

## Вейвлет-анализ динамики усвоения и забывания ритмов фотостимуляции для нестационарной электроэнцефалограммы

© С.В. Божокин

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
195251 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: bsvjob@mail.ru

(Поступило в Редакцию 13 января 2010 г.)

На основе непрерывного вейвлет-преобразования разработаны количественные параметры, характеризующие переходные процессы усвоения и забывания ритмов фотостимуляции (ФСТ) для нестационарной электроэнцефалограммы (ЭЭГ). Вычислен коэффициент нестационарности сигнала  $K_{nst}(\mu)$ , коэффициент усвоения ритма  $K_M(\mu)$  и удержания ритма  $K_C(\mu)$  для различных спектральных диапазонов  $\mu$ . Рассчитано время усвоения фотовспышки  $\tau_M = \tau_S + \tau_I$ , которое складывается из латентного периода молчания  $\tau_S$  после включения ФСТ и периода нарастания ритма  $\tau_I$ . При включении ФСТ вычислено время запаздывания  $\tau_R$  ритма ЭЭГ относительно начала работы ФСТ. Время забывания ритма  $\tau_F = \tau_P + \tau_D$  после выключения ФСТ складывается из периода сохранения соответствующего ритма  $\tau_P$  в течение некоторого интервала времени и периода его спада —  $\tau_D$ . Вычислено время отставания  $\tau_L$  сигнала ЭЭГ от сигнала ФСТ при его выключении. Предлагаемый метод применяется для количественного анализа и классификации переходных процессов, характеризующих свойства центральной нервной системы человека. Обсуждаются возможные применения данного метода для анализа различных нестационарных сигналов в физике.

### Введение

Большое количество сигналов, изучаемых в физике, существенно нестационарны. Это означает, что их характеристики, вычисленные для достаточно большого интервала времени  $T$ , изменяются, если взять любой другой интервал времени  $T$ , смещенный на произвольный момент времени относительно первого. Нестационарность сигналов приводит к тому, что многие традиционные методы их исследования (окопное преобразование Фурье, корреляционный анализ) оказываются неприменимыми. В настоящее время для анализа многих нестационарных процессов используется теория вейвлетов [1–7]. Вейвлет-преобразование, применяемое при обработке нестационарных сигналов, напоминает окопное преобразование Фурье и отличается от него заменой гармонических колебаний на компактные функции, локализованные как по времени, так и по частоте.

Цель настоящей работы — разработка количественных параметров, характеризующих нестационарный сигнал. В качестве примера будут рассмотрены сигналы электроэнцефалограммы (ЭЭГ), полученные при усвоении и забывании различных ритмов фотостимуляции (ФСТ) [8–17]. Для каждого спектрального диапазона  $\mu$  будут описаны алгоритмы вычисления времени нарастания и спада ритмов ФСТ, а также вычислены коэффициент нестационарности сигнала  $K_{nst}(\mu)$ , коэффициент усвоения ритма  $K_M(\mu)$  и удержания ритма  $K_C(\mu)$ . Получено интегральное вейвлет-преобразование для гауссова сигнала. Предлагаемый метод вычисления времен усвоения и забывания ритмов, а также времен, характеризующих задержку сигнала ЭЭГ относительно сигнала фотовспышки, применяется для количественного анализа и классификации переходных процессов,

характеризующих свойства центральной нервной системы человека. Данный метод может использоваться при анализе медицинских нестационарных сигналов во время многих функциональных проб (фотостимуляция, гипервентиляция, психоэмоциональные тесты), а также может быть применен для количественного описания многих переходных процессов в физике.

### Интегральное вейвлетное преобразование

Для изучения нестационарного сигнала  $z(t)$  введем интегральное вейвлетное преобразование  $V(\nu, t)$

$$V(\nu, t) = \nu \int_{-\infty}^{\infty} z(t') \psi^*(\nu(t' - t)) dt', \quad (1)$$

которое отображает исходный одномерный сигнал  $z(t)$  на плоскость двух аргументов: времени  $t$  и частоты  $\nu$ , характеризуя изменение спектральных свойств сигнала во времени. В выражении (1)  $\psi(x)$  — материнский вейвлет, а значок \* означает комплексное сопряжение. Величина  $\nu > 0$  определяет масштаб сжатия или растяжения материнского вейвлета. Аргумент  $t$  определяет положение центра локализации вейвлета на оси времени. Если протяженность материнского вейвлета  $\psi(x)$  равна  $\Delta_x$ , то характерные моменты времени  $t'$ , вносящие основной вклад в интеграл, удовлетворяют соотношению

$$t - \frac{\Delta_x}{\nu} < t' < t + \frac{\Delta_x}{\nu}.$$

Материнский вейвлет играет роль адаптивного окна, ширина которого велика для малых частот  $\nu$  и мала

для больших. Основной вклад в интеграл  $V(\nu, t)$  дают те составляющие сигнала  $z(t')$ , которые в наибольшей степени „похожи“ на материнский вейвлет, центрированный в точке  $t = t'$  и обладающий частотой  $\nu$ .

Для интегрального вейвлетного преобразования  $V(\nu, t)$  можно ввести фурье-преобразование, согласно формуле

$$V(\nu, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{Z}(\omega) \hat{\psi}^* \left( \frac{\omega}{\nu} \right) \exp(-i\omega t) \left( \frac{d\omega}{2\pi} \right), \quad (2)$$

где  $\hat{Z}(\omega)$  — фурье-компонента сигнала  $z(t)$ , а  $\hat{\psi}^* \left( \frac{\omega}{\nu} \right)$  — фурье-компонента материнского вейвлета.

Материнский вейвлет  $\psi(x)$ , используемый в выражении (1), должен быть хорошо локализован вблизи точки  $x = 0$ , иметь нулевое среднее значение, вычисленное по всему интервалу переменной  $-\infty < x < \infty$ , и обладать единичной нормой. Таким свойствам удовлетворяет вейвлет Морле [4,15,16], имеющий вид

$$\psi(x) = D \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \left( \exp(-i\Omega_0 x) - \exp\left(-\frac{\Omega_0^2}{2}\right) \right), \quad (3)$$

где константа  $D$  равна

$$D = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi} \left( 1 - 2 \exp\left(-\frac{3\Omega_0^2}{4}\right) + \exp(-\Omega_0^2) \right)}}, \quad (4)$$

а параметр  $\Omega_0$  определяет его частоту осцилляций. Фурье-компонента материнского вейвлета Морле равна

$$\hat{\psi}(\Omega) = \sqrt{2\pi} D \exp\left(-\frac{(\Omega - \Omega_0)^2}{2}\right) (1 - \exp(-\Omega_0 \Omega)). \quad (5)$$

Условие равенства нулю среднего значения материнского вейвлета приводит к равенству  $\hat{\psi}(0) = 0$  для нулевой фурье-компоненты материнского вейвлета (5). Среди многих функций  $\psi(x)$  вейвлет Морле характеризуется наилучшим спектральным разрешением и выбор такого материнского вейвлета делает удобным использование интегрального вейвлет-преобразования  $V(\nu, t)$  для исследования нестационарных сигналов, спектральные свойства которых изменяются со временем. Если значение параметра  $\Omega_0 = 2\pi$ , то для гармонического сигнала  $z(t) = \cos(2\pi f_1 t)$ , где  $f_1$  — частота сигнала, максимум величины  $|V(\nu, t)|^2$  будет наблюдаться при  $\nu = f_1$ . Этот результат получается из формулы (2), если подставить в нее фурье-компоненту гармонического сигнала

$$\hat{Z}(\omega) = \pi[\delta(\omega - 2\pi f_1) + \delta(\omega + 2\pi f_1)],$$

где  $\delta(x)$  — дельта-функции Дирака. Данное свойство экстремальности величины  $V(\nu, t)$  для гармонического сигнала при  $\nu = f_1$  объясняет удобство определения интегрального вейвлетного преобразования по формуле (1) [4,15]. Отметим, что во многих работах определение интегрального вейвлет-преобразования  $W(\nu, t)$  отличается от формулы (1) множителем  $\sqrt{\nu}$  [2,5].

Если наш сигнал представляет собой дельта-функцию,  $z(t) = \delta(t - t_0)$ , локализованную в точке  $t_0$ , то из выражения (1) легко получить явный вид величины  $V(\nu, t)$  для такого сигнала. Еще один аналитический результат для  $V(\nu, t)$  может быть получен для гауссова сигнала

$$z_0(t - t_0) = \frac{1}{2\sqrt{\pi} \tau_0} \exp\left(-\frac{(t - t_0)^2}{4\tau_0^2}\right), \quad (6)$$

центрированного в точке  $t_0$  и имеющего ширину  $\tau_0$ . Гауссов сигнал (6) характеризуется временной протяженностью  $\Delta_t = \tau_0$  и протяженностью частотного спектра

$$\Delta_\omega = \frac{1}{2\tau_0},$$

где величины  $\Delta_t$  и  $\Delta_\omega$  определены в [2].

Для сигнала (6) интегральное вейвлет-преобразование (1) имеет вид

$$V(\nu, t) = \frac{DF}{\tau_0 \sqrt{1 + 2F^2}} \exp\left(-\frac{x^2 + 2\Omega_0^2 F^2}{2(1 + 2F^2)}\right) \times \left[ \exp\left(-\frac{i\Omega_0 x}{1 + 2F^2}\right) - \exp\left(-\frac{\Omega_0^2}{2(1 + 2F^2)}\right) \right]. \quad (7)$$

В этом выражении  $F$  — безразмерная частота  $F = \nu \tau_0$ ,  $x = \nu(t - t_0)$  — безразмерное время, отсчитываемое от момента времени  $t_0$ . Изменяющиеся во времени спектральные свойства сигнала ЭЭГ можно проанализировать, изучив зависимость мгновенных максимальных частот сигнала  $\nu_{\max}(t)$ , если следить за положениями максимумов (хребтов) поверхности  $|V(\nu, t)|^2$ . Изображения таких хребтов называют скелетоном сигнала.

Условие конечности константы  $C_\psi$ , определенной соотношением

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\Omega)|^2 d\Omega}{|\Omega|}, \quad (8)$$

где величина  $\hat{\psi}(\Omega)$  (5) представляет собой фурье-компоненту материнского вейвлета  $\psi(x)$ , позволяет восстанавливать сигнал  $z(t)$  по его интегральному вейвлетному преобразованию

$$z(t) = \frac{2}{C_\psi} \int_0^\infty d\nu \int_{-\infty}^\infty dt' \operatorname{Re}\{V(\nu, t') \psi[\nu(t - t')]\}. \quad (9)$$

В формуле (9) значок  $\operatorname{Re}$  означает реальную часть выражения.

Для интегрального вейвлетного преобразования  $V(\nu, t)$  (1) справедливо соотношение, аналогичное формуле Парсеваля в фурье-анализе

$$\int_{-\infty}^\infty z^2(t) dt = \frac{2}{C_\psi} \int_{-\infty}^\infty dt \int_0^\infty d\nu \frac{|V(\nu, t)|^2}{\nu}. \quad (10)$$

Из формулы (10) видно, что величина  $\varepsilon(\nu, t)$ , определяемая соотношением

$$\varepsilon(\nu, t) = \frac{2}{C_\psi} \frac{|V(\nu, t)|^2}{\nu}, \quad (11)$$

характеризует мгновенное распределение энергии сигнала по частотам  $\nu$  (локальная плотность спектра энергии сигнала).

Для исследования динамики нарастания и спада нестационарных сигналов  $z(t)$  введем в рассмотрение спектральный интеграл [15]

$$E_\mu(t) = \int_{\nu_{\mu-1}}^{\nu_\mu} \varepsilon(\nu, t) d\nu, \quad (12)$$

представляющий собой локальную плотность спектра энергии сигнала, проинтегрированную по определенному интервалу частот  $[\nu_{\mu-1}, \nu_\mu]$ , где величины  $\nu_\mu$  ( $\mu = 0, 1, 2, \dots$ ) характеризуют границы соответствующего частотного интервала  $\mu$ . Характеристикой сигнала  $z(t)$  в спектральном диапазоне  $\mu$  является коэффициент нестационарности  $K_{nst}(\mu)$ , измеряемый в процентах и определяемый соотношением

$$K_{nst}(\mu) = \frac{\sigma_\mu}{\langle E_\mu \rangle} 100\%. \quad (13)$$

В этом выражении  $\langle E_\mu \rangle$  — усредненное по всем временам наблюдения  $t$  среднее значение спектрального интеграла (12), а  $\sigma_\mu$  — обычное среднее квадратическое отклонение этой величины. Чем более динамично меняет свои спектральные свойства исследуемый сигнал  $z(t)$ , тем большее значение имеет коэффициент нестационарности  $K_{nst}(\mu)$ .

## Анализ работы фотовспышки

Рассчитаем вначале динамику изменения спектральных плотностей сигнала фотовспышки для последующего нахождения времени запаздывания сигнала ЭЭГ по сравнению с сигналами ФСТ. Работу фотовспышки аппроксимируем в виде ограниченной в интервале времени  $[t_A, t_B]$  последовательности  $n$  одинаковых импульсов, центр каждого из которых расположен в момент времени  $t_j$ . Предположим, что все  $n$  импульсов вспышки одинаковы, следуют друг за другом через время  $T_p = 1/\nu_p$ , причем ритм  $\nu_p$  фотовспышки, измеряемый в импульсах в секунду, равен

$$\nu_p = \frac{n-1}{t_B - t_A}.$$

Каждый импульс представляет собой гауссов пик шириной  $\tau_0$  (6), а центры гауссовых пиков расположены в точках  $t_j = t_A + \frac{j}{\nu_p}$ . Сигнал фотовспышки  $Y(t)$  в этом случае имеет вид

$$Y(t) = \sum_{j=0}^{n-1} z_0(t - t_j), \quad (14)$$

где величины  $z_0(t - t_j)$  определены формулой (6). Введя вместо круговой частоты  $\omega$  линейную  $\nu$  соотношением  $\omega = 2\pi\nu$ , можно получить выражение для спектра мощности фотовспышки

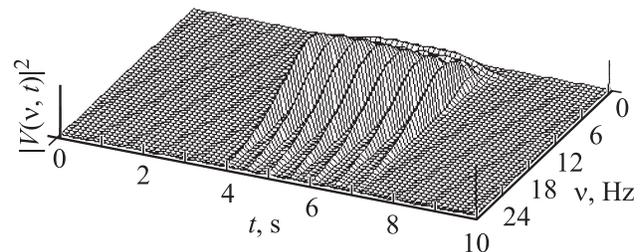
$$|\hat{Y}(\nu)|^2 = \exp(-8\pi^2\nu^2\tau_0^2) \frac{\sin^2\left(\frac{\pi\nu}{\nu_p}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi\nu}{\nu_p}\right)}. \quad (15)$$

Из анализа выражения (15) видно, что спектр мощности, представляющий собой квадрат модуля фурье-компоненты сигнала фотовспышки  $\hat{Y}(\nu)$ , представляет собой затухающую гребенку. Если частота  $\nu$  кратна частоте ФСТ  $\nu_p$ , причем  $\nu/\nu_p = k$  (где  $k = 1, 2, \dots$ ) целое число, то на таких частотах величина  $|\hat{Y}(\nu)|^2$  имеет максимумы

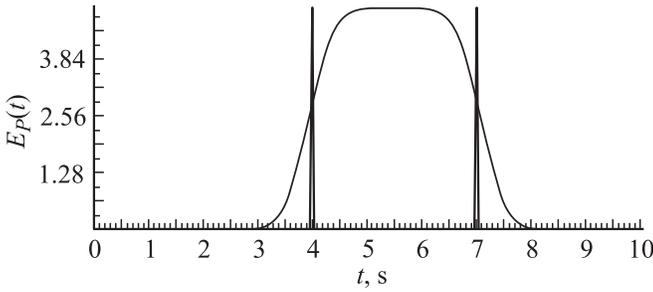
$$|\hat{Y}(k\nu_p)|^2 = n^2 \exp(-8\pi^2k^2\nu_p^2\tau_0^2).$$

Это означает, что фотовспышка, работающая на частоте  $\nu_p$ , способна генерировать сигналы ЭЭГ на кратных частотах  $\nu_{2p}, \nu_{3p}$ . Количество таких максимумов  $k_m$ , при которых величина  $|\hat{Y}(\nu)|^2$  убывает в  $e$  раз, оценивается из условия  $k_m = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi\nu_p\tau_0}$ . Подставив ширину гауссова пика  $\tau_0 = 10$  ms для частоты фотовспышки  $\nu_p = 2$  puls/s, получим величину  $k_m \approx 6$ , а для частоты  $\nu_p = 8$  puls/s —  $k_m \approx 2$ .

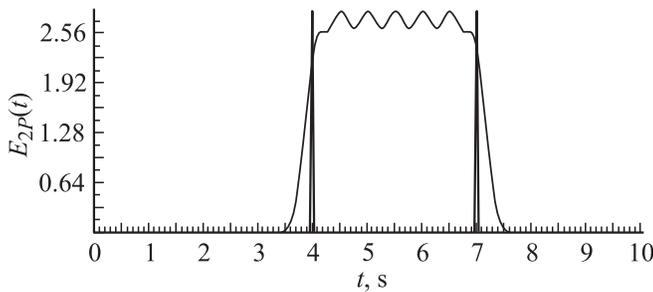
Квадрат модуля интегрального вейвлет-преобразования  $|V(\nu, t)|^2$  для сигнала фотовспышки  $Y(t)$  (14), получающийся с использованием формулы (7), представлен на рис. 1. Анализ величины  $|V(\nu, t)|^2$  показывает, что в моменты времени максимума интенсивности фотовспышки наблюдаются резкие всплески частотных спектров интегрального вейвлет-преобразования. Спектральные интегралы  $E_p(t), E_{2p}(t), E_{3p}(t)$  (12), представляющие собой локальную плотность спектра энергии сигнала, проинтегрированную по диапазонам частот  $[\nu_p - \Delta, \nu_p + \Delta], [2\nu_p - \Delta, 2\nu_p + \Delta], [3\nu_p - \Delta, 3\nu_p + \Delta]$ , где  $\Delta = 0.25$  Hz, представлены на рис. 2–4. Эти кривые показывают динамику возникновения и затухания спектральных свойств фотовспышки в соответствующем диапазоне частот.



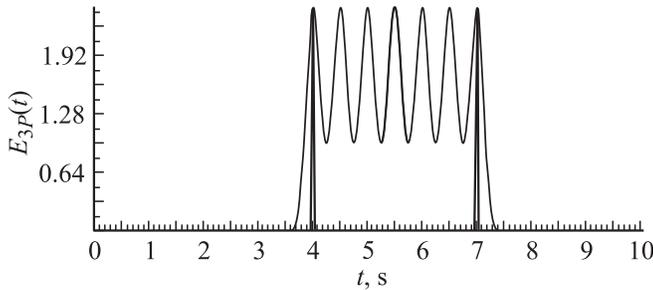
**Рис. 1.** Квадрат модуля интегрального вейвлет-преобразования  $|V(\nu, t)|^2$  (1) в зависимости от времени  $t$  и частоты  $\nu$  для сигнала фотовспышки  $Y(t)$  из семи одинаковых гауссовых пиков (14), ширина каждого пика  $\tau_0 = 10$  ms [6]. Время включения фотовспышки  $t_A = 4$  s, время ее выключения  $t_B = 7$  s, частота ФСТ равна  $\nu_p = 2$  puls/s.



**Рис. 2.** Зависимость от времени  $t$  спектрального интеграла  $E_p(t)$  (12), представляющего собой локальную плотность спектра энергии сигнала фотовспышки, проинтегрированную в узком диапазоне вблизи частоты ФСТ  $[\nu_p - \Delta, \nu_p + \Delta]$ . Расчет выполнен для сигнала фотовспышки  $Y(t)$  (14) из семи гауссовых пиков (6), следующих с частотой  $\nu_p = 2 \text{ puls/s}$ ,  $\Delta = 0.25 \text{ Hz}$ .



**Рис. 3.** Зависимость от времени  $t$  спектрального интеграла  $E_{2p}(t)$  (12). Расчет выполнен для сигнала фотовспышки  $Y(t)$  (14), состоящей из семи гауссовых пиков (6). Интегрирование проводится вблизи удвоенной частоты фотостимуляции  $[2\nu_p - \Delta, 2\nu_p + \Delta]$ ,  $\nu_p = 2 \text{ puls/s}$ ,  $\Delta = 0.25 \text{ Hz}$ .



**Рис. 4.** Зависимость от времени  $t$  спектрального интеграла  $E_{3p}(t)$  (12). Расчет выполнен для сигнала фотовспышки  $Y(t)$  (14), состоящей из семи гауссовых пиков (6). Интегрирование проводится вблизи утроенной частоты фотостимуляции в диапазоне  $[3\nu_p - \Delta, 3\nu_p + \Delta]$ ,  $\nu_p = 2 \text{ puls/s}$ ,  $\Delta = 0.25 \text{ Hz}$ .

### Динамика сигнала ЭЭГ при нестационарной ФСТ

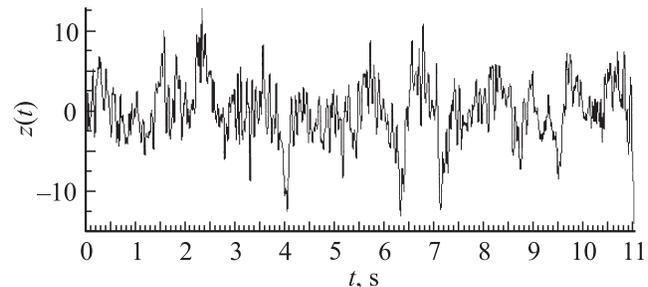
Целью работы является применение интегрального вейвлет-преобразования для нахождения количественных параметров нестационарной электроэнцефалограммы, получающейся при ФСТ [8–14]. Анализ ЭЭГ во

время функциональных проб (ФСТ, гипервентиляция, психоэмоциональные испытания) показывает, что нестационарность ЭЭГ в этих режимах является скорее правилом, чем исключением, поэтому, вычисляя величину  $V(\nu, t)$  (1) для таких сигналов, необходимо разработать систему количественных параметров, описывающих динамику таких переходных процессов.

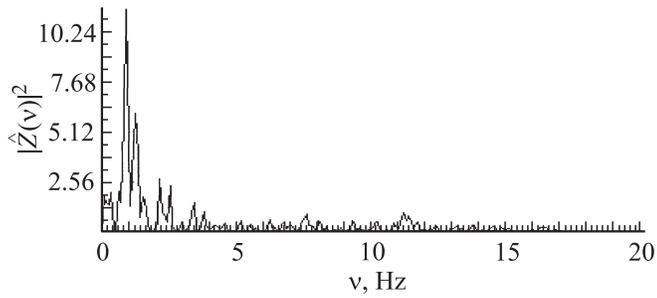
При ФСТ серия импульсов света заданной частоты  $\nu_p$  и продолжительности, генерируемая фотовспышкой, используется для исследования реакций усвоения ритма — способности нейронных ансамблей мозга воспроизводить ритм внешних воздействий. Распространяясь диффузно и симметрично, сигналы усвоения ритма ФСТ, регистрируемые с помощью ЭЭГ, имеют наибольшую амплитуду в затылочных отделах мозга (отведения  $O_1, O_z, O_2$ ). При анализе ЭЭГ весь диапазон частот обычно делят на четыре основных поддиагона:  $\delta$ -ритм с частотой 0.5–4 Hz,  $\theta$ -ритм с частотой 4–7.5 Hz,  $\alpha$ -ритм с частотой 7.5–14 Hz и  $\beta$ -ритм с частотой 14–30 Hz. В этом случае, полагая  $\nu_0, \nu_1, \dots, \nu_4$  равными 0.5, 4, 7.5, 14, 30 Hz, получаем значения спектральных интегралов  $E_\mu(t)$ , равные  $E_\delta(t), E_\theta(t), E_\alpha(t), E_\beta(t)$ . Если диапазон интегрирования в выражении (12) захватывает весь диапазон частот  $\nu$ , то такой спектральный интеграл обозначим  $E_\infty(t)$ .

Электроэнцефалограмма головного мозга регистрировалась компьютерным электроэнцефалографом „Мицар ЭЭГ-202“ в НИИЭМ РАМН (рук. проф. Суворов Н.Б.) [15,16]. Обязательным условием отбора испытуемых было отсутствие в анамнезе черепно-мозговых травм и нейроинфекций, причем особое внимание уделялось анализу ЭЭГ затылочных отведений (левого  $O_1$ , центрального  $O_z$  и правого  $O_2$ ). При записи ЭЭГ регистрирующие электроды располагались по схеме „10–20%“.

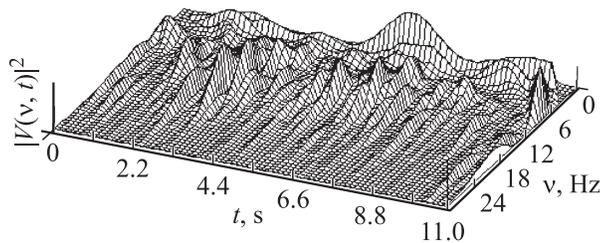
Перед изучением отклика испытуемого на сигналы фотовспышки вначале дадим количественную характеристику сигнала ЭЭГ в состоянии покоя. График сигнала  $z(t)$ , снятый в затылочном отведении ЭЭГ в состоянии покоя при закрытых глазах испытуемого, приведен на рис. 5. На рис. 6–8 представлены спектр мощности



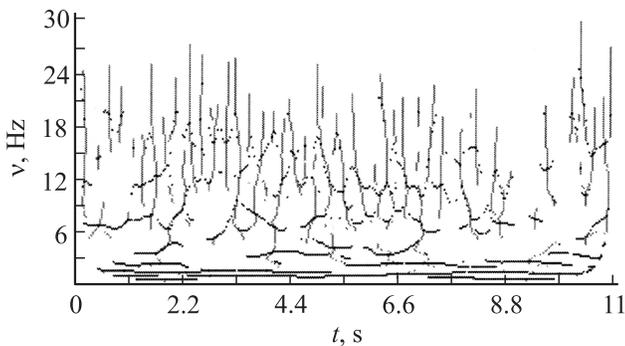
**Рис. 5.** Сигнал ЭЭГ  $z(t)$  в зависимости от времени  $t$  для испытуемого, находящегося в состоянии покоя с закрытыми глазами, снятый с затылочного отведения  $O_z$ .



**Рис. 6.** Спектр мощности сигнала ЭЭГ  $|\hat{Z}(\nu)|^2$  в зависимости от частоты  $\nu$ , вычисленный для испытуемого, находящегося в состоянии покоя с закрытыми глазами (затылочное отведение  $O_z$ ). Расчет спектра мощности выполнен для всего интервала измерения сигнала  $z(t)$  (рис. 5).



**Рис. 7.** Квадрат модуля интегрального вейвлет-преобразования  $|V(\nu, t)|^2$  (1) в зависимости от времени  $t$  и частоты  $\nu$ , вычисленный для сигнала ЭЭГ  $z(t)$  испытуемого (рис. 5), находящегося в состоянии покоя с закрытыми глазами (затылочное отведение  $O_z$ ).



**Рис. 8.** Скелетон интегрального вейвлет-преобразования  $|V(\nu, t)|^2$  (1) в зависимости от времени  $t$  и частоты  $\nu$ , вычисленный для сигнала ЭЭГ  $z(t)$  испытуемого (рис. 5), находящегося в состоянии покоя с закрытыми глазами (затылочное отведение  $O_z$ ).

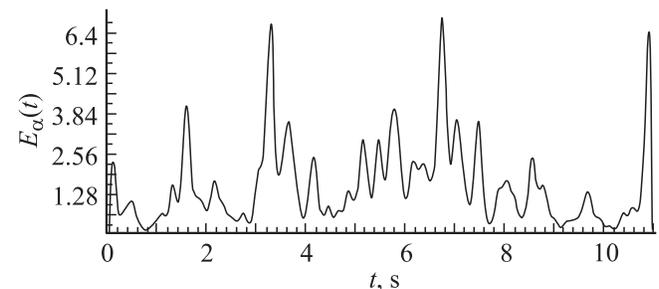
Фурье такого сигнала  $|\hat{Z}(\nu)|^2$ , квадрат модуля интегрального вейвлет-преобразования  $|V(\nu, t)|^2$  и скелетон сигнала. Коэффициенты нестационарности сигнала ЭЭГ в состоянии покоя (рис. 5) для различных спектральных диапазонов достигают существенных значений  $K_{nst}(\delta) = 57$ ,  $K_{nst}(\theta) = 83$ ,  $K_{nst}(\alpha) = 86$ ,  $K_{nst}(\beta) = 95\%$ . На картине интегрального вейвлет-преобразования (рис. 7) и на кар-

тине скелетона (рис. 8) видно, как в различные моменты времени вспыхивают и затухают различные гармоники сигнала. График спектрального интеграла  $E_\alpha(t)$  в диапазоне альфа-ритма [7.5, 14 Hz] (рис. 9) также подтверждает сильную нестационарность картины сигнала ЭЭГ, снятого в состоянии покоя. Аналогичные картины в этом случае наблюдаются и в других диапазонах ЭЭГ.

Изучим влияние фотовспышки, работающей с частотой  $\nu_P$ , на изменение ритмов ЭЭГ. При анализе нестационарных ЭЭГ, формирующихся в результате включения и выключения ФСТ, нас также будет интересовать спектральный интеграл  $E_P(t)$ , который будет представлять собой проинтегрированную локальную плотность спектра энергии сигнала ЭЭГ в узком поддиапазоне частот  $[\nu_P - \Delta, \nu_P + \Delta]$  вблизи частоты ФСТ  $\nu_P$ , где  $\Delta = 0.25$  Hz. Аналогично  $E_P(t)$  можно ввести спектральные интегралы  $E_{2P}(t)$  и  $E_{3P}(t)$ , которые описывают динамику нарастания и спада сигналов ЭЭГ на удвоенной  $2\nu_P$  и утроенной частоте  $3\nu_P$ . Анализ кривых  $E_\mu(t)$  позволяет определить характерные времена усвоения ритма  $\tau_M(\mu)$  при включении ФСТ, а также времена их „забывания“  $\tau_F(\mu)$ , после выключения ФСТ, где параметр  $\mu$  характеризует соответствующий спектральный диапазон  $\mu = (\delta, \theta, \alpha, \beta, P, 2P, 3P, \infty)$ .

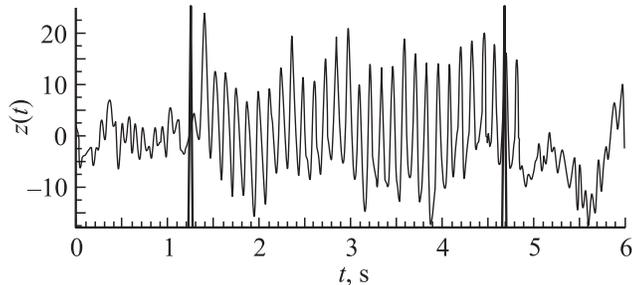
Для каждого испытуемого (20 человек) весь сеанс записи ЭЭГ состоял из стадий, отличающихся друг от друга ступенчатым изменением  $\nu_P$  в диапазоне 2–16 puls/s. Каждая стадия записи ЭЭГ, имеющая суммарную длительность  $T$  и характеризующаяся фиксированной частотой фотостимуляции  $\nu_P$ , может быть разбита на три этапа: этап покоя —  $A$  в интервале  $0 \leq t < t_A$ , где  $t_A$  — момент включения ФСТ  $t_A$ ; этап ФСТ —  $B$  ( $t_A \leq t < t_B$ , где  $t_B$  — момент выключения ФСТ) и этап релаксации —  $C$  ( $t_B \leq t \leq T$ ). Каждый из этих этапов  $A$ ,  $B$ ,  $C$  длился примерно 5 с.

В качестве примера рассмотрим, как изменится ЭЭГ испытуемого, рассмотренного ранее в состоянии покоя (рис. 5), при включении фотовспышки. Сигнал ЭЭГ  $z(t)$ , снятый в затылочном отведении  $O_z$  при ФСТ с частотой  $\nu_P = 8.12$  Hz и представленный на рис. 10, показывает большую степень усвоения такого ритма ФСТ. График спектра мощности Фурье такого сигнала  $|\hat{Z}(\nu)|^2$

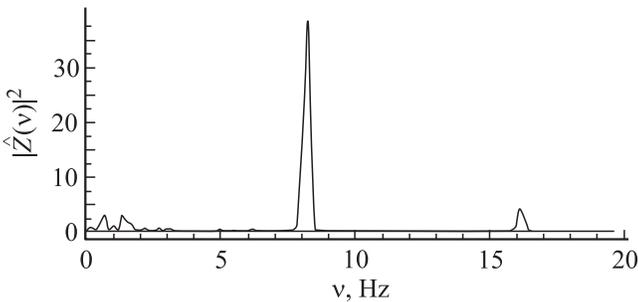


**Рис. 9.** Спектральный интеграл  $E_\alpha(t)$  (12) зависимости от времени  $t$ , вычисленный в диапазоне альфа-ритма [7.5, 14 Hz] для ЭЭГ испытуемого, находящегося в состоянии покоя с закрытыми глазами (затылочное отведение  $O_z$ ).

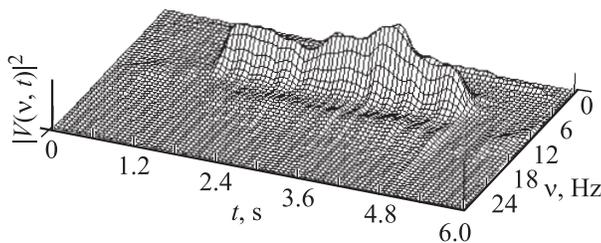
(рис. 11) демонстрирует существование как первой  $\nu_P$ , так и второй гармоники  $2\nu_P$  для сигнала ЭЭГ при включении ФСТ. Квадрат модуля интегрального вейвлет-преобразования  $|V(\nu, t)|^2$  (рис. 12) и скелетона сигнала (рис. 13) показывает сложную частотно-временную динамику и значительное усвоение сигналом ЭЭГ ритма фотовспышки, работающей на этапе В. Спектральный интеграл  $E_P(t)$  в диапазоне альфа-ритма [7.5, 14 Hz] характеризуется трапецевидным характером графика усвоения такой частоты ФСТ  $\nu_P = 8.12$  Hz (рис. 14). Отметим, что усвоение на удвоенной частоте  $E_{2P}(t)$  представляет собой сильно нестационарный процесс.



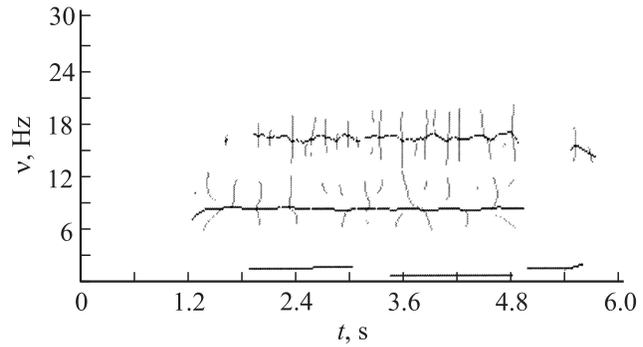
**Рис. 10.** График сигнала ЭЭГ испытуемого  $z(t)$  в зависимости от времени  $t$  при ФСТ с частотой  $\nu_P = 8.12$  Hz. Вертикальными прямыми показано время включения  $t_A = 1.24$  s и выключения  $t_B = 4.69$  s фотовспышки.



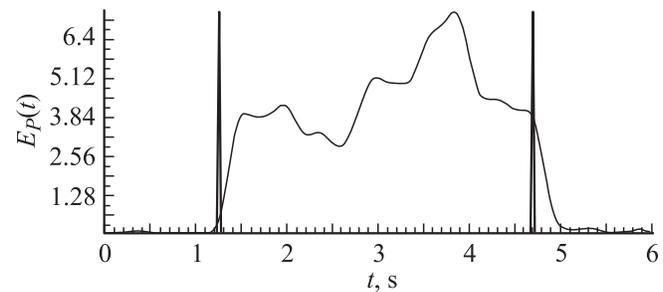
**Рис. 11.** Спектр мощности Фурье ЭЭГ  $|\hat{Z}(\nu)|^2$  в зависимости от частоты  $\nu$  при ФСТ с частотой  $\nu_P = 8.12$  Hz, вычисленный для всего интервала наблюдения сигнала  $z(t)$  (рис. 10).



**Рис. 12.** Квадрат модуля вейвлет-преобразования сигнала ЭЭГ  $|V(\nu, t)|^2$  (1) в зависимости от времени  $t$  и частоты  $\nu$ , вычисленный для сигнала ЭЭГ при ФСТ (рис. 10) с частотой  $\nu_P = 8.12$  Hz. Время включения фотовспышки  $t_A = 1.24$  s, выключения —  $t_B = 4.69$  s.



**Рис. 13.** Скелетон интегрального вейвлет-преобразования  $|V(\nu, t)|^2$  (1) в зависимости от времени  $t$  и частоты  $\nu$ , вычисленный для ЭЭГ при ФСТ (рис. 10) с частотой  $\nu_P = 8.12$  Hz. Время включения фотовспышки  $t_A = 1.24$  s, выключения  $t_B = 4.69$  s.



**Рис. 14.** Спектральный интеграл  $E_P(t)$  (12) в зависимости от времени  $t$  в диапазоне  $[\nu_P - \Delta, \nu_P + \Delta]$  для сигнала ЭЭГ при ФСТ (рис. 10) с частотой  $\nu_P = 8.12$  Hz. Вертикальными прямыми показано время включения  $t_A$  и выключения  $t_B$  фотовспышки.

### Вычисление времени усвоения и забывания ЭЭГ при ФСТ

Для вычисления характерного времени усвоения и забывания ритмов, а также коэффициентов усвоения и удержания ритмов ФСТ необходимо учитывать запаздывание сигнала ЭЭГ  $z(t)$  (рис. 10) относительно воздействия импульсов фотовспышки  $Y(t)$  (14), работающей на частоте  $\nu_P$  [17]. Нестационарные сигналы вспышки  $Y(t)$  и ЭЭГ  $z(t)$  характеризуются спектральными интегралами  $E_\mu^{(Y)}(t)$  и  $E_\mu^{(z)}(t)$ , которые представляют собой проинтегрированную в определенном интервале частот  $\mu = (\delta, \Theta, \alpha, \beta, P, 2P, 3P)$  локальную плотность спектра энергии (12). Каждая из величин  $E_\mu^{(Y)}(t)$  и  $E_\mu^{(z)}(t)$  на интервале ФСТ ( $t_A \leq t < t_B$ , интервал В) характеризуется максимальными значениями  $E_\mu^{(Y)}(m)$  и  $E_\mu^{(z)}(m)$ . При исследовании ФСТ для сигнала фотовспышки ( $Y$ ) и сигнала ЭЭГ ( $z$ ) введем нормированные на единицу спектральные интегралы  $e_\mu^{(Y)}(t)$  и  $e_\mu^{(z)}(t)$

$$e_\mu^{(Y)}(t) = \frac{E_\mu^{(Y)}(t)}{E_\mu^{(Y)}(m)}, \quad e_\mu^{(z)}(t) = \frac{E_\mu^{(z)}(t)}{E_\mu^{(z)}(m)}. \quad (16)$$

Пусть  $\langle e_\mu^{(z)}(A) \rangle$ ,  $\langle e_\mu^{(z)}(B) \rangle$ ,  $\langle e_\mu^{(z)}(C) \rangle$  — средние значения спектральных интегралов, а  $\sigma_\mu^{(z)}(A)$ ,  $\sigma_\mu^{(z)}(B)$ ,  $\sigma_\mu^{(z)}(C)$  — их средние квадратические отклонения. Эти величины определяются обычными формулами усреднения по промежуткам времени, отвечающим интервалам  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

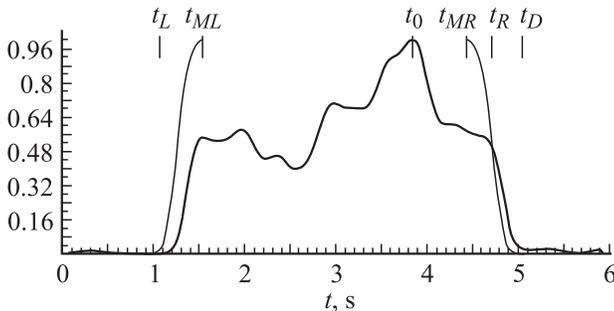
Если величина  $\langle e_\mu^{(z)}(B) \rangle$  превосходит  $\langle e_\mu^{(z)}(A) \rangle$ , то это означает, что усвоение ритмов в частотном диапазоне  $\mu$  существует. Коэффициент усвоения ритма ФСТ  $K_M(\mu)$  для диапазона  $\mu$  определяется отношением среднего значения спектрального интеграла  $\langle e_\mu^{(z)}(B) \rangle$  на этапе ФСТ (этап  $B$ ) к спектральному интегралу  $\langle e_\mu^{(z)}(A) \rangle$  на этапе покоя  $A$

$$K_M(\mu) = \frac{\langle e_\mu^{(z)}(B) \rangle}{\langle e_\mu^{(z)}(A) \rangle}. \quad (17)$$

Величина  $K_M(\mu)$  показывает, насколько велик эффект усвоения сигнала ЭЭГ в диапазоне  $\mu = (\delta, \Theta, \alpha, \beta, P, 2P, 3P)$  при ФСТ, если фотовспышка работает на частоте  $\nu_P$ . Чем больше этот коэффициент  $K_M(\mu)$ , тем лучше усваиваются ритмы в данном спектральном диапазоне  $\mu$ .

В качестве примера рассмотрим вычисление времени усвоения и забывания самого ритма ФСТ ( $\mu = P$ ). В этом случае следует определить, как мозг генерирует, а затем сохраняет ритм, совпадающий с первой гармоникой работы фотовспышки, работающей на частоте  $\nu_P$ . Для других спектральных диапазонов  $\mu$  алгоритмы вычисления всех времен аналогичны.

Графики величин  $e_P^{(Y)}(t)$  и  $e_P^{(z)}(t)$  для сигнала ЭЭГ при ФСТ (рис. 10) с частотой  $\nu_P = 8.12$  Hz представлены на рис. 15. Пусть точка  $L$  представляет собой пересечение кривых  $e_P^{(Y)}(t)$  и  $e_P^{(z)}(t)$  на левой части рисунка при включении ФСТ. Абсциссой точки  $L$  является момент времени  $t_L$ , а ее ординатой — величина  $e_L$ , которая определяется из условия равенства  $e_P^{(Y)}(t_L) = e_P^{(z)}(t_L) = e_L$ . Пусть точка  $R$  определяет пересечение этих кривых на правой части рисунка после выключения ФСТ. Абсцисса точки  $R$  соответствует моменту времени  $t_R$ , а ее ордината соответствует величине  $e_R$ , в которой пере-



**Рис. 15.** Тонкой линией обозначено нормированное значение спектрального интеграла фотовспышки  $e_P^{(Y)}(t)$  (16) в зависимости от времени  $t$ ; жирной линией — нормированное значение спектрального интеграла сигнала ЭЭГ  $e_P^{(z)}(t)$  (рис. 14). Фотовспышка работает на частоте  $\nu_P = 8.12$  Hz.

секаются кривые  $e_P^{(Y)}(t_R) = e_P^{(z)}(t_R) = e_R$ . Коэффициент удержания ритма ФСТ  $K_C(P)$  определяется из условия  $K_C(P) = e_R$ . По определению, это значение всегда меньше единицы. Для нестационарной ЭЭГ, возникающей под действием фотовспышки, работающей с частотой  $\nu_P = 8.12$  Hz (рис. 10, 15), коэффициент усвоения ритма ФСТ  $K_M(P) = 83.43$ , коэффициент удержания ритма ФСТ  $K_C(P) = 0.49$ .

Величины  $t_{ML}$  и  $t_{MR}$  означают моменты времени первого максимума и последнего максимума для нормированного сигнала фотовспышки  $e_P^{(Y)}(t)$ . Время  $t_0$  характеризует максимальное значение сигнала ЭЭГ при ФСТ  $e_P^{(z)}(t_0) = 1$ . Время усвоения сигнала фотовспышки  $\tau_M(P)$ , отсчитываемое от  $t_L$ , представляет собой сумму  $\tau_M(P) = \tau_S(P) + \tau_I(P)$  и складывается из латентного периода  $\tau_S(P)$  (период „молчания“ после включения ФСТ) и периода нарастания ритма  $\tau_I(P)$ . За время усвоения сигнала фотовспышки принимается величина  $\tau_M(P) = t_0 - t_L$ . Для вычисления времени молчания  $\tau_S(P)$  необходимо рассмотреть два случая.

Если на этапе покоя  $A$  существует большая дисперсия сигнала ЭЭГ ( $\langle e_P^{(z)}(A) \rangle + 3\sigma_P(A) > e_{P_{\max}}^{(z)}(A)$ , где  $e_{P_{\max}}^{(z)}(A)$  — максимальное значение  $e_P^{(z)}(t)$  на этапе  $A$ ), то время молчания  $\tau_S(P)$  представляет собой интервал времени между  $t_L$  и временем на этапе  $B$ , когда сигнал ЭЭГ  $e_P^{(z)}(t)$  превысит  $e_{P_{\max}}^{(z)}(A)$ . В противном случае время молчания  $\tau_S(P)$  представляет собой промежуток времени между  $t_L$  и тем временем, когда выполнится условие  $e_P^{(z)}(t) > \langle e_P^{(z)}(A) \rangle + 3\sigma_P(A)$ . Время нарастания ритма  $\tau_I(P)$  затем определяется вычитанием из  $\tau_M(P)$  найденного ранее значения  $\tau_S(P)$ .

Время запаздывания  $\tau_R(P)$  между сигналом ЭЭГ  $e_P^{(z)}(t)$  и сигналом фотовспышки  $e_P^{(Y)}(t)$  определяется в случае  $t_0 > t_{ML}$  соотношением

$$\tau_R(P) = \frac{\text{SQR}(L, t_{ML}, t_0, L)}{1 - e_L}, \quad (18)$$

где  $\text{SQR}(L, t_{ML}, t_0, L)$  — площадь замкнутой фигуры, ограниченной точками  $L, t_{ML}, t_0, L$ . Если выполняется неравенство  $t_0 < t_{ML}$ , то необходимо найти точку  $M$ , которая соответствует моменту времени  $t_{LR}$  еще одного пересечения кривых  $e_P^{(Y)}(t_{LR}) = e_P^{(z)}(t_{LR}) = e_{LR}$ , причем  $t_L < t_{LR} < t_{ML}$ . В этом случае время запаздывания  $\tau_R(P)$  определяется соотношением

$$\tau_R(P) = \frac{\text{SQR}(L, M, L)}{e_{LR} - e_L}, \quad (19)$$

где  $\text{SQR}(L, M, L)$  — площадь замкнутой фигуры, ограниченной точками  $L, M, L$ . Характерные значения времени при включении ФСТ  $\tau_S(P) = 0.19$ ,  $\tau_I(P) = 2.64$ ,  $\tau_M(P) = \tau_S(P) + \tau_I(P) = 2.83$ ,  $\tau_R(P) = 1.06$  s (рис. 15).

Рассмотрим моменты времени  $t > t_R$ , которые соответствуют релаксации ритмов после выключения ФСТ, причем в точке  $R$  пересекаются кривые  $e_P^{(Y)}(t_R) =$

$= e_p^{(z)}(t_R) = e_R$ . Время забывания ритма  $\tau_F(P)$  представляет собой сумму  $\tau_F(P) = \tau_C(P) + \tau_D(P)$  и складывается из периода сохранения соответствующего ритма  $\tau_C(P)$  в течение некоторого интервала времени после выключения ФСТ и периода его спада —  $\tau_D(P)$ . Заметим, что период релаксации  $C$  характеризуется средним значением нормированного спектрального интеграла  $\langle e_p^{(z)}(C) \rangle$ , который может быть отличен от величины  $\langle e_p^{(z)}(A) \rangle$ .

Предположим, что величина сигнала ЭЭГ  $e_p^{(z)}(t)$  монотонно убывает при  $t > t_R$  так, как это показано на рис. 15. В этом случае определим точку  $D$ , соответствующую моменту времени  $t_D$  пересечения нормированного сигнала ЭЭГ  $e_p^{(z)}(t)$  на этапе  $C$  и среднего значения  $e_p^{(z)}(t_D) = \langle e_p^{(z)}(C) \rangle = e_C$ . При таком монотонном спаде сигнала ЭЭГ время сохранения ритма  $\tau_C(P) = 0$ , а забывания —  $\tau_F(P) = \tau_D(P) = t_D - t_R$ . Еще одна точка  $E$  соответствует моменту времени  $t_E$ , при котором нормированный сигнал фотовспышки  $e_p^{(y)}(t)$  пересекает среднее значение сигнала ЭЭГ на этапе  $C$   $e_p^{(y)}(t_E) = \langle e_p^{(z)}(C) \rangle$ , причем  $t_R < t_E < t_D$ . Время отставания между сигналом ЭЭГ и сигналом фотовспышки  $\tau_L(P)$  определяется по формуле

$$\tau_L(P) = \frac{\text{SQR}(R, D, E, R)}{e_R - e_C}, \quad (20)$$

где  $\text{SQR}(R, D, E, R)$  — площадь фигуры, ограниченной точками  $R, D, E, R$ . Характерные значения времени при выключении ФСТ  $\tau_C(P) = 0$ ,  $\tau_D(P) = 0.24$ ,  $\tau_P = \tau_C(P) + \tau_D(P) = 0.24$ ,  $\tau_L(P) = 0.06$  с (рис. 15).

Если величина сигнала ЭЭГ  $e_p^{(z)}(t)$  на этапе релаксации  $C$  при  $t > t_R$  превосходит значение  $e_R$ , то это означает эффект „эха“ ФСТ. В этом случае в момент времени  $t_H > t_R$  существует точка  $H$ , где величина сигнала ЭЭГ имеет максимум  $e_p^{(z)}(t_H) = e_H > e_R$ . В этом случае время сохранения ритма  $\tau_C(P) = t_H - t_R$ . Время спада ритма  $\tau_D(P)$  определяется моментом времени  $t_D > t_H$ , где происходит пересечение нормированного сигнала ЭЭГ  $e_p^{(z)}(t)$  на этапе  $C$  и среднего значения  $e_p^{(z)}(t_D) = \langle e_p^{(z)}(C) \rangle = e_C$ , причем  $\tau_D(P) = t_D - t_H$ . Суммарное время забывания ритма  $\tau_F(P)$  равно  $\tau_F(P) = \tau_C(P) + \tau_D(P)$ . В случае существования эха также необходимо найти точку  $E$ , которая соответствует моменту  $t_E$ , где выполняется условие  $e_p^{(y)}(t_E) = \langle e_p^{(z)}(C) \rangle$ , причем  $t_R < t_E < t_D$ . Время отставания ритма ЭЭГ и от сигнала фотовспышки  $\tau_L(P)$  определяется в случае существования эффекта „эха“ выражением  $\tau_L(P) = (t_H - t_R + t_D - t_E)/2$ .

## Заключение

В данной работе рассмотрена динамика усвоения и забывания ритма ФСТ для нестационарной ЭЭГ, изменяющейся под действием фотовспышки. Предлагаемый метод вычисления времени усвоения и забывания ритмов

применяется для количественного анализа и классификации переходных процессов, характеризующих свойства центральной нервной системы человека. Данный метод может использоваться при разработке информационных параметров, описывающих медицинские нестационарные сигналы во время многих функциональных проб (электрокардиограмма, электроэнцефалограмма, пульсовая волна, звуковые сигналы сердца при физических нагрузках, дыхательных, лекарственных пробах и психоэмоциональных тестах).

В отличие от визуального и спектрального анализа применение интегрального вейвлет-преобразования позволяет классифицировать и количественно оценивать такие переходные процессы и дает новую информацию о развитии амплитудно-частотных изменений нестационарной ЭЭГ при ФСТ. Предложены и вычислены количественные параметры, характеризующие сигналы: коэффициент нестационарности сигнала  $K_{nst}(\mu)$ , коэффициент усвоения  $K_M(\mu)$  и удержания ритма  $K_C(\mu)$ . Вычислены времена усвоения  $\tau_M$  и запаздывания  $\tau_R$  ритма ЭЭГ относительно начала работы ФСТ, а также времена забывания ритма  $\tau_F$  и отставания  $\tau_L$  сигнала ЭЭГ при выключении ФСТ.

Данный метод количественного описания переходных процессов может быть применен для характеристики нестационарного разрушения материалов, зарождения магнитных бурь под действием солнечного ветра, динамики поглощения волн в плазме под действием генераторов излучений, переходных процессов в электрических цепях и др.

## Список литературы

- [1] Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. Ижевск: НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика“, 2001. 462 с.
- [2] Чуи К. Введение в вейвлеты. М.: Мир, 2001. 416 с.
- [3] Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов. М.: Мир, 2005. 671 с.
- [4] Божокин С.В., Лыков С.Н. Дополнительные главы теоретической физики. Вейвлеты. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2007. С. 252.
- [5] Короновский А.А., Храмов А.Е. Непрерывный вейвлет-анализ и его приложения. М.: Физматлит, 2003. 176 с.
- [6] Короновский А.А., Пономаренко В.И., Прохоров М.Д., Храмов А.Е. // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 9. С. 6.
- [7] Москалев П.В. // ЖТФ. 2008. Т. 78. Вып. 10. С. 13.
- [8] Гнездицкий В.В. Обратная задача ЭЭГ и клиническая электроэнцефалография. М.: Медпресс-информ, 2004. 624 с.
- [9] Федотчев А.И., Бондарь И.Г., Маевский А.А., Якулова Л.П. // Журнал высшей нервной деятельности. 1996. Т. 46. № 3. С. 447.
- [10] Каплан А.Я. // УФН. 1998. Т. 29. № 3. С. 35.
- [11] Святогор И.А. // Биологическая обратная связь. 2003. № 3. С. 10.
- [12] Rosso O.A., Martin M.T., Figliola A., Keller K., Plastino A. // J. of Neuroscience Methods. 2006. Vol. 153. P. 163.
- [13] Addison P.S. // Physiol. Meas. 2005. Vol. 26. P. R155.

- [14] *Wei-Yen Hsu, Choi-Ching Lin, Ming-Shaung Ju, Yung-Nien Sun* // *J. of Neuroscience Methods*. 2007. Vol. 163. P. 145.
- [15] *Суворов Н.Б., Божокин С.В.* // *Биомедицинская радиоэлектроника*. 2008. № 3. С. 21–25.
- [16] *Suvorov N.B., Bozhokin S.V.* // *Proc. XV Int. Conf. on Neurocybernetics (ICNC-09)*. Rostov-on-Don, Russia, 2009. Vol. 1. P. 271–274. (<http://icnc09.krinc.ru/volumel.pdf>).
- [17] *Божокин С.В.* // *Тр. VII Всеросс. конф. „Механизмы функционирования висцеральных систем“*. Тез. докл. 2009. С. 64–65. (<http://www.infran.ru/meetings/2009-VisceralSystem/Abstracts.pdf>).