

01:03

# Оптимизация сверхзвукового аэродинамического обтекания за счет локальных внешних воздействий на поток

© Н.А. Герасимов, В.С. Сухомлинов

Научно-исследовательский институт физики Санкт-Петербургского государственного университета,  
198903 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: NIKOLAI\_GERASIMO@MAIL.RU

(Поступило в Редакцию 1 февраля 2010 г.)

Рассматриваются решения оптимизационных задач сверхзвукового аэродинамического обтекания тонкого тела вращения и тонкого профиля, находящегося под малым углом атаки, при наличии внешних воздействий на поток в виде подвода энергии и внешней силы, действующей на поток в приповерхностном слое около обтекаемого тела. Анализ основан на ранее разработанной аналитической теории сверхзвукового обтекания данных объектов. Рассмотрены следующие оптимизационные задачи: снижение лобового сопротивления тонкого тела вращения, увеличение подъемной силы крыла бесконечного размаха, уменьшение уровня акустического шума, генерируемого при обтекании тел сверхзвуковым потоком.

## Введение

Разработка новых нетрадиционных методов оптимизации аэродинамического обтекания, включающих снижение лобового сопротивления, увеличение подъемной силы и снижение уровня акустического шума, имеет важное значение при разработке летательных аппаратов нового поколения [1–4]. Именно с этим связан рост интереса к исследованиям структуры газовых течений с внешними воздействиями, в качестве которых обычно рассматривается создание плазменных образований [5,6] и МГД-воздействия [7,8].

Ранее нами была построена теория сверхзвуковых течений с малыми возмущениями при наличии внешних воздействий на поток [1,2]. В настоящей работе на основе полученных результатов решаются конкретные задачи по снижению лобового сопротивления, уровня акустического шума, а также увеличению подъемной силы. Сначала будет рассмотрена задача снижения лобового сопротивления тонкого тела вращения при обтекании его сверхзвуковым потоком, затем — тонкого профиля под малым углом атаки.

Будем считать, что за счет внешних источников энергии в тонком по сравнению с поперечными размерами тела (и профиля) слое толщиной  $\delta_p$  выделяется некоторая объемная плотность мощности  $Q$ , а на единицу объема этого слоя действует сила  $F$ . Оптимизационные задачи ставятся следующим образом: найти такие пространственные распределения величин  $Q, F$ , при которых лобовое сопротивление минимально, минимальен уровень акустического шума и (или) максимальна подъемная сила.

## 1. Снижение лобового сопротивления и уровня акустического шума в случае тонкого тела вращения

Рассмотрены следующую постановку задачи. Пусть тонкое тело вращения длиной  $L$  обтекается сверхзвуковым потоком газа, при этом ось тела параллельная массовой скорости в невозмущенной области и оси  $Z$  декартовой системы координат (рис. 1).

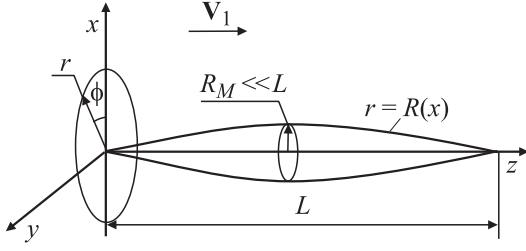
Для возмущения давления в рассматриваемой ситуации в работе [1] были получены следующие результаты:

$$\frac{P_{pl} - P_0}{P_0} = -\gamma M \left[ \bar{v}_z + \frac{\bar{v}_z^2}{2} \right] \quad \text{при } \bar{r} > R(\bar{z}) + \bar{\delta}_p, \quad (1)$$

$$\frac{P_{pl} - P_0}{P_0} = -\gamma M \left[ \bar{v}_z + \frac{\bar{v}_z^2}{2} \right] + \frac{L\nu_1}{P_0 c M} \int_0^{\bar{z}} F(x) dx$$

$$\quad \text{при } R(\bar{z}) < \bar{r} < R(\bar{z}) + \bar{\delta}_p, \quad (2)$$

где  $P_{pl}, P_0$  — давление на расстоянии  $\bar{r} = \frac{r}{L} \ll 1$  от поверхности тела вращения и давление в невозмущенной области соответственно;  $M$  — число Маха в невозмущенной области;  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ ;  $\bar{v}_z, \bar{v}_r, c, L$  — относительные возмущения продольной и радиальных скоростей, скорость звука и длина тела вращения соответственно;  $\bar{z} = \frac{z}{L}$  — безразмерная продольная координата (положительное направление оси  $z$  совпадает с направлением скорости потока в невозмущенной области);  $\bar{r} = R(x)$  — уравнение поверхности тела.



**Рис. 1.** Схема сверхзвукового обтекания тонкого тела вращения.

Для возмущенной скорости вблизи слоя воздействия справедливы выражения:

$$\begin{aligned}\bar{v}_r(\bar{z}, \bar{r}) &= \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \Phi_+(\bar{z}, \bar{r}) = \frac{1}{2\pi \bar{r}} \int_0^{\bar{z}-B_0 \bar{r}} \frac{q'_+(\eta)(\bar{z}-\eta)d\eta}{\sqrt{(\bar{z}-\eta)^2 - B_0^2 \bar{r}^2}}, \\ \bar{v}_z(\bar{z}, \bar{r}) &= \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \Phi_+(\bar{z}, \bar{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\bar{z}-B_0 \bar{r}} \frac{q'_+(\eta)d\eta}{\sqrt{(\bar{z}-\eta)^2 - B_0^2 \bar{r}^2}}.\end{aligned}\quad (3)$$

Функция  $q_+(\bar{z})$  в работе [1] вычислена с учетом поправок к известному приближению Кармана [9]. Для упрощения вычислений рассмотрим приближение Кармана без поправок. Тогда для функции  $q_+(\bar{z})$  справедливо [1]:

$$q_+(\bar{z}) = S'(\bar{z}) - 4\delta_p \Phi_0(\bar{z}) R(\bar{z}) \frac{A_1}{\ln[R(\bar{z}) + \bar{\delta}_p]}, \quad (4)$$

где

$$S(\bar{z}) = \pi R^2(\bar{z});$$

$$\Phi_0(\bar{z}) = \frac{L}{v_1 P_0} \left\{ \gamma M c F(\bar{z}) - \frac{(\gamma-1)}{\gamma} Q(\bar{z}) \right\}; A_1 = -0.916, \quad (4, a)$$

где  $\bar{\delta}_p = \frac{\delta_p}{L}$  — безразмерная толщина слоя воздействия.

Из этих результатов видна принципиальная возможность снижения лобового сопротивления и уровня акустического шума. Как следует из соотношений (4) и (4,a), с помощью внешних воздействий имеется возможность уменьшить (или сделать равной нулю в линейном приближении) функцию  $q_+(\bar{z})$ , определяющую возмущение скорости, а значит, и давления. Но сила лобового сопротивления и акустический шум как раз и обусловлены возмущением давления вблизи поверхности обтекаемого тела.

Предположим, что функция  $\Phi_0$ , определяющая внешнее воздействие, такова, что выполняется соотношение  $q_+(\bar{z}) = 0$ . Тогда для функции  $\Phi_0$  справедливо:

$$\Phi_0(\bar{z}) = \frac{\pi R'(\bar{z})}{2A_1 \bar{\delta}_p} \ln[R(\bar{z} + \bar{\delta}_p)]. \quad (5)$$

При этом в рассмотренном в [1] линейном приближении возмущение давления зануляется. Интересно отметить,

что в этой же работе были получены условия, которым должна удовлетворять функция  $\Phi_0$  для того, чтобы задача оставалась линейной:

$$\max[\Phi_0] = O(\bar{v}_r) = O(R_M); \quad R_M = \max[R(x)].$$

Однако сравнение расчетов по разработанной теории и численных результатов показало, что область применимости полученных аналитических формул значительно шире, а именно:

$$\max[\Phi_0] = O\left(\frac{R_M}{\delta_p}\right).$$

Таким образом, функция  $\Phi_0$ , определенная формулой (5), удовлетворяет условию применимости результатов линейной теории.

Рассмотрим вопрос энерговыгодности такого способа снижения лобового сопротивления. Вычислим суммарную мощность  $N_i$ , необходимую для реализации внешних воздействий, определяемых соотношением (5). Пронтегрировав по поверхности тела в слое воздействия, с учетом малости толщины этого слоя по сравнению радиусом тела получим:

$$N_i = \frac{\pi [\ln(R_M^2) - 1]}{4A_1} S_M L^2 P_0 v_1, \quad (6)$$

где  $S_M = \pi R_M^2$ ,  $R_M$  — максимальный относительный радиус тонкого тела вращения. Мощность, требуемая для преодоления силы сопротивления, записывается в виде:

$$N_r = \gamma M^2 P_0 C_x L^2 v_1.$$

Коэффициент энерговыгодности  $\eta$  определим следующим образом:

$$\eta = \frac{N_r}{N_i},$$

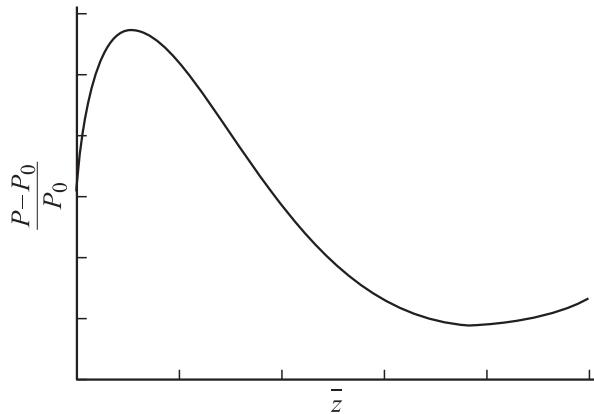
тогда для тонкого тела вращения получаем

$$\eta = \frac{4A_1 M^2 C_x}{\pi [\ln(R_M^2) - 1] S_M} \approx M^2 R_M^2 \ll 1 \quad (7)$$

в диапазоне чисел Маха, где справедливо линейное приближение [1].

Таким образом, можно констатировать, что снижение лобового сопротивления тонкого тела вращения при сверхзвуковом обтекании за счет внешних воздействий в тонком приповерхностном слое энергетически невыгодно.

Обсудим физический смысл полученных результатов. Как известно, возмущение давления у поверхности тонкого тела вращения в общем случае имеет вид, приведенный на рис. 2 [9]. Известно также, что энергоподвод в сверхзвуковой поток вызывает рост давления, а ускорение потока — его снижение в области вниз по потоку от области воздействия [10]. Таким образом, суть предлагаемого метода снижения возмущения давления сводится к тому, что в области, где наблюдается



**Рис. 2.** Качественный вид возмущения давления вблизи поверхности осесимметричного тела в форме снаряда.

рост давления, вызванный сжатием потока, обтекающего тело, необходимо внешнее воздействие, поникающее давление (отвод энергии или ускорение потока). Напротив, если вблизи поверхности тела наблюдается падение давления, то нужно его скомпенсировать энергоподводом или торможением потока. Большие затраты энергии на снижение лобового сопротивления таким способом вызваны, очевидно, тем, что вклад в лобовое сопротивление дает лишь малая продольная проекция возмущения давления. Остальная энергия набегающего потока (радиальная составляющая возмущения давления) тратится на генерацию звуковых волн. Таким образом, снижая лобовое сопротивление, одновременно неизбежно уменьшаем интенсивность звуковых волн, генерируемых телом. В силу этого затраченная извне энергия намного превосходит энергию, которая тратится на преоболение сил сопротивления.

Разумеется, решение данной оптимизационной задачи в виде соотношения (5) не стогое. Для точного решения данной задачи необходимо рассмотреть интегральное уравнение

$$F = \iint_S P_{pl} dS = 0, \quad (8)$$

где интегрирование ведется по всей площади тела, при наличии условия минимума интегральной мощности воздействий. Однако соотношение (7) указывает на расхождение в энергозатратах на порядки величин. Физические причины этого указаны выше и строгим решением задачи этого не устраниТЬ.

## 2. Оптимизация сверхзвукового обтекания тонкого профиля

Для решения поставленных в этой части работы задач воспользуемся результатами работы [2], где разработана аналитическая теория сверхзвукового обтекания тонкого профиля под малым углом атаки. Схема обтекания, поясняющая некоторые принятые ниже обозначения, приведена на рис. 3.

Для возмущения давления около нижней и верхней частей профиля было получено соответственно:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P_-}{P_0} &= -\frac{\gamma M^2}{B_0} \left[ Y'_-(x + B_0y) + \frac{1}{2B_0v_1l^2} R_2^-(x + B_0y) \right], \\ \frac{\Delta P_+}{P_0} &= -\frac{\gamma M^2}{B_0} \left[ -Y'_+(x - B_0y) + \frac{1}{2B_0v_1l^2} R_2^+(x - B_0y) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} R_2^-(x + B_0y) &= \int_{x+B_0y-\delta_p}^{x+B_0y+\delta_p} \Phi_1^-(x_1) dx_1, \\ R_2^+(x - B_0y) &= \int_{x-B_0y-\delta_p}^{x-B_0y+\delta_p} \Phi_1^+(x_1) dx_1, \end{aligned} \quad (9,a)$$

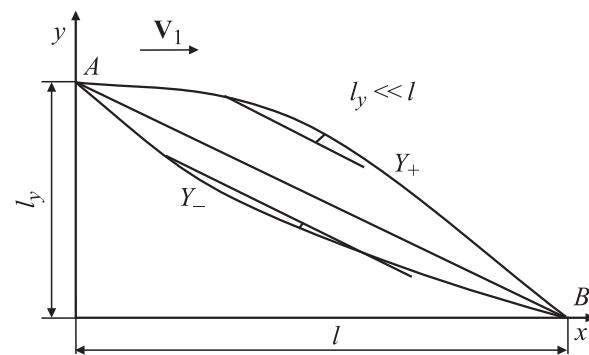
$$\begin{aligned} \Delta P &= P - P_0, \\ \Phi_1(x) &= \left[ \frac{\gamma MF(x)}{\rho_0c} - \frac{(\gamma - 1)Q(x)}{\rho_0c^2} \right] l^2 \end{aligned}$$

при выполнении неравенств  $x - B_0y, x + B_0y \gg \delta_p$  справедливо:

$$\begin{aligned} R_2^-(x + B_0y) &\approx 2\delta_p \Phi_1^-(x + B_0y), \\ R_2^+(x - B_0y) &\approx 2\delta_p \Phi_1^+(x - B_0y). \end{aligned} \quad (9,b)$$

Аналогично случаю обтекания тонкого тела вращения из формул (9) следует возможность уменьшения возмущения давления вблизи верхней и нижней частей профиля за счет внешних воздействий.

Следует иметь в виду, что в случае оптимизации обтекания профиля, являющегося сечением крыла бесконечного размаха, ситуация несколько более сложная, чем в предыдущей задаче: а именно, уменьшая лобовое сопротивление и уровень акустического шума, генерируемого профилем, необходимо следить за тем, чтобы подъемная сила оставалась неизменной. Поскольку, как известно, подъемная сила определяется у-компонентой импульса, уносимого от поверхности крыла акустическими волнами, то при уменьшении генерации этих волн неизбежно уменьшается подъемная сила. Выход в том, что



**Рис. 3.** Схема сверхзвукового обтекания тонкого профиля, расположенного под малым углом атаки.

с точки зрения задачи ослабления звукового удара у поверхности Земли нас интересуют только акустические волны, распространяющиеся в нижней полуплоскости. Таким образом, появляется принципиальная возможность уменьшить интенсивность звуковых волн, распространяющихся вниз, сохраняя при этом неизменной подъемную силу крыла за счет изменения интенсивности акустических волн, распространяющихся вверх.

Сформулируем три оптимизационные задачи для крыла бесконечного размаха: найти распределения источников энерговыделения и внешних сил, при которых

1) существенно ослабляется интенсивность акустических волн, распространяющихся в нижней полуплоскости при неизменной подъемной силе и не возрастающего лобового сопротивления;

2) существенно ослабляется интенсивность акустических волн, распространяющихся в нижней полуплоскости при неизменной силе и существенном снижении лобового сопротивления;

3) при увеличении объемной силы сохраняется неизменной сила сопротивления. При этом, как будет видно в дальнейшем, соответствующим образом возрастает интенсивность акустической волны, распространяющейся в нижней полуплоскости.

Рассмотрим первую задачу. Очевидно, для того чтобы ослабить интенсивность звуковой волны, распространяющейся в нижней полуплоскости, необходимо соответствующим образом уменьшить возмущение давления вблизи нижней части обтекаемого профиля, это приводит к следующему равенству:

$$\Phi_1^- = \frac{B_0 v_1 l^2 Y'_-}{\delta_p} \quad (10)$$

Для сохранения объемной силы необходимо выполнение соотношения

$$\Phi_1^+ = \Phi_1^-, \quad (10, a)$$

при этом для силы сопротивления получается:

$$F_x = -\frac{\gamma M^2 P_0}{B_0} \int_0^l \left[ (Y'_+)^2 + Y'_+ Y'_- \right] dx. \quad (11)$$

Сила сопротивления не возрастает, если выполняется

$$\int_0^l (Y'_-)^2 dx \geq \int_0^l Y'_+ Y'_- dx. \quad (11, a)$$

Для тонкой пластины, когда  $Y'_+ = Y'_-$ , сила сопротивления не изменится. Суммарная мощность, требуемая для решения этой задачи, дается формулой:

$$E_w = 2\alpha_a B_0 v_1 l P_0, \quad (11, b)$$

где  $\alpha_a$  — угол атаки. Заметим, что величина  $E_w$  намного превосходит мощность, которая требуется на преодоление силы сопротивления, пропорциональной

квадрату угла атаки [9]. Физическое объяснение этого аналогично данному выше для случая тонкого тела вращения. Формулы (10)–(11, b) и дают решение первой из сформулированных оптимизационных задач.

Рассмотрим вторую оптимизационную задачу. Действуем совершенно аналогично, т. е. для существенного ослабления звуковой волны, распространяющейся вниз, выбираем функцию  $\Phi_1^-$ , удовлетворяющую равенству (10). Далее заметим, что любую функцию можно представить в виде симметричной и антисимметричной функций. Имея в виду симметрию относительно точки  $x = 0.5l$ , для производных профиля крыла можно записать:

$$\begin{aligned} Y'_c(x) &= 0.5[Y'(x) + Y'(l-x)], \\ Y'_a(x) &= 0.5[Y'(x) - Y'(l-x)], \\ Y' &= (Y'_c + Y'_a), \end{aligned} \quad (12)$$

где индексы „ $a$ “ и „ $c$ “ обозначают симметричную и антисимметричную функции соответственно. Используя подобное разложение для функций  $\Phi_1^+$ ,  $\Phi_1^-$ , с учетом (10) для силы сопротивления и подъемной силы можно получить:

$$\begin{aligned} F_x &= -\frac{\gamma M^2 P_0}{4B_0} \left[ \int_0^l (Y'^2_{+a} + Y'^2_{+c}) dx \right. \\ &\quad \left. - \frac{\delta_p}{B_0 v_1 l^2} \int_0^l (Y'_{+a} \Phi_{1a}^+ + Y'_{+c} \Phi_{1c}^+) dx \right], \\ F_y &= -\frac{\gamma M^2 P_0}{2B_0} \left[ \int_0^l Y'_{+c} dx - \frac{\delta_p}{B_0 v_1 l^2} \int_0^l \Phi_{1c}^+ dx \right], \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\Phi_{1a}^+$  и  $\Phi_{1c}^+$  — антисимметричная и симметричная части функции  $\Phi_1^+$  соответственно. Видно, что задача сводится к нахождению двух функций  $\Phi_{1a}^+$  и  $\Phi_{1c}^+$  из двух условий — постоянства подъемной силы и равенства нулю в линейном приближении силы сопротивления. Из условия постоянства подъемной силы следует необходимое условие, которому должна удовлетворять симметричная часть функции  $\Phi_1^+(x)$ :

$$-\frac{B_0 v_1 l^2}{\delta_p} \int_0^l Y'_{-c} dx = \int_0^l \Phi_{1c}^+ dx, \quad (14)$$

а из условия существенного уменьшения силы лобового сопротивления — необходимое условие, накладываемое на антисимметричную часть этой функции:

$$\frac{B_0 v_1 l^2}{\delta_p} \int_0^l (Y'^2_{+a} + Y'^2_{+c}) dx - \int_0^l Y'_{+c} \Phi_{1c}^+ dx = \int_0^l Y'_{+a} \Phi_{1a}^+ dx. \quad (14, a)$$

Теперь достаточно задать модельную функцию  $\Phi_1^+(x)$  с двумя неизвестными параметрами и при известной форме крыла найти эти параметры из системы (14), (14,a).

Рассмотрим, наконец, последнюю из сформулированных оптимизационных задач. Предположим, что ставится задача за счет применения внешних воздействий вблизи нижней части тонкого профиля увеличить подъемную силу в  $(1 + \varepsilon)$  раз при сохранении силы сопротивления неизменной. Действия совершенно аналогично, можно показать, что симметричная и антисимметричная части функции  $\Phi_1^-(x)$  должны удовлетворять следующим условиям:

$$-\frac{2\alpha_a B_0 v_1 l^3 \varepsilon}{\delta_p} = \int_0^l \Phi_{1c}^- dx, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} -\frac{B_0 v_1 l^2}{\delta_p} \int_0^l [(Y'_{-c})^2 + (Y'_{+c})^2 + (Y'_{-a})^2 + (Y'_{+a})^2] dx \\ - \int_0^l \Phi_{1c}^- Y'_{-c} dx = \int_0^l \Phi_{1a}^- Y'_{-a} dx. \end{aligned} \quad (15, a)$$

Вполне очевидно, что увеличение подъемной силы путем роста возмущения давления вблизи нижней части крыла будет сопровождаться возрастанием интенсивности звуковых волн, распространяющихся в нижней полуплоскости.

## Заключение

В заключение сформулируем основные полученные результаты. На основании проделанного анализа можно заключить, что снижение лобового сопротивления при сверхзвуковом обтекании тонкого тела вращения и тонкого профиля с помощью внешнего энергетического и силового воздействий в тонком слое около обтекаемого тела является энергетически невыгодным. В то же время с помощью энергоподвода и внешней силы, действующей в тонком приповерхностном слое, удается значительно ослабить акустический шум, генерируемый теплом вращения.

В случае сверхзвукового обтекания тонкого профиля под малым углом атаки удается ослабить звуковую волну, распространяющуюся вниз при сохранении неизменной подъемной силы. Это достигается за счет одновременного усиления звуковой волны, распространяющейся вверх. Наконец, предложено решение задачи по увеличению подъемной силы при сохранении неизменной силы сопротивления. При этом возрастает интенсивность акустических волн, распространяющихся от профиля вниз.

## Список литературы

- [1] Герасимов Н.А., Сухомлинов В.С., Сухомлинов С.В. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 1. С. 34–40.
- [2] Герасимов Н.А., Сухомлинов В.С., Сухомлинов С.В. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 6. С. 25–30.
- [3] Kuranov A.L., Kuchinskyi V.V., Sepman V.Yu., Sukhomlinov V.S., Tolmachev Yu.A., Borzov V.B., and Yuriev A.A. // 2<sup>nd</sup> Weakly Ionized Gases Workshop. Norfolk, 1998. P. 379–384.
- [4] Kuranov A.L., Kuchinskyi V.V., Sepman V.Yu., Sukhomlinov V.S., Tolmachev Yu.A. // Workshop „Perspectives of MHD and Plasma technologies in Aerospace Applications“. IVTAN. Moscow, 1999. P. 137.
- [5] Kuchinskyi V.V., Sukhomlinov V.S., Sheverev V.A., Otu- gen M.V. // 2<sup>nd</sup> Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics in Aerospace Applications. Moscow, 2000. P. 307–312.
- [6] Adamovich I.A., Subramanian V.V., Lempert W.R., Rich J.W. // 2<sup>nd</sup> Weakly Ionized Gases Workshop. Norfolk, 1998. P. 1–24.
- [7] Brichkin D.I., Kuranov A.L., Sheikin E.G. // AIAA Paper 2001–0381.
- [8] Macheret S.O., Shneider M.N., and Miles R.B. // AIAA Paper 2002–2251.
- [9] Whitham G.B. Linear and nonlinear waves. NY: John Wiley&Sons, 1974. 319 p.
- [10] Вулис Л.А. Термодинамика газовых потоков. Л.: Госэнергетическое издание, 1950. 303 с.