01;03;04

Аналитические методы оценки параметров плазмы продуктов сгорания и определение температуры по результатам измерений проводимости плазмы

© В.В. Кучинский, А.Б. Никитенко

Научно-исследовательское предприятие гиперзвуковых систем,
196066 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: ajax@peterstar.ru

(Поступило в Редакцию 30 сентября 2009 г.)

Рассматривается прохождение звуковой волны через плазму продуктов сгорания в камере сгорания реактивного двигателя. Использовано приближение трехжидкостной модели плазмы. Получены аналитические формулы для оценки скорости электронов, электрического поля и степени ионизации. Предложен и экспериментально проверен метод определения температуры по результатам измерений проводимости. Результаты работы позволяют сделать заключение о хороших возможностях предложенного диагностического метода (измерение электрофизических параметров плазмы) для определения в реальном времени рабочих параметров двигателя.

Введение

Обеспечение эксплуатационной надежности авиационных и ракетно-космических транспортных систем в большой степени определяется разработкой и внедрением в практику испытаний и эксплуатации двигателей эффективных диагностических систем. Диагностика камеры сгорания является основным элементом этих систем. Перспективы разработки высокоэффективных методов технической диагностики двигателей могут быть значительно улучшены за счет использования нетрадиционных средств измерений [1–3]. Определенными преимуществами обладают, в частности, системы диагностики, использующие для получения информации о характеристиках процесса в камерах результаты анализа электрофизических отображений этого процесса.

Регистрация и последующее изучение электрофизических параметров процесса (проводимости и потенциала) по сравнению с традиционно оцениваемыми параметрами имеют ряд существенных преимуществ с точки зрения методического и аппаратурного обеспечения. Могут использоваться методы, отличающиеся высокой разрешающей способностью, применение которых в большом числе случаев не требует нарушения целостности конструкций камер и не сопровождается понижением их надежности, не вносит возмущений в исследуемый процесс, снимает какие-либо ограничения в отношении его частотных характеристик. Свойственная электрофизическим методам практическая безынерционность является принципиальным фактором успешного решения одной из основных задач технической диагностики — эффективного выявления предаварийных ситуаций.

На первом этапе работы удается показать, как влияют на электрофизические отображения изменения основных характеристик процессов в высокотемпературном реакторе и в плазме продуктов сгорания. Пример такого соответствия приведен на рис. 1. После ряда аналогичных измерений можно утверждать, что имеется экспериментальная основа для разработки надежного метода диагностики, который позволит в дальнейшем четко контролировать и корректировать поиски методов

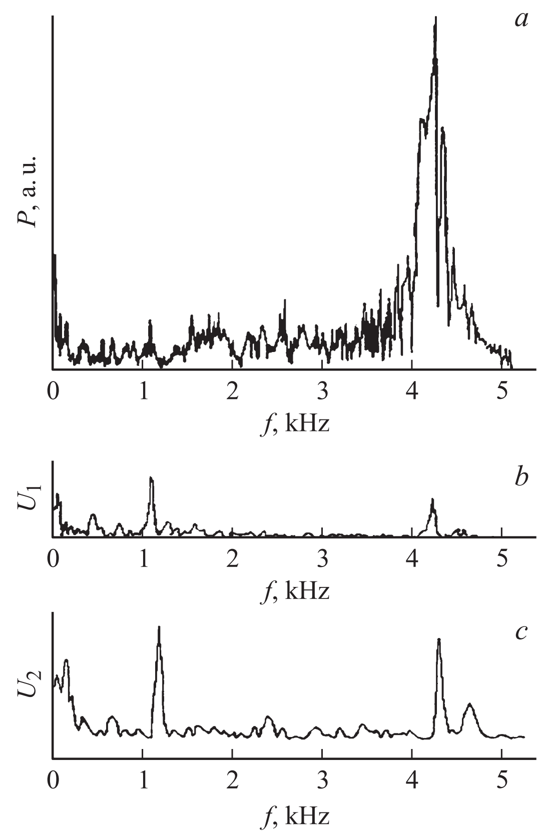

Рис. 1. Частотные спектры (регистрация величины пульсационного давления): a — во входной секции двигателя, b — в выходной секции, c — на входе в сопло. Пример корреляции показаний датчика давления (a) с измеряемыми потенциалами зондов (b, c).

воздействия на процессы в камере сгорания. Особый интерес представляет прохождение через плазму продуктов сгорания акустических и детонационных волн и высокочастотного излучения. Необходимо исследовать „реакцию“ электрофизических отображений на существенные параметры горения (наличие легкоионизуемых добавок, наличие наложенных химических реакций, прохождение детонационной или акустической волны) экспериментальными и теоретическими методами.

Развиваемый подход отвечает особенностям квазиравновесной трехжидкостной модели, в рамках которой низкотемпературная плазма продуктов сгорания представляется смесью энергетически и вязкостно взамодействующих друг с другом нейтрального a, ионного i и электронного e компонентов, а ее локальный состав совокупно определяется общепринятыми условиями ионизационного равновесия, вязкостными взаимодействиями между плазменными составляющими и динамическими характеристиками внешних воздействий.

Введем степень ионизации

$$\alpha = \frac{pi}{p_a^{(0)}} = \frac{n_i kT}{n_a^{(0)} kT} = \frac{n_i}{n_a^0} \quad (1)$$

и степень относительной концентрации электронов в среде

$$\eta = \alpha(1 - \xi), \quad (2)$$

где ξ — степень нарушения квазинейтральности. Если $n_a^{(0)}$ — исходная концентрация частиц трехжидкостной среды, то уравнениями

$$n_i = \alpha n_a^{(0)}, \;\; n_e = \alpha(1 - \xi) n_a^{(0)} = \eta n_a^{(0)} \;\; n_a = (1 - \alpha) n_a^{(0)} \quad (3)$$

оцениваются концентрации частиц ее отдельных составляющих. С учетом предположения об энергетическом равновесии (1)–(3) определяются выражения для парциальных давлений

$$p_i = n_i kT = \alpha n_a^{(0)} kT,$$

$$p_e = n_e kT = \eta n_a^{(0)} kT = \alpha(1 - \xi) n_a^{(0)} kT,$$

$$p_a = n_a kT = (1 - \alpha) n_a^{(0)} kT, \quad (4)$$

а также давления среды в целом и концентрации частиц исходной среды

$$P_\Sigma = p_e + p_i + p_a = [1 + \alpha(1 - \xi)] n_a^{(0)} kT$$

$$= (1 + \eta) n_a^{(0)} kT,$$

$$n_a^{(0)} = \frac{P_\Sigma}{[1 + \alpha(1 - \xi)]kT} = \frac{P_\Sigma}{(1 + \eta)kT}. \quad (5)$$

Основные уравнения

Система, описывающая состояние плазмы в условиях внешних акустических воздействий и в предположении слабого магнитного взаимодействия между компонентами, представляется электрогазодинамической (ЭГД) системой. В состав системы включаем:

— уравнения движения электронного и ионного компонентов [1,2]

$$n_e m_e \left(\frac{\partial}{\partial t} + U_e \nabla\right) U_e + \frac{e n_e}{\mu_e}(U_e - U_a) + \nabla p_e - e n_e E = 0, \quad (6)$$

$$n_i m_i \left(\frac{\partial}{\partial t} + U_i \nabla\right) U_i + \frac{e n_i}{\mu_i}(U_i - U_a) + \nabla p_i + e n_i E = 0; \quad (7)$$

— уравнение ионизационного равновесия среды в форме Саха, представляемое в виде

$$\frac{\alpha\eta}{(1 - \alpha)(1 + \eta)} = s(t, x)$$

$$= 6.666\,798 \cdot 10^{-2} \frac{T^{\frac{5}{2}}}{P_\Sigma} \exp\left(-\frac{V}{kT}\right); \quad (8)$$

— зависимости для среднемассовых плотности и скорости

$$\rho_\Sigma = \frac{m_e\eta + m_i\alpha + m_a(1 - \alpha)}{1 + \eta} \frac{P_\Sigma}{kT},$$

$$U_\Sigma = \frac{m_e U_e \eta + m_i U_i \alpha + m_a U_a (1 - \alpha)}{m_e\eta + m_i\alpha + m_a(1 - \alpha)}; \quad (9)$$

— уравнение неразрывности потока, уравнение сохранения заряда и уравнение Пуассона

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_\Sigma + \nabla(\rho_\Sigma U_\Sigma) = 0, \qquad \frac{\partial}{\partial t} q + \nabla\theta_k = 0,$$

$$\nabla E - \frac{1}{\varepsilon_0} q = 0. \quad (10)$$

Здесь α — степень ионизации, η — относитальная концентрация электронов,

$$\mu_e = \frac{e}{m_e Q_{ea}} \sqrt{\frac{\pi m_e}{8kT}} \frac{(1 + \eta)kT}{(1 - \alpha)P_\Sigma},$$

$$\mu_i = \frac{e}{m_i Q_{ia}} \sqrt{\frac{\pi m_i}{8kT}} \frac{(1 + \eta)kT}{(1 - \alpha)P_\Sigma}$$

— подвижность электронного и ионного компонентов соответственно,

$$q = e \frac{P_\Sigma(\alpha - \eta)}{kT(1 + \eta)}$$

— локальная плотность некомпенсированного (избыточного) заряда,

$$\theta_k = e(\alpha U_i - \eta U_e) \frac{P_\Sigma}{(1 + \eta)kT}$$

— конвективная составляющая электрического тока.

Система сводится к восьми линейно независимым соотношениям между десятью функциями: U_e, U_i, U_a, ρ_Σ,

U_Σ, α, η, E, P_Σ, T. Система замыкается предположением о том, что функции P_Σ, T, определяющие характер акустических воздействий, рассматриваются как известные

$$P_\Sigma = p_0\left(1 + c\cos\left(\frac{2\pi n_1 f_0}{a_0}X\right)\sin(2\pi n_1 f t)\right),\ \bar{p} = \frac{P_\Sigma}{p_0};$$
$$T = T_0\left(1 + c\cos\left(\frac{2\pi n_1 f_0}{a_0}X\right)\sin(2\pi n_1 f t)\right),\ \bar{T} = \frac{T}{T_0}, \tag{11}$$

где f и n_1 — частота и номер гармоники (в дальнейшем будем использовать соответствующим образом определенную частоту $f_0 = fn_1$), c — амплитуда возмущающего акустического сигнала, $a_0 = \sqrt{\gamma R_{\text{gas}} T_0}$ — скорость звука, R_{gas} — газовая постоянная продуктов сгорания, $\gamma = c_p/c_v$ — отношение теплоемкостей, X и t — расстояние и время.

Приведенную выше систему уравнений (6)–(10) удается свести к системе четырех уравнений относительно степени ионизации α, напряженности поля $\bar{E}$ и скоростей ионов и электронов.

Введение безразмерных переменных

$$x = Xf_0/\sqrt{\gamma R_{\text{gas}} T_0}, \quad \tau = tf_0 \tag{12}$$

позволяет записать получившуюся систему уравнений в виде:

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\tau} = \frac{\alpha}{\alpha^2 + (1+\alpha^2)s}\left[(1-\alpha^2)\frac{\partial s}{\partial\tau} + \frac{s-(1+s)\alpha^2}{\phi}\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}\right.$$
$$\left.- \frac{\alpha}{\phi}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\alpha u_i - \eta u_e}{1+\eta}\phi\right)\right], \tag{13}$$

$$\frac{\partial u_e}{\partial\tau} + u_e\frac{\partial u_e}{\partial x} = k_1\sqrt{g}(u_i - u_e) - k_2\bar{E}$$
$$- k_3\frac{1+\eta}{\eta\varphi}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\eta}{1+\eta}g\right), \tag{14}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial\tau} + u_i\frac{\partial u_i}{\partial x} = \frac{Q_{ie}}{Q_{ea}}\sqrt{\frac{m_e}{m_i}}k_1\sqrt{g}(u_d - u_i)$$
$$+ k_2\frac{m_e}{m_i}\bar{E} - k_3\frac{m_e}{m_i}\frac{1+\eta}{\eta\varphi}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\eta}{1+\eta}g\right), \tag{15}$$

$$\frac{\partial\bar{E}}{\partial x} = \alpha_0\exp(\varphi)(1+s) - \frac{s}{\alpha_0}\exp(-\varphi), \tag{16}$$

где

$$u_e = \frac{U_e}{a_0}, \quad u_i = \frac{U_i}{a_0} \quad \phi = \frac{\bar{p}}{\bar{T}},$$
$$g = 1 + c\sin(2\pi t)\cos(2\pi x), \quad \varphi = \ln\frac{\alpha}{\alpha_0}, \tag{17}$$

$$E = \frac{e\sqrt{\gamma R_{\text{gas}}}}{k\varepsilon_0}\frac{p_0}{f_0\sqrt{T_0}}\bar{E} = 2.627\cdot 10^{16}\frac{p_0}{f_0\sqrt{T_0}}\bar{E}, \tag{18}$$

$$k_1 = Q_{ea}\sqrt{\frac{8}{\pi k m_e}}\frac{p_0}{f_0\sqrt{T_0}} = 6.75\cdot 10^7\frac{p_0}{f_0\sqrt{T_0}},$$
$$k_2 = \frac{e^2}{\varepsilon_0 k m_e}\frac{p_0}{f_0^2 T_0} = 2.3052\cdot 10^{26}\frac{p_0}{f_0^2 T_0},$$
$$k_3 = \frac{k}{\gamma R_{\text{gas}} m_e} = 3.772\cdot 10^4. \tag{19}$$

Приближенные методы решения

При высоких потенциалах ионизации, которыми обычно обладают продукты сгорания, можно пренебречь в расчетах величиной $\alpha \approx \sqrt{s}$ по сравнению с единицей, т.е. считать $1-\alpha \approx 1$, $1-\eta \approx 1$. На первом этапе расчета можно также считать, что поскольку $U_e \gg U_i$, в слагаемых с множителем $u_i - u_e$ остается только $-u_e$; величина ϕ в нашем случае равна единице. Тогда два наиболее существенных из уравнений (13)–(16) можно привести к виду

$$\frac{\partial\bar{E}}{\partial x} = \alpha_0 e^{\varphi}(1+s) - \frac{s}{\alpha_0}e^{-\varphi}, \tag{20}$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\tau} = -\frac{\alpha}{\alpha^2+s}\left[\frac{\partial s}{\partial\tau} + \alpha\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\eta u_e}{1+\eta}\right)\right], \tag{21}$$

$$\frac{\partial u_e}{\partial\tau} + u_e\frac{\partial u_e}{\partial x} = -k_1\sqrt{g}u_e + k_2\bar{E}$$
$$+ k_3\frac{1+\eta}{\eta}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\eta}{1+\eta}g\right), \tag{22}$$

где

$$\eta(\tau, x) = \frac{1}{\frac{\alpha(\tau,x)}{s(\tau,x)(1-\alpha(\tau,x))} - 1}. \tag{23}$$

Выразив η через α по формуле (23) и раскрыв круглые скобки в уравнениях (21)–(22)

$$\frac{1+\eta}{\eta}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\eta}{1+\eta}g\right) = -2\pi c\sin(2\pi\tau)\sin(2\pi x)$$
$$\times\left(\frac{5}{2} + \frac{V_0}{g}\right) - \frac{g}{\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial x}, \quad V_0 = \frac{eV}{kT_0}, \tag{24}$$

получим окончательно систему уравнений для $u_e = U_e/a_0$ и функции φ, определяемой равенством

$$\alpha = \alpha_0 e^{\varphi}, \quad \left(\varphi = \ln\frac{\alpha}{\alpha_0} = \ln\alpha - \ln\alpha_0,\ \alpha_0 = \alpha|_{t=0}\right): \tag{25}$$

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} + u_e\frac{\partial u_e}{\partial x} + k_1\sqrt{g}u_e - k_3 g\frac{\partial\varphi}{\partial x}$$
$$- k_4\sin(2\pi\tau)\sin(2\pi x) - k_2\bar{E} = 0, \tag{26}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\tau} + \frac{u_e}{1 + \frac{\alpha_0^2\exp(2\varphi)}{s}}\frac{\partial\varphi}{\partial x}$$
$$= \frac{1}{1 + \frac{\alpha_0^2\exp(2\varphi)}{s}}\left\{\frac{\partial u_e}{\partial x} + k_0\big[\cos(2\pi\tau)\cos(2\pi x)\right.$$
$$\left.- u_e\sin(2\pi\tau)\sin(2\pi x)\big]\right\}, \tag{27}$$

$$\frac{\partial\bar{E}}{\partial x} = \alpha_0 e^{\varphi}(1+s) - \frac{s}{\alpha_0}e^{-\varphi}, \tag{28}$$

где

$$k_4 = 2\pi c k_3\left(\frac{5}{2} + V_0\right), \quad k_6 = 2\pi c\left(\frac{3}{2} + V_0\right).$$

В нулевом приближении $\alpha_0^2\exp(2\varphi)=\alpha^2\approx s$, поскольку при малых скоростях уравнение (21)

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\tau}=\frac{\alpha}{\alpha^2+s}\left\{\frac{\partial s}{\partial\tau}\right\},\quad \frac{\partial\alpha}{\partial s}=\frac{\alpha}{\alpha^2+s}$$

имеет очевидное решение

$$\alpha(\tau,x)=\sqrt{s(\tau,x)}. \tag{29}$$

Величина степени ионизации α определяется также напряженностью поля $\bar{E}$ в соответствии с уравнением (28):

$$\alpha(\tau,x)=\frac{1}{2\big(1+s(x,\tau)\big)}\left[\frac{k_1}{k_2}\frac{\partial\bar{E}(\tau,x)}{\partial x}\right.$$
$$\left.+\sqrt{\left(\frac{k_1}{k_2}\frac{\partial\bar{E}(\tau,x)}{\partial x}\right)^2+4s(\tau,x)\big(1+s(\tau,x)\big)}\right]$$
$$\approx\frac{k_1}{2k_2}\frac{\partial\bar{E}(\tau,x)}{\partial x}+\sqrt{\left(\frac{k_1}{2k_2}\frac{\partial\bar{E}(\tau,x)}{\partial x}\right)^2+s(\tau,x)}. \tag{30}$$

Во всех реальных расчетах степень ионизации с хорошей точностью (ошибка меньше 3%) определяется формулой (29). Однако интегрирование уравнения (28) не позволяет получить напряженность поля, поскольку неизвестна величина $\bar{E}(\tau,0)$.

Нулевое приближение для скорости получится, если принять во внимание, что в уравнении (26) коэффициент k_1 значительно больше коэффициентов при производных, и тогда

$$u_e(\tau,x)\approx\frac{1}{k_1\sqrt{g}}$$
$$\times\left(k_3\frac{g}{\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial x}+k_4\sin(2\pi\tau)\sin(2\pi x)+k_2\bar{E}\right). \tag{31}$$

Эта формула позволяет вычислить скорость электронов при известных $\alpha(\tau,x)$ и $\bar{E}(\tau,x)$. Соответственно безразмерная напряженность поля при известной скорости

$$\bar{E}(\tau,x)\approx\frac{1}{k_2}$$
$$\times\left(k_1u_e\sqrt{g}-k_3\frac{g}{\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial x}-k_4\sin(2\pi\tau)\sin(2\pi x)\right), \tag{32}$$

где $\alpha(\tau,x)=\sqrt{s(\tau,x)}$.

Если линеаризовать с помощью равенства (31) уравнение (26), то скорость должна удовлетворять приближенному линейному уравнению

$$\frac{\partial u_e}{\partial\tau}+\frac{k_5}{k_1}\sin(2\pi\tau)\sin(2\pi x)\frac{\partial u_e}{\partial x}+k_1\sqrt{g}u_e$$
$$-k_3g\frac{\partial\varphi}{\partial x}-k_4\sin(2\pi\tau)\sin(2\pi x)-k_2\bar{E}=0, \tag{33}$$

которое решается аналитически и дает для относительной скорости электронов (для числа Маха $u_e=U_e/a_0$)

$$u_e(\tau,x)=\frac{U_e(\tau,x)}{a_0}\approx\int_0^\tau\exp\big(-k_1(\tau-\tau')\big)$$
$$\times\left[k_3g\frac{\partial\varphi}{\partial x}+k_4\sin(2\pi\tau')\sin(2\pi z)+k_2\bar{E}\right]d\tau', \tag{34}$$

где

$$z=\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\left[\operatorname{tg}(\pi x)\exp\left(\frac{k_5}{k_1}\big[\cos(2\pi\tau)-\cos(2\pi\tau')\big]\right)\right]. \tag{35}$$

Если вычислить интеграл в формуле (34) по методу перевала, снова получится формула (31). Еще один вариант связи скорости электронов с напряженностью электрического поля получится, если формально использовать равенство $U_e\approx\mu_eE$. В нашем случае

$$k_2\bar{E}(\tau,x)\approx k_1[u_e(\tau,x)+w(\tau,x)]. \tag{36}$$

Для разности

$$w(\tau,x)=\frac{k_2}{k_1}\bar{E}(\tau,x)-u_e(\tau,x)$$
$$\approx-2.794\cdot10^{-4}\frac{f_0\sqrt{T_0}}{p_0}\pi c(7+2V_0)\sin(2\pi x)\sin(2\pi\tau) \tag{37}$$

$$\left[\frac{w(\tau,x)}{u_e(\tau,x)}\ll1\right]$$

получается линейная зависимость от частоты, что означает рост отставания реакции электронной скорости на управляющее поле с ростом частоты акустической волны. Поведение скорости электронов в начале координат можно оценить по формуле

$$u_e(\tau,0)\approx cV_0\sin(2\pi\tau). \tag{38}$$

Зависимость скорости, напряженности поля и степени ионизации от безразмерных координат x и времени τ по форме воспроизводятся при различных c, T_0, p_0. При этом выполняются равенства

$$\bar{E}\frac{\sqrt{T_0}}{cVf_0}\approx B_E,\quad u_e\frac{T_0}{cV}\approx B_U,$$

где величины B_E, B_U не зависят от c, T_0, p_0, V, что позволяет по заданной кривой построить ту же зависимость для любого набора c, T_0, p_0, V. Частота в диапазоне $f<10^6$ Hz мало влияет на форму кривых в переменных $\{\tau,x\}$ и только меняет масштаб при пересчете к размерным координатам. Увеличение потенциала ионизации и глубины модуляции увеличивает максимальные значения U_e и E. Скорость ионов составляет

$$U_i(\tau,x)\approx-\sqrt{\frac{m_e}{m_i}}U_e(\tau,x). \tag{39}$$

Распределение скорости электронов $u_e(\tau, x) = \frac{U_e(\tau,x)}{a_0}$ по расстоянию x $\left(X = x\,\frac{a_0}{f}, \mathrm{m}\right)$ и во времени τ $\left(t = \frac{\tau}{f_0},\ \mathrm{s}\right)$. Безразмерное расстояние x приведено в первой строке таблицы, безразмерное время τ — в первой колонке. Расчет проведен при давлении $p_{0m} = 2 \cdot 10^5$ Pa

τ	x																				
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.1118	0.0772	0.0160	−0.0495	−0.0955	−0.1054	−0.0754	−0.0165	0.0492	0.0968	0.1077	0.0776	0.0171	−0.0508	−0.0979	−0.1073	−0.0759	−0.0160	0.0494	0.0957	0.1056
0.2	0.1681	0.0939	−0.0080	−0.1046	−0.1629	−0.1607	−0.0959	0.0085	0.1112	0.1702	0.1630	0.0950	−0.0074	−0.1073	−0.1668	−0.1636	−0.0964	0.0096	0.1113	0.1680	0.1597
0.3	0.1359	0.0417	−0.0577	−0.1354	−0.1669	−0.1358	−0.0464	0.0679	0.1568	0.1806	0.1340	0.0428	−0.0586	−0.1388	−0.1709	−0.1385	−0.0463	0.0693	0.1563	0.1779	0.1315
0.4	0.0216	−0.0575	−0.1083	−0.1236	−0.0983	−0.0317	0.0593	0.1355	0.1561	0.1098	0.0247	−0.0571	−0.1107	−0.1266	−0.1011	−0.0329	0.0605	0.1367	0.1548	0.1078	0.0247
0.5	−0.1334	−0.1647	−0.1364	−0.0659	0.0262	0.1183	0.1789	0.1742	0.0949	−0.0252	−0.1262	−0.1654	−0.1397	−0.0678	0.0260	0.1199	0.1813	0.1745	0.0931	−0.0254	−0.1233
0.6	−0.2717	−0.2383	−0.1239	0.0290	0.1711	0.2592	0.2580	0.1567	−0.0117	−0.1756	−0.2620	−0.2397	−0.1274	0.0292	0.1744	0.2636	0.2608	0.1559	−0.0134	−0.1739	−0.2569
0.7	−03422	−0.2440	−0.609	0.1416	0.2897	0.3341	0.2575	0.0831	−0.1252	−0.2849	−0.3310	−0.2461	−0.0638	0.1449	0.2963	0.3399	0.2594	0.0816	−0.1264	−0.2822	−0.3246
0.8	−0.3151	−0.1651	0.0466	0.2403	0.3369	0.3086	0.1724	−0.0219	−0.2065	−0.3153	−0.3039	−0.1684	0.0460	0.2473	0.3452	0.3134	0.1728	−0.0236	−0.2071	−0.3125	−0.2965
0.9	−0.1903	−0.0139	0.1701	0.2881	0.2878	0.1859	0.0300	−0.1260	−0.2343	−0.2591	−0.1826	−0.0189	0.1735	0.2974	0.2947	0.1878	0.0290	−0.1274	−0.2345	−0.2564	−0.1733
1.0	−0.0001	0.1630	0.2637	0.2608	0.1546	0.0061	−0.1258	−0.2027	−0.2063	−0.1346	−0.0007	0.1571	0.2716	0.2694	0.1576	0.0046	−0.1280	−0.2037	−0.2063	−0.1313	0.0131
1.1	0.1962	0.3007	0.2888	0.1670	−0.0145	−0.1713	−0.2504	−0.2341	−0.1324	0.0225	0.1850	0.2962	0.2993	0.1721	−0.0159	−0.1755	−0.2534	−0.2348	−0.1317	0.0285	0.2084
1.2	0.3304	0.3484	0.2391	0.0455	−0.1589	−0.2904	−0.3082	−0.2101	−0.0300	0.1675	0.3129	0.3474	0.2483	0.0463	−0.1630	−0.2963	−0.3119	−0.2104	−0.0276	0.1799	0.3533
1.3	0.3558	0.2961	0.1401	−0.0592	−0.2343	−0.3179	−0.2811	−0.1323	0.0749	0.2560	0.3411	0.2981	0.1454	−0.0614	−0.2392	−0.3245	−0.2849	−0.1315	0.0813	0.2808	0.4064
1.4	0.2711	0.1726	0.0290	−0.1198	−0.2281	−0.2519	−0.1764	−0.0213	0.1504	0.2592	0.2654	0.1752	0.0298	−0.1231	−0.2326	−0.2582	−0.1794	−0.0180	0.1648	0.3038	0.3618
1.5	0.1186	0.0252	−0.0639	−0.1308	−0.1560	−0.1214	−0.0311	0.0850	0.1711	0.1810	0.1215	0.0260	−0.0662	−0.1338	−0.1594	−0.1262	−0.0318	0.0931	0.1986	0.2523	0.2502
1.6	−0.0392	−0.0998	−0.1198	−0.1019	−0.0516	0.0230	0.1002	0.1481	0.1354	0.0608	−0.0318	−0.1013	−0.1234	−0.1041	−0.0537	0.0206	0.1033	0.1641	0.1815	0.1622	0.1236
1.7	−0.1455	−0.1675	−0.1303	−0.0513	0.0433	0.1266	0.1700	0.1520	0.0698	−0.0461	−0.1376	−0.1705	−0.1335	−0.0526	0.0425	0.1270	0.1784	0.1797	0.1387	0.0842	0.0293
1.8	−0.1680	−0.1616	−0.0988	−0.0030	0.0909	0.1527	0.1612	0.1094	0.0109	−0.0963	−0.1623	−0.1650	−0.1005	−0.0039	0.0908	0.1562	0.1770	0.1532	0.1055	0.0566	−0.0130
1.9	−0.1068	−0.0915	−0.0442	0.0183	0.0709	0.0980	0.0909	0.0495	−0.0146	−0.0757	−0.1049	−0.0943	−0.0437	0.0167	0.0709	0.1051	0.1175	0.1142	0.1068	0.0858	−0.0241
2.0	0.0067	0.0066	0.0033	−0.0013	−0.0066	−0.0068	−0.0024	0.0011	0.0012	0.0008	0.0041	0.0050	0.0055	−0.0046	−0.0063	0.0065	0.0402	0.0929	0.1481	0.1440	−0.0628

В таблице приведен результат численного расчета $u_{em}(\tau, x)$ при температуре $T_{0m} = 2500\,\mathrm{K}$, частоте $f_m = 2 \cdot 10^5\,\mathrm{Hz}$, глубине модуляции $c_m = 0.01$, потенциале ионизации $V_m = 8\,\mathrm{eV}$. Для получения $u_e(\tau, x)$ при других значениях p_0, T_0, f, c, V данные из таблицы $u_{em}(\tau, x)$ следует умножить на множитель

$$K = \frac{T_{0m}}{c_m V_m}\frac{cV}{T_0} = 31\,250\,\frac{cV}{T_0}, \tag{40}$$

т. е.

$$u_e(\tau, x) \approx K u_{em}(\tau, x), \tag{41}$$

затем по формуле (32) рассчитать безразмерную напряженность поля, по формуле (29) или (30) степень ионизации и т. д. Такой метод дает ошибку не более 15% для максимумов кривых.

Для размерных значений скорости ($[U_c] = m/s$) и напряженности электрического поля ($[E] = V/m$) получаются приближенные равенства

$$U_e \approx C_U \frac{V_0 c\sqrt{\gamma R_{\mathrm{gas}}}}{k\sqrt{T_0}} = C_U \frac{V_0 c a_0}{kT_0},$$

$$E \approx C_E \frac{p_0}{kT_0} c V_0 \frac{Q_{ea}}{e}\sqrt{\frac{8m_e\gamma R_{\mathrm{gas}}}{\pi k}}, \tag{42}$$

где коэффициенты C_U, C_E порядка единицы. Таким образом, максимальная скорость электронов определяется отношением энергии ионизации ($V_0 = 1.6 \cdot 10^{-19} VJ$), умноженной на глубину модуляции, к энергии плазмы. Максимальная напряженность электрического поля определяется произведением энергии ионизации, умноженной на глубину модуляции, на концентрацию продуктов сгорания.

Формулы (42) позволяют сделать качественные выводы о влиянии параметров камеры сгорания на скорость электронов и ионов и на напряженность электрического поля. Рост глубины модуляции акустической волны c приводит к увеличению скоростей и поля. Также влияет величина потенциала ионизации V. Рост давления увеличивает напряженность поля, но не влияет на скорость электронов и ионов. Рост температуры вызывает увеличение скорости хаотического движения атомов и молекул продуктов сгорания, что снижает направленную скорость электронов и ионов U_e, U_i, а также напряженность электрического поля E.

Как показывает сравнение с численными расчетами, формулы (29)–(32) и (41), (42) дают неплохое приближение для распределения скорости электронов U_e, поля E и степени ионизации α.

Оценка температуры в камере сгорания

Полученные формулы (или результат численного решения уравнений (13)–(16)) могут быть использованы, в первую очередь, для расчета параметров плазмы продуктов сгорания при известном давлении, температуре, потенциале ионизации и амплитуде модуляции акустического сигнала. Можно использовать эти формулы для расчета плотности тока

$$j(t, x) = e\eta(t, x)U_e(t, x)\frac{p_0}{kT_0}, \tag{43}$$

проводимости плазмы продуктов сгорания

$$\sigma(t, x) = \frac{j(t, x)}{E(t, x)} \tag{44}$$

и подвижности электронов

$$\mu(t, x) = \frac{U_e(t, x)}{E(t, x)}. \tag{45}$$

Все эти величины являются функциями не только от времени и координаты, но и от давления, температуры, потенциала ионизации и амплитуды модуляции акустического сигнала. Но исходя из общих закономерностей поведения плазмы можно сразу сказать, что наиболее

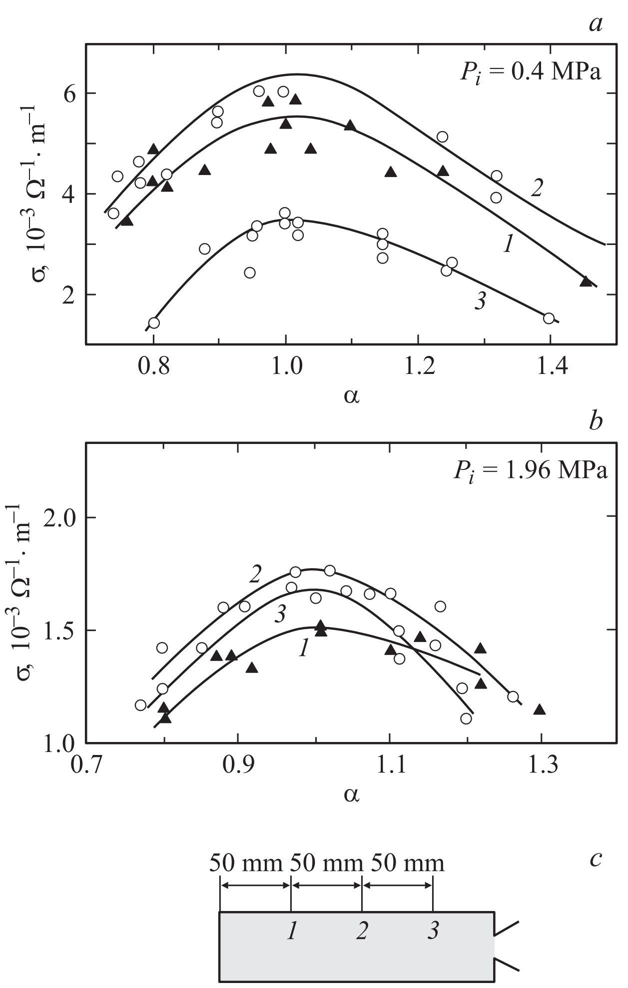

Рис. 2. Зависимость проводимости плазмы продуктов сгорания σ от коэффициента избытка окислителя α при давлении 0.4 (a) и 1.96 MPa (b), измеренная в трех сечениях камеры сгорания (c), здесь. Номера кривых *1, 2, 3* соответствует номерам сечений.

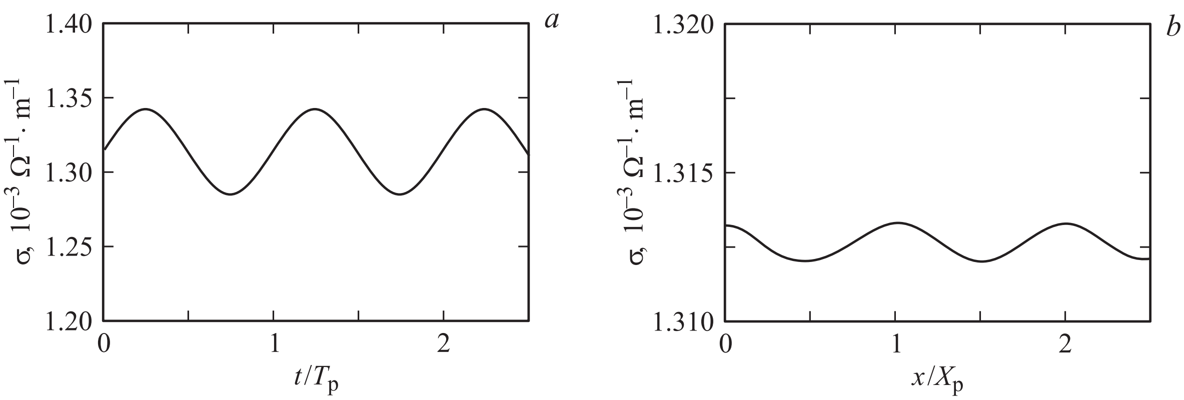

Рис. 3. Зависимость проводимости плазмы продуктов сгорания: *a* — от времени (время t нормировано на период $T_p = 1/f_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ s), *b* — от координаты (координата x нормирована на период $X_p = \sqrt{\gamma R_{gas} T_0}/f_0 = 0.0179$ m) при давлении 0.4 MPa, температуре 2000 K, частоте акустического сигнала 50 kHz и глубине модуляции $c = 0.001$.

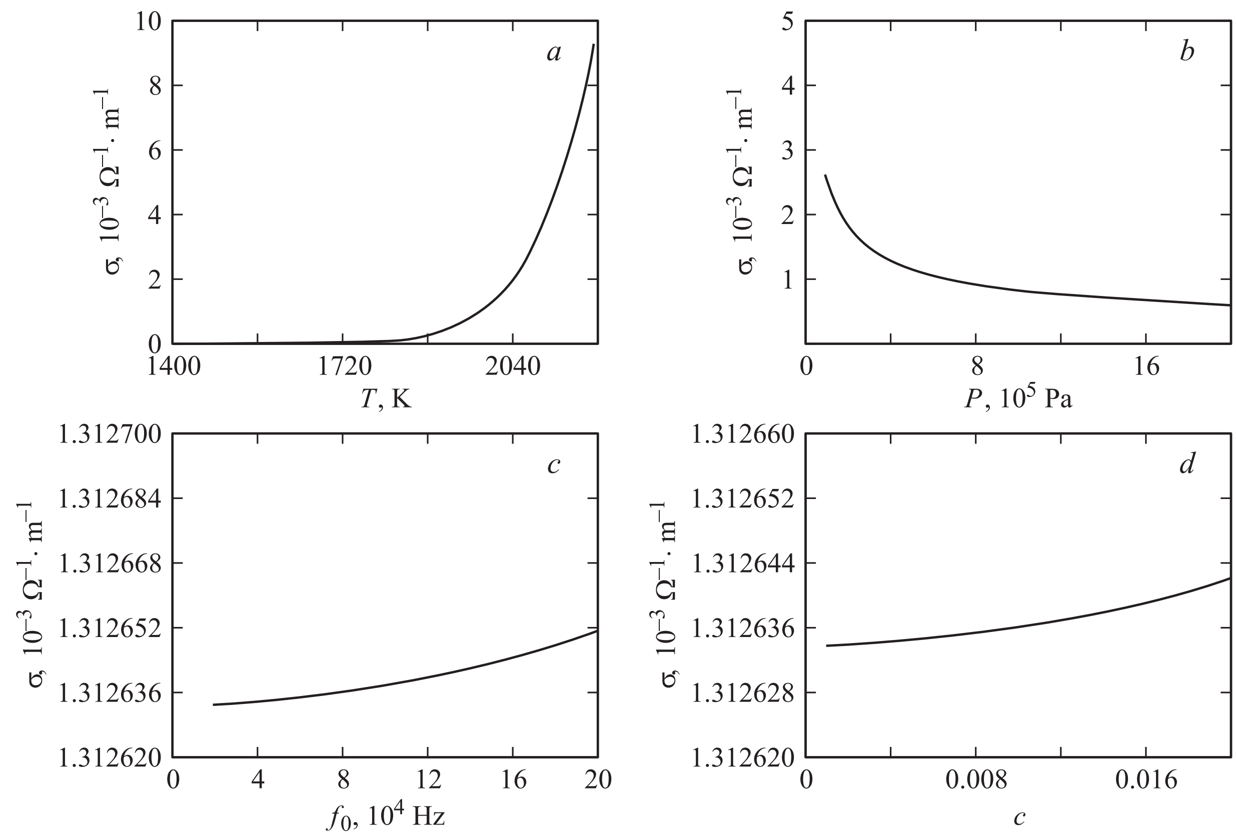

Рис. 4. Зависимость проводимости плазмы продуктов сгорания: *a* — от температуры, *b* — от давления, *c* — от частоты, *d* — от глубины модуляции — при давлении 0.4 MPa, температуре 2000 K, частоте акустического сигнала 50 kHz и глубине модуляции $c = 0.001$.

существенной для проводимости плазмы является зависимость от давления и температуры. Действительно, из рис. 2, 3 следует, что в окрестности зонда, помещенного в плазму для измерения потенциала и проводимости, величину проводимости можно считать не зависящей от пространственно-временной координаты (рис. 3), от частоты и амплитуды модуляции акустического сигнала (рис. 4, *c, d*). Поэтому фактически можно использовать экспериментально полученные результаты измерения проводимости $\sigma_{\exp}$ для определения температуры, считая, что экспериментально измеренная проводимость $\sigma_{\exp}$ является функцией только температуры и известного давления p_0, т. е. использовать уравнение $\sigma_{\exp} - \sigma(T, p_0) = 0$, где $\sigma(T, p_0)$ рассчитывается при заданном давлении и фиксированных параметрах эксперимента по формуле (44) или (46) (рис. 5–7).

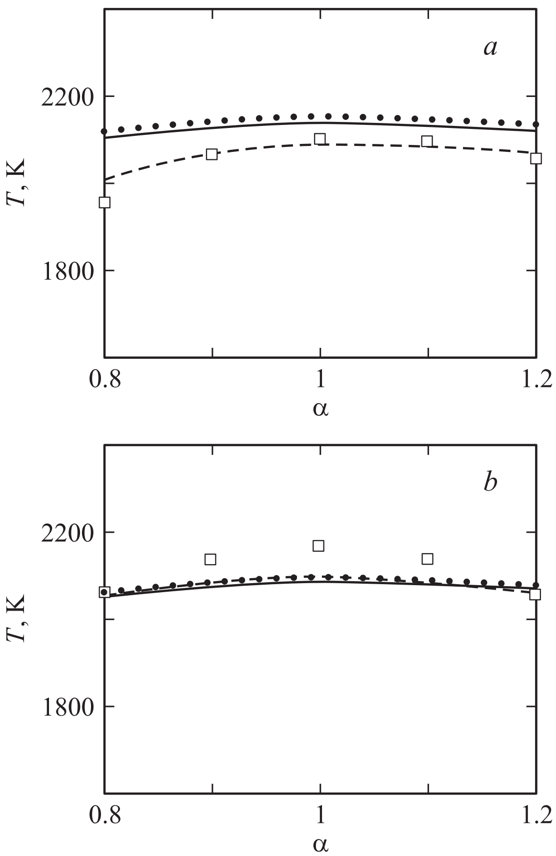

Рис. 5. Зависимость температуры от коэффициента избытка окислителя α, рассчитанная по измеренной проводимости σ_{exp}: сплошная кривая — в сечении *1* (см. рис. 2, *c*), пунктир — в сечении *2*, штриховая кривая — в сечении *3*; точки — экспериментальные данные при давлении 0.4 (*a*) и 1.96 MPa (*b*).

Средняя проводимость плазмы продуктов сгорания в нашем случае дается формулой

$$\sigma(p_0, T_0) = 3.023\,95 \cdot 10^6 \left[T_0 + \frac{p_0 \exp\left(\frac{V}{kT_0}\right)}{0.0667 T_0^{3/2}}\right]^{-1/2}. \quad (46)$$

Проводимость определялась экспериментально в трех сечениях цилиндрической камеры сгорания (рис. 2, *c*). Сечение *1* отстояло от начала камеры сгорания на 50 cm, *2* — на 100, сечение *3* — на 150 cm.

Известно, что ионизирующая добавка (в нашем случае — калий) существенно снижает эффективный коэффициент ионизации продуктов сгорания до 7–8 eV, поэтому все расчеты проводились при потенциале ионизации $V = 7.5$ eV. На этих же рисунках приведены значения температуры, полученные не зависимым от нашего методом [2,3]. На рис. 6 приведен результат расчета подвижности электронов в исследуемом диапазоне температур. На рис. 7 дано распределение температуры по длине камеры сгорания.

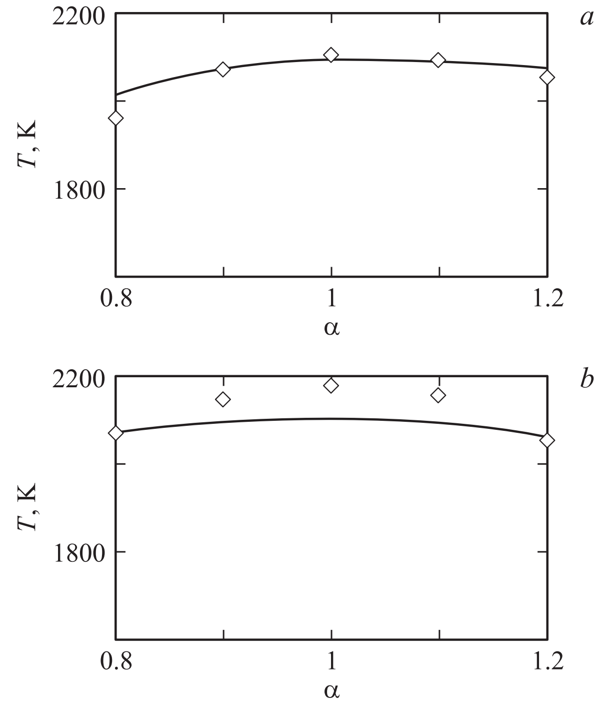

Рис. 6. Зависимость температуры от коэффициента избытка окислителя α, рассчитанная по проводимости в сечении *3* (см. рис. 2, *c*); точки — экпериментальные данные при давлении 0.4 (*a*) и 1.96 MPa (*b*).

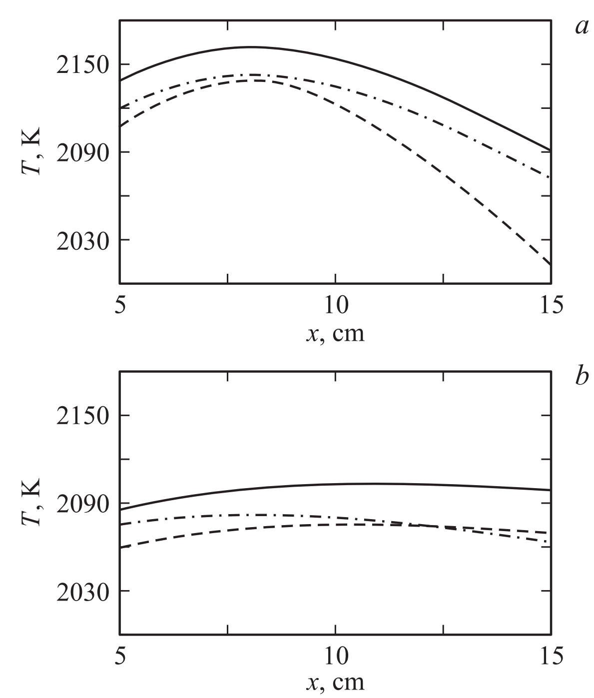

Рис. 7. Распределение температуры по длине модельной камеры сгорания при различных значениях коэффициента избытка окислителя α при давлении 0.4 MPa (*a*) и 1.96 (*b*). Штриховая кривая — $\alpha = 0.8$, сплошная — $\alpha = 1.0$, штрихпунктир — $\alpha = 1.2$.

Заключение

Результаты расчетов позволяют сделать вывод о хорошей температурной стабильности испытываемого двигателя, поскольку при разных давлениях удается сохранить почти постоянное значение температуры по всей длине камеры. Наиболее теплонагруженной областью оказывается середина камеры сгорания (сечение *2* на рис. 2, c), наилучшее соответствие между двумя методами определения температуры получается ближе к концу камеры сгорания (рис. 6). Реальная точность определения проводимости в данном эксперименте (ошибка порядка 7–10%) позволяет считать, что значения температуры, полученные разными методами, практически совпадают, и предложенный в данной работе метод может быть использован для определения в реальном времени распределения температуры, подвижности электронов и других параметров в различных участках камеры сгорания.

Измерение и использование электрофизических характеристик плазмы продуктов сгорания относится к числу фундаментальных результатов. Четкая взаимосвязь установлена между электрофизическими характеристиками (потенциал, проводимость) и прохождением ударных и акустических волн через плазму продуктов сгорания. Изучение этих закономерностей, выполненное с помощью самых современных методов эксперимента, открывает возможности практического применения в следующих областях.

1. Определение кривой выгорания топлива. Эта кривая является одной из основных характеристик двигателя любого типа. Ее ход во многом определяет экономическую эффективность двигателя и его экологичность.

2. Получение частотных характеристик процесса горения в камере сгорания. С измерением этих характеристик связан анализ устойчивости работы двигателя и анализ особенностей происхоядщих при горении физико-химических процессов.

3. Экспериментально-расчетные методы определения электризации стенок камеры сгорания в результате развития электрофизических процессов в плазме продуктов сгорания. Эти явления связаны с нежелательным появлением потенциала (до ± 400 V) на корпусе двигателя.

4. Разработка систем защиты и аварийного отключения двигателя на основании анализа высокочастотных характеристик процессов в камере сгорания.

Выполненные работы направлены в перспективе на увеличение безопасности и управляемости полета, на снижение шума и негативного воздействия на окружающую среду.

Стратегической целью наших работ является разработка и создание методов и устройств, внедрение которых в авиационную и авиационно-космическую технику поднимет на новый качественный уровень надежность и экологичность аэрокосмических систем.

Авторы выражают глубокую признательность проф. Ю.Н. Филимонову, проф. В.А. Пинчуку и их сотрудникам за постоянное внимание к работе.

Список литературы

[1] *Пинчук В.А.* // Инж.-физ. журн. 1994. Т. 67. № 1–2. С. 112–118.

[2] *Куранов А.Л., Кучинский В.В., Пинчук В.А., Филимонов Ю.Н.* // Полет. 2005. № 3. С. 28–34.

[3] *Кучинский В.В., Никитенко А.Б., Первухин В.С., Филимонов Ю.Н.* Сб. тезисов II Междунар. конф. „Авиадвигатели XXI века“. М., 2005. Т. 3. С. 155–158.

[4] *Камке С.* Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка. М., 1966. 260 с.