформации под действием внешней силы.

Работа выполнена по проекту № 21 Программы фундаментальных исследований № 11 президиума РАН;

проекту № 8.1.2 президиума СО РАН; а также частично поддержана грантами президента Российской Федерации (проект МД-278.2008.8) и РФФИ (№ 09-08-00213-а).

## Список литературы

- [1] Зуев Л.Б., Данилов В.И., Баранникова С.А. Физика макролокализации пластического течения. Новосибирск: Наука, 2008. 327 с.
- [2] Васильев В.А., Романовский Ю.М., Яхно В.Г. Автоволновые процессы. М.: Наука, 1987. 240 с.
- [3] Zuev L.B., Gorbatenko V.V., Polyakov S.N. // Proc. SPIE. 2002. Vol. 4900. Pt 2. P. 1197–1208.
- [4] McDonald R.J., Efstatihou C., Curath P. // J. Eng. Mat. Technol. 2009. Vol. 131. N 4. P. 692–703.
- [5] Asharia A., Beaudoin A., Miller R. // Math. Mech. Solids. 2008. Vol. 13. N 1. P. 292–315.
- [6] Fressengeas C., Beaudoin A., Entemeyer D. // Phys. Rev. B. 2009. Vol. 79. P. 014 108-1–014 108-9.
- [7] Aifantis E.C. // Int. J. Non-Linear Mech. 1996. Vol. 31. N 6. P. 797–809.
- [8] Баранникова С.А. // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. Вып. 8. С. 75–80.
- [9] Кольский Г. Волны напряжений в твердых телах. М.: ИИЛ, 1955. 192 с.
- [10] Косевич А.М., Ковалев А.С. Введение в нелинейную физическую механику. Киев: Наук. думка, 1989. 300 с.
- [11] Князева А.Г. // Физич. мезомех. 2003. Т. 6. № 3. С. 11–22.
- [12] Kaminskii P.P., Khon Yu.A. // Theor. Appl. Fracture Mech. 2009. Vol. 51. N 2. P. 161–166.
- [13] Хакен Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. М.: Мир, 1991. 240 с.
- [14] Кернер Б.С., Осипов В.В. // УФН. 1990. Т. 160. № 9. С. 2–73.
- [15] Пирсон У. Кристаллохимия и физика металлов и сплавов. Т. 1. М.: Мир, 1977. 419 с.
- [16] Андерсон О. Физическая акустика. Т. 3Б. Динамика решетки. М.: Мир, 1968. С. 62–121.
- [17] Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. Т. 2. М.: Мир, 1979. 422 с.
- [18] Пустовалов В.В. // ФНТ. 2008. Т. 34. № 9. С. 871–913.