

01.03.09

Резонансная дифракция электромагнитных волн на твердом теле (Обзор)

© Е.Л. Ивченко, А.Н. Поддубный

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: ivchenko@coherent.ioffe.ru

(Поступил в Редакцию 23 октября 2012 г.)

Тема обзора — дифракция электромагнитной волны на периодической конденсированной среде в тех случаях, когда условие Брэгга выполняется на частоте резонанса, возбуждаемого в этой среде. Проводится общее рассмотрение таких брэгговских систем, получивших название резонансных фотонных кристаллов, и с единых позиций описывается распространение, отражение, пропускание и дифракция электромагнитного излучения в различных объектах: I) периодических структурах с квантовыми ямами вблизи экситонного резонанса, II) оптических решетках из атомов, охлажденных в лазерном поле, и III) объемных кристаллах и мультислоях с резонансными внутриядерными переходами для гамма-лучей. Основное внимание сосредоточено на линейной стационарной дифракции, включая резонансное отражение и пропускание, как наиболее изученной и позволяющей проводить сравнение между тремя системами, выявляя общие черты и особенности.

Характерным общим свойством рассматриваемых систем является подавление в них безызлучательных каналов и неоднородного уширения резонансной частоты. Второе фундаментальное свойство резонансных фотонных кристаллов — наличие в зависимости от толщины образца двух режимов взаимодействия света с резонансными возбуждениями. В сверхизлучательном режиме, реализуемом при малом количестве резонансных слоев N (тонкие структуры), высота пика и полуширина спектра отражения монотонно возрастают с ростом N . При дальнейшем росте N происходит переход к фотонно-кристаллическому режиму, в котором полуширина спектра отражения насыщается, проявляясь в виде оптической стоп-зоны. Теоретическое описание иллюстрируется экспериментальными спектрами, измеренными для всех трех резонансных брэгговских систем.

Работа поддержана программой РАН, грантами РФФИ и грантом Президента Российской Федерации для поддержки ведущих научных школ.

Содержание

1. Введение
2. Резонансные фотонные кристаллы
3. Периодические структуры с квантовыми ямами
 - 3.1. Теория
 - 3.2. Эксперимент
4. Электромагнитные волны в резонансной брэгговской среде
5. Оптические решетки из холодных атомов
6. Динамическая дифракция гамма-лучей
 - 6.1. Дифракция γ -лучей на однородных кристаллах
 - 6.2. Дифракция на многослойных структурах
7. Заключение

1. Введение

Открытое в 1912 г. явление дифракции рентгеновских лучей на кристаллах подтвердило регулярное расположение атомов в этих твердых телах и сделало доступным исследование их структуры [1–3]. Вскоре после обнаружения Мессбауэром ядерного гамма-резонанса началось изучение дифракции γ -лучей, или мессбауэровского излучения, см. [4–7]. При наличии в твердом

теле подходящего мессбауэровского изотопа γ -лучи испытывают, наряду с рассеянием на электронах, резонансное рассеяние на ядрах: при выполнении условия Брэгга на частоте, близкой к резонансной, проявляется коллективный характер взаимодействия ядер кристалла с γ -излучением, в частности, энергия и энергетическая ширина резонанса оказываются отличными от энергии и ширины мессбауэровского уровня изолированного ядра [8–9]. Общая теория резонансной дифракции γ -лучей, получившая название динамической теории резонансной дифракции, была развита Афанасьевым, Каганом [10–13] и Ханноном, Трамелом [14,15]. Таким образом, исторически проблема резонансной дифракции на регулярных системах возникла в гамма-спектроскопии, изучающей трехмерные кристаллы, которые служат естественной дифракционной решеткой для γ -лучей. Развитие метода молекулярно-пучковой эпитаксии позволило выращивать совершенные периодические структуры с квантовыми ямами [16–18]. В работе [19] было предложено располагать соседние квантовые ямы в периодической системе на расстоянии, удовлетворяющем брэгговскому условию для прямой и отраженной световых волн на частоте возбуждения экситона в отдельной яме. Вскоре резонансные брэгговские структуры с квантовыми ямами были выращены, изучение спектров оптического

отражения продемонстрировало коллективный характер взаимодействия света с экситонами в этих структурах, получивших название одномерных резонансных фотонных кристаллов [20–26]. В 90-е годы прошлого столетия разнообразие объектов, в которых наблюдается резонансная дифракция электромагнитных волн, расширилось за счет оптических решеток, образованных атомами, охлажденными в поле стоячих световых волн [27–29]. Поскольку развитие теории и постановка эксперимента в указанных трех областях физики, как правило, проходили независимо, имеет смысл теперь с единых позиций рассмотреть резонансную дифракцию света на структурах с квантовыми ямами и атомных оптических решетках и дифракцию γ -излучения на однородных кристаллах и изотопных мультислоях. В этом и состоит цель настоящего обзора.

2. Резонансные фотонные кристаллы

Фотонными кристаллами принято называть среды, у которых диэлектрическая проницаемость периодически меняется в пространстве с периодом, допускающим брэгговскую дифракцию света видимого или инфракрасного диапазона. Иными словами, фотонный кристалл для света — то же, что обычный кристалл, служащий естественной дифракционной решеткой для рентгеновских и γ -лучей. Простейшей реализацией фотонного кристалла — одномерного, двухмерного или трехмерного — является периодическая структура, состоящая из двух материалов с различными показателями преломления. Периодические структуры, в которых диэлектрический отклик одного из конструктивных блоков как функция частоты имеет полюс на некоторой резонансной частоте, выделены в особый класс резонансных фотонных кристаллов. В таких системах нормальными световыми волнами являются поляритоны.

Модель, описывающая многие одномерные резонансные фотонные кристаллы, представляет собой периодическую последовательность тонких слоев (рис. 1, *a*), каждый из которых характеризуется однополосными амплитудными коэффициентами отражения и пропускания (рис. 1, *b*)

$$r(\omega) = \frac{i\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i(\Gamma + \Gamma_0)}, \quad t(\omega) = 1 + r(\omega). \quad (1)$$

Здесь ω — частота света, ω_0 , Γ_0 и Γ — три основных параметра оптически активного возбуждения в изолированном слое: резонансная частота, радиационное и нерезонансное затухания. Для простоты рассматривается нормальное падение света на структуру. В полупроводниковой периодической структуре с квантовыми ямами резонансным возбуждением является квазидвумерный экситон (как правило, основное $1s$ экситонное состояние) с резонансной частотой $\omega_0 = \omega_0^{(0)} + \delta\omega_0$, где $\hbar\omega_0^{(0)}$ — энергия возбуждения механического экситона $E_g + E_{1e} + E_{1h} - E_B^{\text{QW}}$, E_g — ширина запрещенной зоны

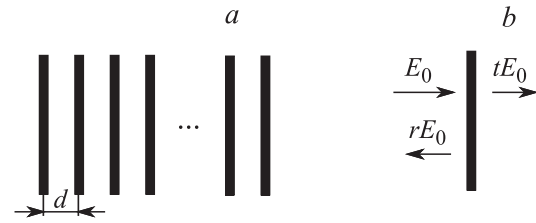


Рис. 1. (*a*) Схематическое изображение структуры одномерного фотонного кристалла с периодом d . (*b*) Определение амплитудных коэффициентов отражения (r) и пропускания (t) световой волны с амплитудой E_0 тонким резонансным слоем.

полупроводникового кристалла, из которого выращен слой квантовой ямы, E_{1e} и E_{1h} — энергии размерного квантования электрона в зоне проводимости и дырки в валентной зоне, E_B^{QW} — кулоновская энергия связи квазидвумерных электрона и дырки в экситоне. Взаимодействие экситона с электромагнитным полем приводит к перенормировке резонансной частоты [25,30–32]

$$\delta\omega_0 = \frac{1}{2} q\omega_{\text{LT}}\pi a_B^3 \iint dz dz' \Phi(z)\Phi(z') \sin q|z - z'|$$

и радиационному затуханию

$$\Gamma_0 = \frac{1}{2} q\omega_{\text{LT}}\pi a_B^3 \left[\int \Phi(z) \cos qz dz \right]^2.$$

Здесь $q = (\omega/c)\sqrt{\epsilon_b}$, c — скорость света в вакууме, ϵ_b — фоновая диэлектрическая проницаемость (ее различием в материалах ямы и барьера пренебрегаем), a_B и ω_{LT} — боровский радиус и продольно-поперечное расщепление для трехмерного экситона, функция $\Phi(z) \equiv \varphi(0, z, z)$ — огибающая волновой функции квазидвумерного экситона $\varphi(\rho_e - \rho_h, z_e, z_h)$ при совпадающих координатах электрона (индекс e) и дырки (индекс h), использована система координат с осью z , ориентированной по направлению роста структуры, и осями x, y , лежащими в плоскости интерфейсов, ρ — двумерный вектор с координатами x, y . Радиационное время жизни экситона, возбужденного в квантовой яме в состоянии с нулевым латеральным волновым вектором, связано с Γ_0 соотношением $\tau_{\text{rad}} = 1/(2\Gamma_0)$. Коэффициент отражения света при наклонном падении из материала барьера на квантовую яму под углом θ зависит от поляризации света и различен для света s - и p -поляризации [25,33]. Для s -поляризованного света этот коэффициент описывается формулой (1), в которой значение Γ_0 нужно заменить на

$$\Gamma_0(\theta) = \Gamma_0 / \cos \theta. \quad (2)$$

Следовательно, радиационное время жизни $\tau_{\text{rad}}(\theta)$ двумерного экситона с латеральным волновым вектором $k_{\parallel} = (\omega/c)\sqrt{\epsilon_b} \sin \theta$ убывает с ростом θ как $\cos \theta / (2\Gamma_0)$.

Формула (1) применима также для однослойного массива полупроводниковых сферических квантовых точек с поверхностной концентрацией N_s при условии, что

среднее расстояние между ближайшими соседями мало по сравнению с длиной волны света. Радиационное затухание такой системы $\Gamma_{0,MQD}$ связано с радиационным затуханием изолированной квантовой точки $\Gamma_{0,SQD}$ соотношением $\Gamma_{0,MQD} = (3\pi N_s/q^2)\Gamma_{0,SQD}$, где [25,34]

$$\Gamma_{0,SQD} = \frac{1}{6} \omega_{LT}(qa_B)^3 \left(\int dr \Phi(\mathbf{r}) \right)^2,$$

$\Phi(\mathbf{r})$ — огибающая волновой функции нульмерного экситона при совпадающих координатах электрона и дырки. Если период регулярного латерального массива квантовых точек превышает длину волны света, то, кроме зеркального отражения и прямого пропускания, электромагнитная волна испытывает дифракцию более высокого порядка и нужно вводить наборы $r_{\mathbf{q},\mathbf{q}}, t_{\mathbf{q},\mathbf{q}}$ коэффициентов отражения и пропускания [36]. Эти коэффициенты описывают, соответственно, процессы дифракции $\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{q}_r$ и $\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{q}_t$, где $\mathbf{q}_r, \mathbf{q}_t$ — волновые векторы вторичных волн, проекции которых на плоскость (x, y) отличаются от аналогичных проекций первичного волнового вектора на вектор обратной двумерной решетки.

В работе [37] рассмотрены плоскости, заполненные двухуровневыми системами, моделирующими атомы, с частотой резонансного перехода $\omega_0 \equiv \omega_{12}$. В этом случае радиационное затухание Γ_0 равно $qN_s d_a^2/2\hbar$, где N_s — двумерная плотность атомов, d_a — матричный элемент дипольного перехода между уровнями атома. Коэффициенты отражения и пропускания (1) описывают также распространение света через волновод с боковым резонатором [38]. В этом случае $\Gamma_0 \equiv 1/\tau$ есть коэффициент связи между волноводной и резонаторной модами.

Уравнение (1) используется и для описания резонансного отражения света от атомов, случайно распределенных в одной плоскости $z = 0$. В работе [39] вместо суммы $\Gamma + \Gamma_0$ введен параметр $\gamma/2$, а роль Γ_0 играет величина $\xi_0\gamma/2$. В этой работе для однослойной системы атомов цезия, охлажденных в поле лазерного излучения и обладающих резонансом $6S_{1/2}(F = 4) \rightarrow 6P_{3/2}(F' = 5)$ на длине волны 852 nm (так называемая D2-линия), использованы оценки $\xi_0 = 3.7 \cdot 10^{-3}$ и $(\xi_0\omega_0/\pi\gamma)^{1/2} = 280$. Следовательно, в этом случае $\Gamma \approx \gamma/2$ и $\Gamma_0 = \xi_0\Gamma \ll \Gamma$. Для описания отражения от заполненной атомами плоскости в работе [40] использовалась другая модель: диэлектрический отклик системы атомов заменялся откликом однородного слоя толщины d_0 с локальной резонансной диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_{LT}^{eff}}{\omega_0 - \omega - i\Gamma},$$

введенный здесь числитель ω_{LT}^{eff} фигурирует в [40] в виде $3\pi\mathcal{N}\gamma_e$, \mathcal{N} — безразмерная плотность атомов, параметр γ_e характеризует силу осциллятора для резонансного оптического возбуждения атомов. В этой модели амплитудный коэффициент отражения по форме отличается от (1) и сводится к стандартному коэффици-

енту отражения от плоскопараллельной пластины

$$r = -\frac{(n^2 - 1)(1 - e^{2iq_0d_0n})}{(n + 1)^2 - (n - 1)^2 e^{2iq_0d_0n}},$$

где $q_0 = \omega/c$, n — показатель преломления $\sqrt{\varepsilon(\omega)}$. Однако для тонкого слоя, удовлетворяющего условию $2qd_0|n| \ll 1$, это выражение переходит в

$$r = i \frac{q_0d_0}{2} \frac{\omega_{LT}^{(eff)}}{\omega_0 - \omega - i\Gamma},$$

т.е. сводится к (1) при $\Gamma_0 \ll \Gamma$, где $\Gamma_0 = \omega^{(eff)}q_0d_0/2$.

В настоящей статье представлен обзор работ по изучению резонансных брэгговских систем. В случае эквидистантной последовательности рассмотренных выше тонких слоев с резонансным откликом на частоте ω_0 резонансными брэгговскими структурами называются структуры, в которых условие брэгговской дифракции выполнено на резонансной частоте [19]

$$q(\omega_0) \cos \theta = \frac{\pi}{d}. \quad (3)$$

Здесь d — период структуры, θ — угол падения, т.е. угол между главной осью структуры z и волновым вектором падающего света, распространяющегося в среде с диэлектрической проницаемостью ε_b . Введем для удобства брэгговскую частоту

$$\omega_B = \frac{\pi c}{\sqrt{\varepsilon_b}d}. \quad (4)$$

Тогда условие (3) можно переписать в виде

$$\omega_0 \cos \theta = \omega_B, \quad (5)$$

оно является условием двойного резонанса. Будем причислять к резонансным брэгговским системам также структуры, в которых $\omega_0 < \omega_B$ и условие (5) не может быть выполнено ни при каком угле θ , но, тем не менее, эти две частоты близки друг к другу, так что $|\omega_0 - \omega_B| \ll \omega_0, \omega_B$ и дифракция света происходит главным образом на резонансной периодической модуляции диэлектрической проницаемости.

Простейшую модель двух- и трехмерного резонансного фотонного кристалла рассмотрим на примере трехмерной системы. Положения узлов решетки Браве будем обозначать трансляционными векторами \mathbf{a} , а векторы обратной решетки — векторами \mathbf{b} . В периодической системе нормальные волны имеют блоховский вид

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{b}} \mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{b}} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{b})\mathbf{r}}, \quad (6)$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ — напряженность электрического поля световой волны в точке \mathbf{r} , \mathbf{k} — волновой вектор, заданный в первой зоне Бриллюэна. В простейшей модели резонансного фотонного кристалла предполагается, что в узлах \mathbf{a} располагаются двухуровневые системы с частотой межуровневого перехода ω_0 и нерезонансным затуханием

возбужденного уровня Γ . Волновое уравнение для поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ преобразуется к системе линейных уравнений для фурье-компонент $\mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{b}}$

$$[(\mathbf{k} - \mathbf{b})^2 - q^2] \mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{b}} - (\mathbf{k} - \mathbf{b}) [(\mathbf{k} - \mathbf{b}) \mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{b}}] = q_0^2 \sum_{\mathbf{b}'} \hat{g}_{\mathbf{b}\mathbf{b}'} \mathbf{E}_{\mathbf{k}-\mathbf{b}'}, \quad (7)$$

где $q_0 = \omega/c$ и $\hat{g}_{\mathbf{b}\mathbf{b}'}$ — безразмерный тензор второго ранга, описывающий дифракцию $\mathbf{k} - \mathbf{b}' \rightarrow \mathbf{k} - \mathbf{b}$ и имеющий полюс на комплексной частоте $\omega_0 - i\Gamma$. Обобщением условия резонансной брэгговской дифракции (3) для процесса рассеяния $\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{q} + \mathbf{b}$ является уравнение

$$q(\omega_0) \cos \theta = \frac{b}{2}, \quad (8)$$

где θ — угол между векторами \mathbf{q} и \mathbf{b} , причем вектор обратной решетки \mathbf{b} не обязательно параллелен нормали к поверхности образца. Динамическая теория резонансной дифракции электромагнитных волн, основанная на волновом уравнении (7), используется для описания взаимодействия γ -квантов с ядрами в кристаллах [12,13] и многослойных материалах [41], а также при изучении распространения света в трехмерных периодических массивах полупроводниковых квантовых точек [36,42,43] и оптических решетках из холодных атомов [44]. В теории резонансного взаимодействия γ -квантов с ядрами фоновую диэлектрическую проницаемость ϵ_b , как правило, можно положить равной единице, не делая различия между q и q_0 .

При расчетах дифракции в борновском приближении, когда матричный элемент рассеяния рассчитывается в первом порядке по компонентам тензора $\hat{g}_{\mathbf{b}\mathbf{b}'}$, интенсивность дифракционного рефлекса пропорциональна

$$P(\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k} - \mathbf{b}) \propto \mathcal{N}^2 |\mathbf{e}_s^* \hat{g}_{\mathbf{b}\mathbf{b}'} \mathbf{e}_0|^2, \quad (9)$$

где \mathcal{N} — число двухуровневых систем, задействованных в дифракции, \mathbf{e}_0 и \mathbf{e}_s — векторы поляризации первичной и дифрагированной волн.

В том случае, когда взаимодействие электромагнитной волны с двухуровневыми системами нельзя считать слабым, мы, следуя [13], предполагаем, что условию (8) удовлетворяет только один вектор $\mathbf{b} \neq 0$, т.е. используем двухволновое приближение. Тогда в сумме (6) достаточно ограничиться двумя слагаемыми

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \mathbf{E}_1 e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{b})\mathbf{r}}. \quad (10)$$

Кроме того, чтобы выделить главное, упростим задачу и пренебрежем векторной структурой электромагнитного поля, заменяя векторные амплитуды \mathbf{E}_j ($j = 0, 1$) на скаляры E_j . В результате бесконечная система уравнений (7) сводится к двум скалярным уравнениям

$$(k^2 - q^2)E_0 = q_0^2(g_{00}E_0 + g_{01}E_1), \\ [(\mathbf{k} - \mathbf{b})^2 - q^2]E_1 = q_0^2(g_{10}E_0 + g_{11}E_1), \quad (11)$$

где безразмерные коэффициенты $g_{jj'} \propto (\omega_0 - \omega - i\Gamma)^{-1}$. Рассмотрение двухволнового приближения будет продолжено в разделе 4.

В следующих разделах мы последовательно рассмотрим распространение электромагнитных волн в различных резонансных системах, в которых собственными возбужденными состояниями являются поляритоны. Применительно к конкретным системам говорят о полупроводниковых (электронно-дырочных) экситонных поляритонах, или светоэкситонах [25,31,36], ядерных экситонах [13] и ядерных поляритонах [45,46], а также атомных поляритонах [44,47,48]. Во всех случаях речь идет о когерентной суперпозиции электромагнитного поля и возбуждения материальной среды: связанного состояния электронно-дырочной пары, возбужденного состояния ядер или атомов.

3. Периодические структуры с квантовыми ямами

3.1. Теория. Прежде чем проводить рассмотрение теории электромагнитных волн в резонансных брэгговских системах в двухволновом приближении, мы представим точно решаемую задачу об экситонных поляритонах в периодических структурах с полупроводниковыми квантовыми ямами. Это, в частности, позволит путем сравнения с точным ответом выяснять границы применимости приближенных методов, используемых в различных брэгговских системах. Далее композиционные материалы, из которых выращены квантовой ямы и барьеры, будем обозначать буквами А и В.

Для вывода дисперсионного уравнения для экситонных поляритонов в периодической структуре с квантовыми ямами удобно воспользоваться методом матрицы переноса. Матрица переноса через слой В/А/В толщины d с квантовой ямой А посередине (в точке $z = 0$) и полубесконечными барьерами В выражается через коэффициенты отражения и пропускания (1) в виде

$$\hat{T} = \frac{1}{\tilde{t}} \begin{bmatrix} \tilde{t}^2 - \tilde{r}^2 & \tilde{r} \\ -\tilde{r} & 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где $\tilde{r} = e^{iqd}r$, $\tilde{t} = e^{iqd}t$, r и t — амплитудные коэффициенты отражения и пропускания для одной квантовой ямы, d — период структуры. Заметим, что здесь матрица переноса \hat{T} связывает с помощью уравнения

$$\begin{pmatrix} E'_+ \\ E'_- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} \quad (13)$$

амплитуды электрического поля E_{\pm}, E'_{\pm} в точках $z = -d/2$ и $z = d/2$ соответственно. При этом фазы комплексных амплитуд определены в соответствии с рис. 2, так что волны, налетающие и выходящие слева от квантовой ямы, записываются в виде $E_+ \exp[iq(z + d/2)]$ и $E_- \exp[-iq(z + d/2)]$, а волны по правую сторону от ямы — в виде $E'_- \exp[-iq(z - d/2)]$ и $E'_+ \exp[iq(z - d/2)]$.

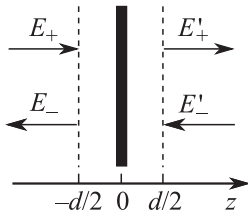


Рис. 2. Схематическое изображение элементарной ячейки структуры с квантовыми ямами, а также падающих и отраженных волн.

Перейдем далее от одиночной квантовой ямы толщины a к регулярной многоямной структуре с периодом $d = a + b$, где b — толщина барьера, разделяющего соседние ямы. Для экситонных поляритонов, распространяющихся вдоль главной оси неограниченной структуры, зависимость частоты ω от волнового вектора \mathbf{k} может быть найдена, если использовать теорему Блоха и искать блоховские решения $E(z + d) = e^{ikd}E(z)$, которые удовлетворяют дисперсионному соотношению

$$\cos kd = \frac{T_{11} + T_{22}}{2}.$$

Учитывая связь элементов матрицы переноса T_{ij} с r и t , а также явный вид (1) коэффициентов отражения и пропускания, получаем [31]

$$\cos kd = \frac{\tilde{r}^2 - \tilde{t}^2 + 1}{2\tilde{t}} = \cos qd - \frac{\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma} \sin qd. \quad (14)$$

В схеме приведенных зон вещественная часть k определена в первой зоне Бриллюэна сверхструктуры $-\pi/d < \text{Re}\{k\} \leq \pi/d$. Подчеркнем, что, в отличие от резонансного знаменателя в (1), в знаменателе правой части (14) радиационное затухание экситона не содержится. Это согласуется с общим свойством экситонных поляритонов, а именно: в отсутствие диссипации экситона поляритоны являются стационарными возбуждениями, экситон-фотонное взаимодействие само по себе не приводит к оптическому поглощению.

Рассмотрим резонансную брэгговскую структуру с периодом, удовлетворяющим условию (3), которое при нормальном падении принимает вид

$$q(\omega_0) = \frac{\pi}{d} \quad \text{или} \quad d = \frac{\lambda(\omega_0)}{2}, \quad (15)$$

где $\lambda(\omega_0)$ — длина волны $2\pi/q(\omega_0)$. В спектральной области вблизи резонансной частоты экситона, т.е. в области $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$, значения k близки к $\pm\pi/d$, $q \approx \pi/d$ и функции $\cos kd$, $\cos qd$, $\sin qd$ в (14) можно приближенно записать как

$$\begin{aligned} -1 + \frac{1}{2}(kd \mp \pi)^2, \quad -1 + \frac{1}{2}\left(\pi \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2 \\ \text{и} \quad -\pi \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \end{aligned} \quad (16)$$

соответственно. В результате дисперсионное уравнение приводится к виду

$$\left(\frac{kd}{\pi} \mp 1\right)^2 = \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2 - \frac{2}{\pi} \frac{\Gamma_0}{\omega_0} \frac{\omega - \omega_0}{\omega - \omega_0 + i\Gamma}. \quad (17)$$

При $\omega = \omega_0$ блоховский волновой вектор k равен π/d и экситон-фотонная связь исчезает, что следует немедленно и из (14), так как $\sin q(\omega_0)d = \sin \pi = 0$. Это можно понять, учитывая, что при $\omega = \omega_0$ световая волна и состояние двумерного (2D) экситона характеризуются противоположной четностью, экситон-фотонное смешивание запрещено и свет эффективно находится в однородной среде с диэлектрической константой ϵ_b . Действительно, мы рассматриваем здесь основное состояние 2D-экситона, описываемое огибающей функцией, симметричной по отношению к зеркальному отражению $z \rightarrow -z$. С другой стороны, при $q(\omega_0)d = \pi$ нормальной световой волной в резонансной брэгговской структуре является стоячая волна с электрическим полем $E(z) = E_0 \sin(\pi z/d)$, где начало отсчета координат выбрано в центре одной из квантовых ям, так что $E(z)$ — функция, нечетная по отношению к отражению в плоскости, перпендикулярной оси роста и проходящей через центр любой ямы.

Согласно (17) в области частот $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$ для волнового вектора экситонного поляритона в схеме расширенных зон имеем [49,50]

$$k = \frac{\pi}{d} \pm Q, \quad Q = \frac{\pi}{d} \sqrt{\left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2 - \frac{2\Gamma_0}{\pi\omega_0} \frac{\omega - \omega_0}{\omega - \omega_0 + i\Gamma}}. \quad (18)$$

Поляритонная дисперсия при k вблизи точки π/d показана на рис. 3, дисперсия вблизи точки $-\pi/d$ получается из (18) умножением правой части на -1 . При $\Gamma = 0$ значения Q в (18) принимают или вещественные (разрешенная минизона), или мнимые (запрещенная зона) значения. Запрещенная зона лежит между частотами

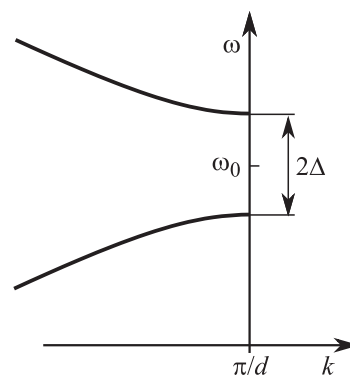


Рис. 3. Дисперсия экситон-поляритонных волн $\omega(k)$ в резонансном фотонном кристалле. На рисунке отмечены резонансная частота ω_0 и ширина стоп-зоны 2Δ .

$\omega_{\pm} = \omega_0 \pm \Delta$, где

$$\Delta = \sqrt{\frac{2\Gamma_0\omega_0}{\pi}}. \quad (19)$$

При отклонении периода структуры от точного брэгговского условия (3) в окрестности резонансной частоты ω_0 возникает узкая разрешенная зона, которая разделяет запрещенную зону, показанную на рис. 3, на две части [50].

Анализ отражения и пропускания света через систему из конечного числа N эквидистантных ям мы начнем в простом предельном случае слабой экситон-фотонной связи, когда коэффициент отражения (1) от одной квантовой ямы мал. Это условие выполнено, если $\Gamma_0 \ll |\omega_0 - \omega - i\Gamma|$. Тогда при нахождении коэффициента отражения от всей системы в целом можно пренебречь многократными процессами и суммировать амплитуды волн, отраженных от отдельных ям

$$r_N = (1 + e^{2iqd} + e^{4iqd} \dots) r_1 = e^{i(N-1)qd} \frac{\sin Nqd}{\sin qd} r_1. \quad (20)$$

При определенных значениях частоты, когда произведение $q(\omega)d$ становится кратным π , коэффициент отражения по потоку энергии $R_N = |r_N|^2$ достигает максимальных значений $N^2|r_1|^2$. Первый максимум достигается для частоты и периода, удовлетворяющих условию (15). „Антибрэгговское“ условие $d = \lambda(\omega_0)/4$ определяет еще один характерный период. В этом случае вклады отраженных волн от соседних ям взаимно сокращаются и коэффициент отражения равен нулю, если N четно, а при нечетном N он совпадает с коэффициентом отражения от одной квантовой ямы.

Если коэффициент $r_1 \equiv r$ не мал по сравнению с единицей или величина $N\Gamma_0$ не мала по сравнению с Γ , то необходимо учитывать многократные процессы отражения световой волны, и результирующий коэффициент отражения от N квантовых ям определяется более сложным выражением. Для вывода этого выражения заметим, что собственные значения матрицы переноса (12) равны $\exp(\pm ikd)$, где k — волновой вектор экситонного поляритона, распространяющегося на частоте ω в неограниченной периодической структуре с квантовыми ямами. Он удовлетворяет дисперсионному уравнению (14). Собственные двухкомпонентные столбцы матрицы переноса можно представить в виде

$$\hat{C}_{1,2} = \begin{bmatrix} 1 \\ a_{1,2} \end{bmatrix}, \quad a_{1,2} = \frac{r}{e^{-iqd} - te^{\pm ikd}}. \quad (21)$$

Они являются собственными столбцами и для матрицы переноса через N ям:

$$\hat{T}_N \hat{C}_{1,2} = \hat{T}^N \hat{C}_{1,2} = e^{\pm iNkd} \hat{C}_{1,2}.$$

Использование этих собственных столбцов позволяет привести коэффициенты отражения и пропускания к виду

$$r_N = \frac{a_1 a_2 (e^{iNkd} - e^{-iNkd})}{a_1 e^{iNkd} - a_2 e^{-iNkd}}, \quad t_N = \frac{a_1 - a_2}{a_1 e^{iNkd} - a_2 e^{-iNkd}}.$$

Подставляя выражения (21) для $a_{1,2}$, получаем

$$r_N = \frac{\tilde{r} \sin Nkd}{\sin Nkd - \tilde{t} \sin(N-1)kd},$$

$$t_N = \frac{\tilde{t} \sin kd}{\sin Nkd - \tilde{t} \sin(N-1)kd}. \quad (22)$$

Для N -ямной структуры с дисперсией (18) в спектральном диапазоне, удовлетворяющем условию

$$N|Q|d \ll 1, \quad (23)$$

отношения

$$\frac{\sin(N-1)kd}{\sin Nkd}, \quad \frac{\sin Nkd}{\sin kd}$$

можно заменить на $-(N-1)/N$, $(-1)^{N-1}N$, а коэффициенты \tilde{r} , \tilde{t} заменить на $-r$, $-t$. В результате коэффициенты (22) принимают чрезвычайно простую форму [19]

$$r_N = -\frac{iN\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i(\Gamma + N\Gamma_0)},$$

$$t_N = (-1)^N \frac{\omega_0 - \omega - i\Gamma}{\omega_0 - \omega - i(\Gamma + N\Gamma_0)}. \quad (24)$$

Видно, что коэффициент отражения от резонансной брэгговской структуры получается из выражения (1) для коэффициента отражения от одной квантовой ямы простой заменой Γ_0 на $N\Gamma_0$. Различие общих знаков в (1) и (24) при $N = 1$ связано с различным выбором фаз у отраженных волн.

Чтобы проанализировать общие формулы (22) и частный результат (24), требуется изучить аналитические свойства линейных откликов $r_N(\omega)$, $t_N(\omega)$. Для этого учтем, что полюса коэффициентов r_N и t_N , рассматриваемых как функции комплексной переменной $\omega = \omega' + i\omega''$, совпадают с комплексными частотами экситон-поляритонных мод. Так же как и в случае N связанных осцилляторов, система из N квантовых ям характеризуется N собственными частотами ω_j . Структуре с одиночной ямой отвечает одна собственная частота $\omega_0 - i(\Gamma + \Gamma_0)$. В общем случае в структуре с N квантовыми ямами, даже одинаковыми, все частоты ω_j разные и коэффициент отражения имеет N различных полюсов. Соответствующие нестационарные собственные состояния являются экситонными поляритонами в конечной структуре с квантовыми ямами, т.е. смешанными возбуждениями, в которых 2D-экситоны связаны между собой через трехмерное электромагнитное поле, порождаемое этими экситонами. Система с конечным N открыта и, следовательно, мнимые части собственных частот отличны от нуля даже в пренебрежении нерадикационным затуханием. Вещественные части ω_j' определяют положение пиков, провалов и других характерных особенностей в спектрах отражения и пропускания. Различие вещественных частей ω_j' может приводить к временным биениям в оптическом отклике

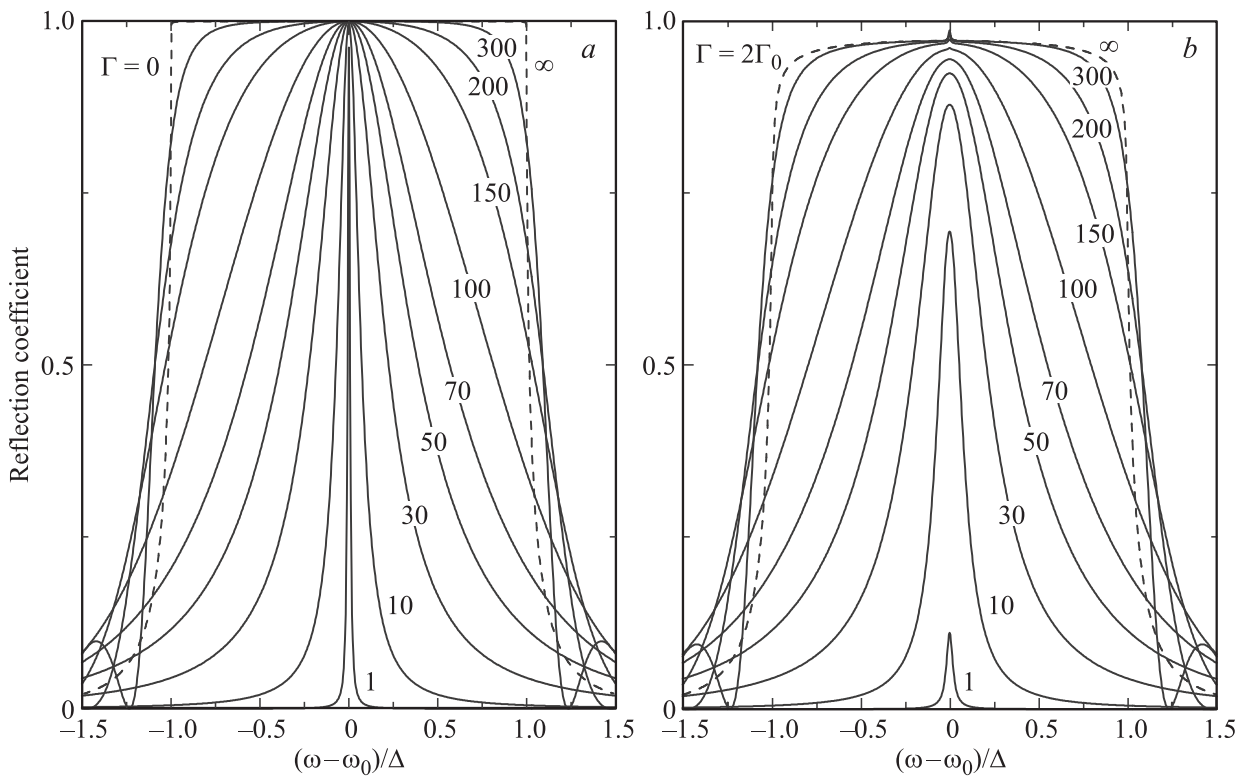


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения света от брэгговской структуры с квантовыми ямами от числа ям при (а) $\Gamma = 0$ и (б) $\Gamma = 2\Gamma_0$. Рассчитано для $\hbar\Gamma_0 = 50 \mu\text{eV}$ и $\hbar\omega_0 = 1.5 \text{ eV}$.

на импульсное оптическое возбуждение. Мнимые части ω_j'' описывают динамику и затухание поляритонных мод, а также уширение спектральных особенностей. Картина расположения частот ω_j на комплексной плоскости зависит от периода d и числа квантовых ям N [19,51].

Если резонансная частота экситона ω_0 и период структуры d удовлетворяют условию (15), коэффициенты отражения и пропускания определяются формулами (24). В такой структуре функция $r_N(\omega)$ имеет только один полюс

$$\omega = \omega_0 - i(\Gamma + N\Gamma_0). \quad (25)$$

Это означает, что в резонансных брэгговских структурах среди N собственных состояний $N - 1$ мод оптически неактивны, их собственные частоты $\omega_j = \omega_0 - i\Gamma$ ($j = 1, \dots, N - 1$) не перенормируются экситон-фотонным взаимодействием, и только одна мода, которую можно назвать сверхизлучательной, оптически активна, у нее сила осциллятора и радиационное затухание возрастают по сравнению с одиночной ямой в N раз.

Формула (24) применима в частотной области, в которой выполнено неравенство (23). Вне этой области конструктивная интерференция световых волн нарушается и необходимо использовать более сложные формулы (22) для r_N и t_N . Для резонансной брэгговской структуры зависимость спектральной ширины коэффициента отражения от N остается линейной вплоть до нескольких

десятков квантовых ям, пока

$$N\Gamma_0 \ll 2\Delta, \quad (26)$$

а затем насыщается до значения ширины фотонной запрещенной зоны 2Δ , определенной согласно (19) [36,52]. Эволюция спектров отражения с ростом числа ям проиллюстрирована на рис. 4. Таким образом, при выполнении неравенства (26) резонансные брэгговские структуры проявляют сверхизлучательные свойства, когда все квантовые ямы сфазировано участвуют в оптическом возбуждении или излучении. Это наиболее показательно выражено в формулах (24) для амплитудных коэффициентов отражения и пропускания. В резонансных брэгговских структурах с большим числом ям, удовлетворяющим противоположному неравенству $N\Gamma_0 \gg 2\Delta$, размер системы достаточно велик для проявления запрещенной зоны 2Δ , являющейся, строго говоря, характеристикой неограниченной структуры. В этом случае говорят, что структура проявляет фотонно-кристаллические свойства. В области сопоставимых значений $N\Gamma_0$ и 2Δ происходит переход от сверхизлучательного режима к фотонно-кристаллическому.

Перед переходом к экспериментальной части раздела сделаем одно важное замечание. Параметр Γ в (24) определен как однородное нерадикационное затухание экситона, обусловленное рассеянием двумерного экситона на дефектах гетероструктуры, фононах и свободных

носителях. Однако при описании экспериментальных оптических спектров этот параметр интерпретируется как сумма двух вкладов $\Gamma_h + \Gamma_{inh}$, первый из которых связан с истинным однородным уширением, а второй эффективно учитывает неоднородное уширение экситонной резонансной частоты. Такая интерпретация величины Γ годится для анализа спектров отражения, но требует осторожности при описании спектров поглощения. В формуле (24) проявляется общее свойство резонансных брэгговских структур — подавление в оптических спектрах упругого и неупругого рассеяния резонансных возбуждений, а также неоднородного уширения резонансной частоты.

3.2. Эксперимент. Согласно (24) в резонансных брэгговских структурах с квантовыми ямами амплитуда и полуширина резонансного контура отражения должны сильно возрастать. Экспериментально такие структуры

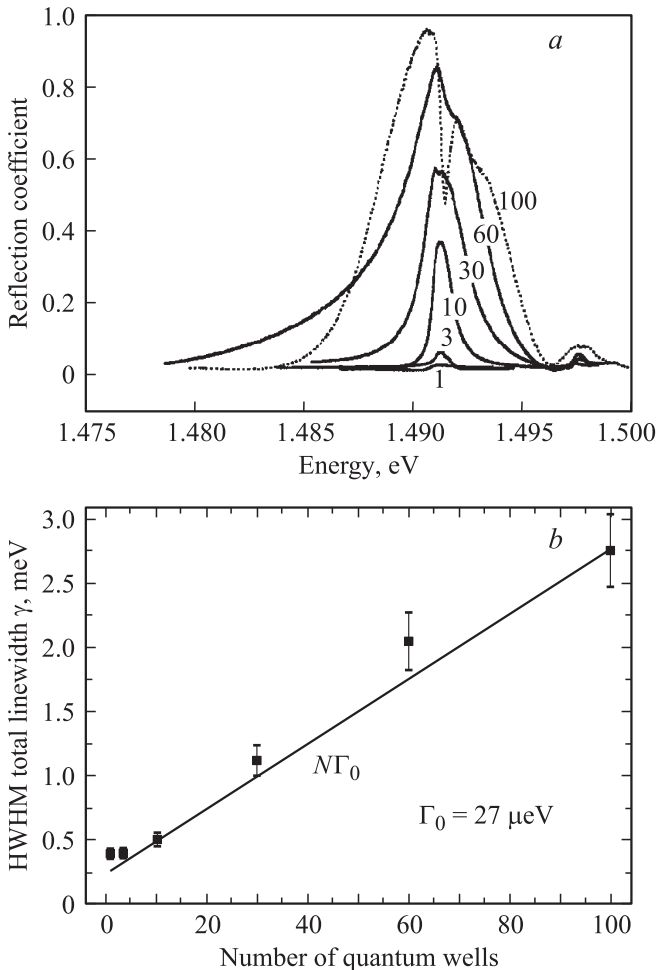


Рис. 5. (а) Экспериментальный коэффициент отражения от брэгговских структур с $N = 1, 3, 10, 30, 60$ и 100 ямами InGaAs/GaAs. Число ям указано рядом с кривой. (б) Зависимость полуширины спектра отражения на половине высоты от числа ям. Прямая на графике соответствует уравнению HWHM („полуширина на полувьоте“) $= N\Gamma_0$ с $\Gamma_0 = 27 \mu\text{eV}$. Данные работы [57].

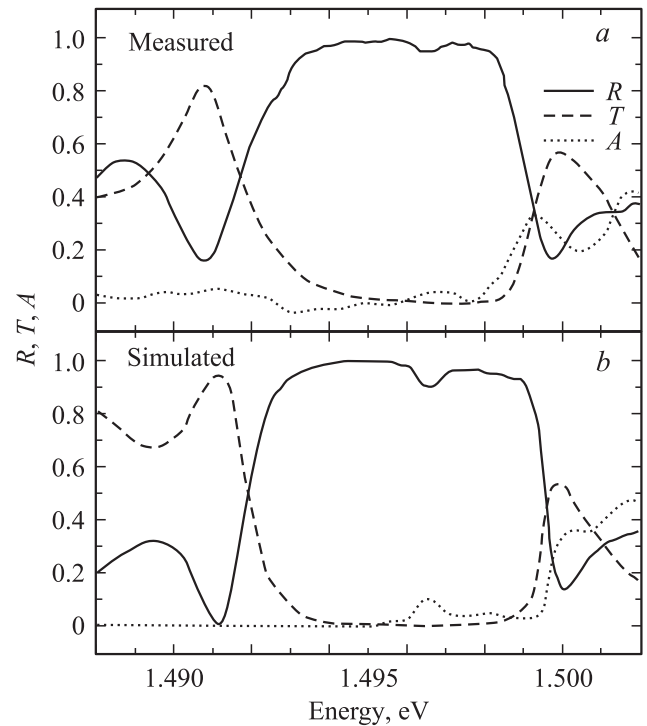


Рис. 6. Экспериментальные (а) и рассчитанные (б) спектры отражения (R), пропускания (T) и поглощения (A) периодической брэгговской структуры из 210 квантовых ям InGaAs/GaAs. Данные работы [58].

изучались для гетеропар CdTe/CdMgTe [20,53], CdTe/CdZnTe [21], CdMnTe/CdZnMgTe [54], GaAs/GaAlAs [22,55,56], InGaAs/GaAs [23,24,57,58], InGaN/GaN [59]. Рис. 5, а иллюстрирует эффекты гигантского возрастания силы осциллятора и спектрального уширения в квантовых ямах InGaAs/GaAs; рис. 5, б демонстрирует линейность зависимости полуширины пика отражения от N в сверхизлучательном режиме (26). Оптические спектры очень чувствительны даже к слабому отступлению от резонансного брэгговского условия (15): отклонение от этого условия на 15% приводит к почти полному подавлению спектрального пика отражения [23]. В отличие от выращенных прежде структур, имевших меньшее число ям и демонстрировавших сверхизлучательный режим, в работе [58] было выращено рекордно большое число квантовых ям $N = 210$; в этом случае реализуется режим, промежуточный между сверхизлучательным и фотонно-кристаллическим. На рис. 6 представлены экспериментальные и теоретические спектры отражения ($R = |r_N|^2$), пропускания ($T = |t_N|^2$) и поглощения ($A = 1 - R - T$) для структуры с $N = 210$. Расчет выполнен при $\hbar\Gamma = 200 \mu\text{eV}$ и $\hbar\Gamma_0 = 31 \mu\text{eV}$. Небольшой провал в середине широкого пика отражения связан с крайне небольшим ($\sim 1\%$) отклонением от точного условия брэгговского резонанса.

На рис. 7 представлены спектры отражения от структуры с 60 двоянными квантовыми ямами, измеренные

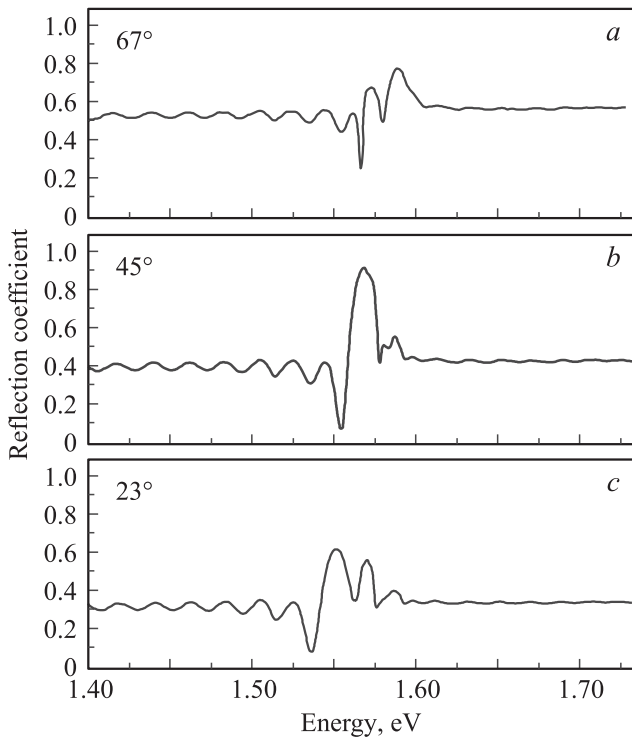


Рис. 7. Угловая зависимость экспериментальных спектров отражения резонансной брэгговской структуры из 60 пар двоек GaAs/AlGaAs квантовых ям. Эксперимент выполнен в *p*-поляризации для углов падения θ_0 , указанных на каждой панели. Данные работы [56].

при трех различных углах падения θ . Каждая элементарная сверхъячейка содержала две квантовые ямы GaAs (каждая толщиной 78 Å), разделенные тонким барьером из AlAs толщиной 48 Å, и барьер Al_{0.24}Ga_{0.76}As толщиной 974 Å. Наличие двух близких ям позволило увеличить в два раза эффективное радиационное затухание Γ_0^{eff} [60]. Условие брэгговского резонанса (3) выполнялось при $\theta_0 = 45^\circ$, где θ_0 — угол падения на структуру из вакуума. При этом возникает полоса отражения шириной 16 meV с коэффициентом отражения в максимуме > 90%. Осцилляции спектра отражения вне экситонного резонанса связаны с интерференцией Фабри–Перо в силу небольшого отличия фонового показателя преломления в материале ямы и барьера. Это различие само по себе, без учета экситонных эффектов, приводит к формированию запрещенной зоны [60]. Поэтому пик отражения при $\theta_0 = 45^\circ$ формируется в результате совместного действия экситонного и неэкситонного механизмов формирования общей запрещенной зоны, подробнее эффект диэлектрического контраста обсуждается в работах [53,60].

Независимой проверкой теории резонансных брэгговских систем являются эксперименты с временным разрешением, которые показывают, что по сравнению с одиночной ямой сигнал отражения от брэгговской струк-

туры высокого качества после возбуждения коротким импульсом спадает значительно быстрее [22].

4. Электромагнитные волны в резонансной брэгговской среде

Для рассмотрения произвольной резонансной брэгговской системы мы используем двухволновое приближение, описываемое уравнениями (10) и (11). В этом приближении дифракция света на трехмерном объекте сводится к дифракции на одномерной периодической системе с главной осью, параллельной вектору обратной решетки **b**. Для упрощения выкладки будем считать, что брэгговское условие (8) выполнено для дифракции в геометрии рассеяния назад при нормальном падении, т.е. $\theta = 0$, $\mathbf{k} \parallel \mathbf{b}$ и квадрат $(\mathbf{k} - \mathbf{b})^2$ во втором уравнении (11) можно заменить на $(k - b)^2$. Так как двухволновое приближение применимо в области частот $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$, когда $|q - (b/2)|, |k - (b/2)| \ll b/2$, то, например, для положительных значений k разности $q^2 - k^2$ и $q^2 - (k - b)^2$ в уравнениях (11) можно заменить на $b(q - k)$ и $b(q + k - b)$ и эти уравнения принимают вид

$$(k - q)E_0 = \tilde{g}_{00}E_0 + \tilde{g}_{01}E_1,$$

$$(-k + b - q)E_1 = \tilde{g}_{10}E_0 + \tilde{g}_{11}E_1, \quad (27)$$

где $\tilde{g}_{ij} = q_0^2 g_{ij} / b = b g_{ij} / (4\epsilon_b)$. Корни соответствующего секулярного уравнения удобно представить в виде

$$k_{\pm} = \frac{b}{2} + \frac{\tilde{g}_{00} - \tilde{g}_{11}}{2} \pm Q,$$

$$Q =$$

$$= \sqrt{\frac{(\tilde{g}_{00} - \tilde{g}_{11})^2}{4} + \left(\frac{b}{2} - q\right)^2 - \left(\frac{b}{2} - q\right)(\tilde{g}_{11} + \tilde{g}_{00}) + \Delta_g}, \quad (28)$$

где $\Delta_g = \tilde{g}_{00}\tilde{g}_{11} - \tilde{g}_{01}\tilde{g}_{10}$. Для отношения амплитуд смешиваемых волн получаем

$$\xi \equiv \frac{E_1}{E_0} = \frac{\tilde{g}_{10}}{b - k - q\tilde{g}_{11}}. \quad (29)$$

С точностью до обозначений формула (28) совпадает с аналогичной формулой (6.8) в обзоре [13] по резонансному ядерному взаимодействию γ -квантов в кристаллах, где, в частности, волновой вектор k представляется в виде $(\omega/c)(1 + \epsilon)$ и решения записываются для безразмерной величины ϵ .

Для периодической системы квантовых ям имеем

$$\tilde{g}_{00} = \tilde{g}_{11} = \tilde{g}_{10} = \tilde{g}_{01} = \frac{\Gamma_0/d}{\omega_0 - \omega - i\Gamma}.$$

Заменяя в (28) $q - (b/2)$ на $(\omega - \omega_0)\sqrt{\epsilon_b}/c$ и учитывая свойство (15) резонансной брэгговской структуры, полу-

чаем

$$k_{\pm} = \frac{b}{2} \left[1 \pm \sqrt{\left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2 - \frac{\Delta^2}{\omega_0^2} \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega - i\Gamma}} \right],$$

величина Δ введена в (19). После замены $b/2 \rightarrow \pi/d$ полученное дисперсионное уравнение совпадает с уравнением (18).

При учете нескольких атомов в элементарной ячейке, а в случае резонансной брэгговской структуры с квантовыми ямами — при наличии в сверхъячейке более чем одной ямы, структурные факторы \tilde{g}_{00} , \tilde{g}_{11} и \tilde{g}_{10} , \tilde{g}_{01} различаются. Часто их можно представить в виде

$$\tilde{g}_{11} = \tilde{g}_{00} \equiv \xi, \quad \tilde{g}_{10} = f\xi, \quad \tilde{g}_{01} = f^*\xi, \quad (30)$$

где $\xi \propto (\omega_0 - \omega - i\Gamma)^{-1}$. Например, при наличии в сверхъячейке двух идентичных ям имеем

$$\xi = \frac{2G_0/d}{\omega_0 - \omega - i\Gamma}, \quad f = \cos \frac{\pi d_1}{d}, \quad (31)$$

где d_1 — меньшее из двух расстояний между ближайшими ямами. В этом случае система характеризуется не одной, а двумя широкими запрещенными зонами в частотных интервалах $[\omega_{\text{out}}^+, \omega_{\text{in}}^+]$ и $[\omega_{\text{in}}^-, \omega_{\text{out}}^-]$, где [60,62]

$$\omega_{\text{out}}^{\pm} = \omega_0 \pm \Delta\sqrt{1 + |f|}, \quad \omega_{\text{in}}^{\pm} = \omega_0 \pm \Delta\sqrt{1 - |f|}.$$

Для периодической структуры с однородными слоями A и B толщиной a и b соответственно и с диэлектрическими проницаемостями

$$\varepsilon_A = \varepsilon_b \left(1 + \frac{\omega_{\text{LT}}}{\omega_0 - \omega - i\Gamma} \right), \quad \varepsilon_B = \varepsilon_b$$

структурные факторы имеют вид (30) с

$$\xi = \frac{\beta b}{4} \frac{\omega_{\text{LT}}}{\omega_0 - \omega - i\Gamma}, \quad f = \frac{\sin \pi\beta}{\pi\beta}, \quad \beta = \frac{a}{a+b}. \quad (32)$$

Рассмотрим далее отражение света от многослойной структуры, образованной конечным числом N пар чередующихся слоев A и B , помещенных между полубесконечными слоями B . В двухволновом приближении электрическое поле световой волны, падающей слева на слой A , представляется в виде

$$E(z) = \begin{cases} E^{(0)}e^{iqz} + E^{(r)}e^{-iqz} & (z \leq 0), \\ \sum_{s=\pm} E_0^{(s)} e^{\pm iQz} (e^{ibz/2} + \xi_s e^{-ibz/2}) & (0 \leq z \leq L), \\ E^{(t)}e^{iq(z-L)} & (L \leq z). \end{cases} \quad (33)$$

Здесь $E^{(0)}$, $E^{(r)}$ и $E^{(t)}$ — амплитуды падающей, отраженной и прошедшей волн, $E_0^{(\pm)}$ — амплитуда E_0 в выражении (10) для волны с волновым вектором $k_{\pm} = \pi/d \pm Q$, а коэффициенты ξ_{\pm} определены согласно (29). Граничные условия сшиваются в точках $z = 0$ и $z = L = Nd$ амплитуды полей. Решая уравнения для амплитуд полей, следующие из граничных условий,

и учитывая тождество $\exp(iNbd) = 1$, получаем для системы со структурными факторами (30)

$$r_N \equiv \frac{E^{(r)}}{E^{(0)}} = \frac{f\xi}{(b/2) - q - \xi - iQ \operatorname{ctg}(QNd)},$$

$$t_N \equiv \frac{E^{(t)}}{E^{(0)}} = -\frac{iQ}{f\xi \sin(QNd)} r_N, \quad (34)$$

где введенная в (28) величина Q принимает вид

$$Q = \sqrt{(\xi + q - b/2)^2 - \xi^2 |f|^2}. \quad (35)$$

5. Оптические решетки из холодных атомов

Атомные оптические решетки формируются из атомов, охлажденных в магнитной ловушке и расположенных в минимумах потенциальной энергии, создаваемых встречными пучками за счет их интерференции [29,62]. Рассмотрим в качестве примера систему атомов щелочных металлов (натрий, цезий, рубидий) с основным состоянием $S_{1/2}(F)$, т.е. с одним электроном на внешней s -оболочке, спином ядра I и квантовым числом F полного углового момента. В случае цезия $I = 7/2$, $F = 4$, для рубидия $I = 5/2$, $F = 3$. Пусть далее встречные лазерные пучки имеют частоту, близкую к резонансной частоте перехода $S_{1/2} \rightarrow P_{3/2}$ ($2D$ -линия, в рубидии длина волны этой линии $\lambda_{PS} = 780.2 \text{ nm}$). Во втором порядке теории возмущений шарковский сдвиг и шарковское расщепление атомного уровня $S_{1/2}$ в электрическом поле световой волны

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = e^{-i\omega t} \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \text{с.с.}$$

описываются эффективным атомным гамильтонианом (матрица 2×2)

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}) = A\mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) + iB\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}(\mathbf{r})],$$

где A, B — коэффициенты, зависящие от частоты света, σ_{α} — спиновые матрицы Паули. В простейшем случае одномерной системы двух встречных пучков с одинаковыми интенсивностями и ортогональными линейными поляризациями получаем стоячую волну с периодически изменяющейся энергией атома в состояниях со спином $s_z = \pm 1/2$

$$\delta\varepsilon_{s_z} = 2E_0^2 \left(A + 2Bs_z \sin \frac{4\pi z}{\lambda_L} \right),$$

где λ_L — длина волны света. Расстояние между соседними минимумами с $s_z = 1/2$ и $-1/2$ равно половине этой длины. В реальных условиях период решетки d отличается, хоть и незначительно, от $\lambda_L/2$, и мы, следуя [39], будем обозначать брэгговскую частоту $\omega_B = \pi c/d$, см. (4), в виде ω_{lattice} . Атомы, заполняющие узлы одномерной решетки $z_j = jd$ ($j = 0, 1, 2, \dots$), образуют резонансную брэгговскую решетку с частотой ω_{lattice} , близкой к частоте резонансного перехода $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_{PS}$, обозначенной в [39] в виде ω_{atom} . Расчет спектров отражения от такой решетки, содержащей N атомных плоскостей, проводился в работе [39], опубли-

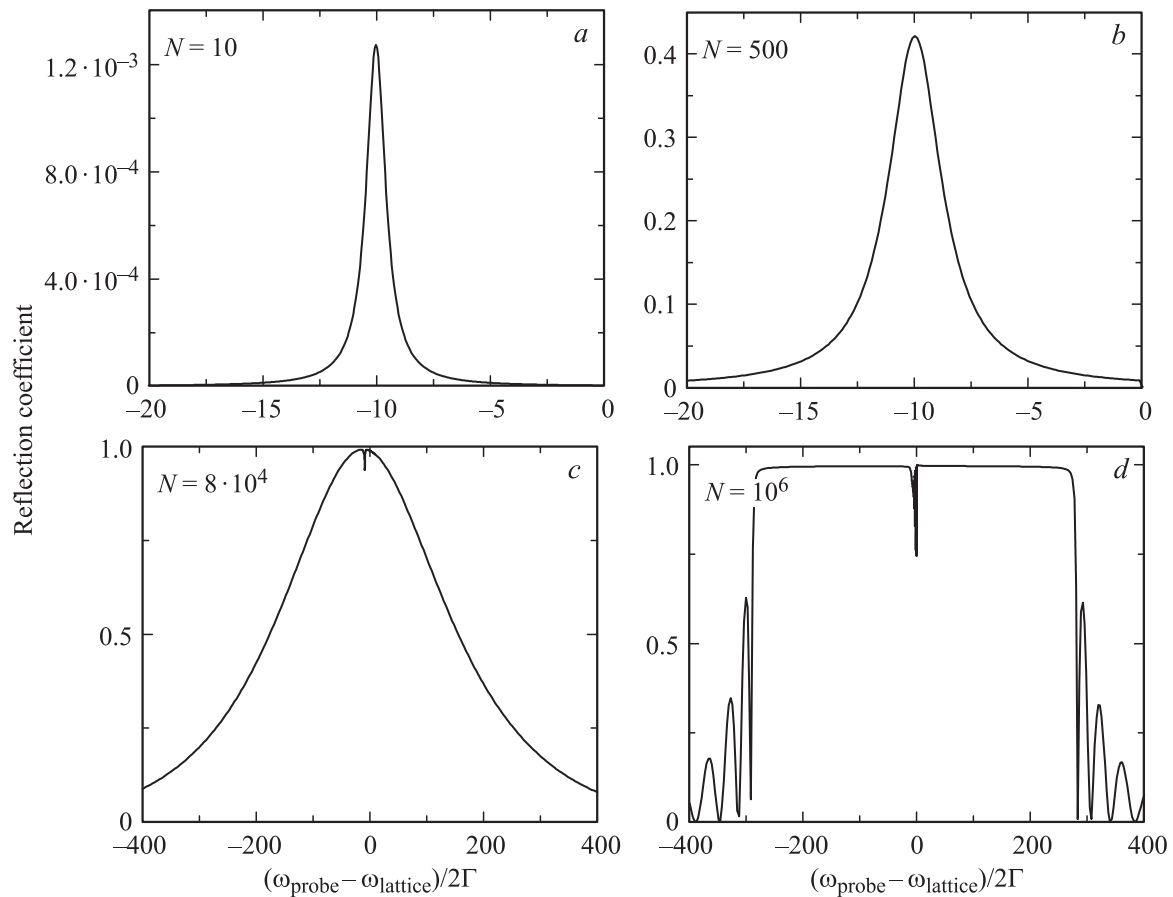


Рис. 8. Спектры отражения света от оптической решетки холодных атомов (согласно работе [39]). Кривые (a)–(d) рассчитаны для $N = 10, 500, 8 \cdot 10^4$ и 10^6 слоев соответственно при $\omega_{\text{lattice}} - \omega_0 = 20\Gamma$, $\xi_0 = 3.7 \cdot 10^{-3}$, $\omega_0 = (2\pi\Gamma/\xi_0)(\Delta/2\Gamma)^2$, $\Delta/2\Gamma = 280$.

кованной спустя год после статьи [19]. На рис. 8 показан результат расчета для оптической решетки из атомов цезия. Четыре спектра, рассчитанные для четырех значений N , демонстрируют переход от сверхизлучательного режима к фотонно-кристаллическому аналогично тому, как это прослеживается на рис. 4 для резонансных брэгговских структур с квантовыми ямами. В работе [39] независимо выведены дисперсионное уравнение (14) для периодической системы резонансных плоскостей и формула (24) для коэффициента отражения от конечной структуры, настроенной на точный брэгговский резонанс, а также, за несколько лет до работ [49,50], получено выражение (19) для половины запрещенной зоны в резонансной брэгговской системе.

Более сложная оптическая решетка возникает для трех взаимно перпендикулярных пар встречных пучков [63]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = e^{i\psi} \mathbf{e}_y \cos \frac{2\pi x}{\lambda_L} + e^{-i\psi} \mathbf{e}_x \cos \frac{2\pi y}{\lambda_L} + e^{i\varphi} \frac{\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}} \cos \frac{2\pi z}{\lambda_L}, \quad (36)$$

первая из которых линейно поляризована по оси y , вторая — по оси x , а третья циркулярно поляризована

(рис. 9, a). Здесь \mathbf{e}_α — орт в направлении оси α , ψ и φ — произвольные фазы. При их выборе в виде $\psi = \pi/4$ и $\varphi = 0$ получается периодическая система потенциальных минимумов, образующих объемноцентрированную кубическую (оцк) решетку, рис. 9, b. Такая решетка создавалась в работе [63] из атомов ^{85}Ru с помощью лазерных пучков на длине волны 780 nm, близкой к 2D-линии перехода $5S_{1/2}(F=3) \rightarrow 6P_{3/2}(F'=4)$. Дифракция света с длиной волны в окрестности 422 nm экспериментально изучалась при наклонном падении в плоскости (010) под углом $\theta = 57.3^\circ$ к оси [001], удовлетворяющем условию $a \cos \theta \approx \lambda_0$, где λ_0 — длина волны внутриатомного перехода $5S_{1/2} \rightarrow 6P_{1/2}$, a — постоянная оцк решетки, и мы используем здесь индексы Миллера для обозначения направлений и плоскостей этой решетки. Спектры дифракции, измеренные в указанной геометрии падения, представлены на рис. 9, c и d. Видно, что в s-поляризации проявляется резонанс $5S_{1/2}(F=3) \rightarrow 6P_{1/2}(F'=2)$, тогда как переход $5S_{1/2}(F=3) \rightarrow 6P_{1/2}(F'=3)$ проявляется в основном в p-поляризации. В условиях эксперимента многократными процессами рассеяния можно было пренебречь, так что для описания дифракции достаточно ограничиться борновским приближением, когда применима форму-

ла (9). Заметим, что в этой формуле в качестве \mathcal{N} нужно подставлять не количество узлов оптической решетки, а число расположенных на этих узлах атомов \mathcal{N}^* , так как обычно $\mathcal{N}^* < \mathcal{N}$ и многие узлы в оптической решетке остаются вакантными. Кроме того, атомы, локализованные в узлах решетки, испытывают механические колебания со средней амплитудой, зависящей от формы локализирующего потенциала и температуры. Поэтому интенсивность дифракционного рефлекса (9) нужно умножить на фактор Дебая–Уоллера [64–66]. Процессы охлаждения и локализации атомов сопровождаются изменением этого фактора, что позволяет по брэгговской дифракции изучать протекание этих процессов.

В работе [67] теория резонансного отражения от одномерных оптических решеток обобщена с учетом частичного беспорядка атомной решетки и пространственной неоднородности. Проведенный в этой рабо-

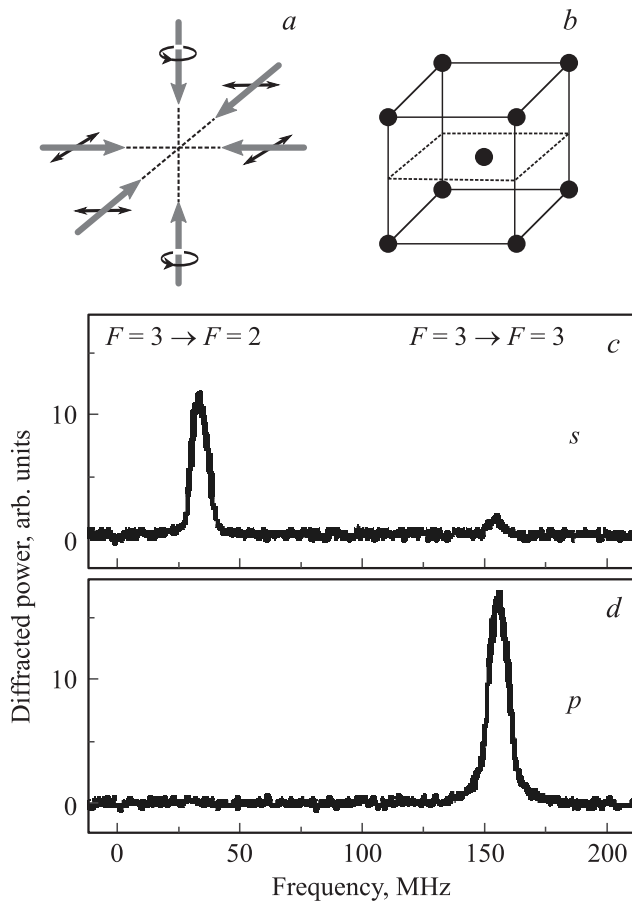


Рис. 9. (a) Конфигурация линейно и циркулярнополяризованных пар лучей, приводящих к образованию объемноцентрированной решетки поляризованных по спину атомов. (b) Объемноцентрированная решетка. (c) и (d) Спектры брэгговской дифракции для света, поляризованного перпендикулярно (s) и параллельно (p) плоскости падения. В верхней части панели (c) указаны типы оптических переходов $5S_{1/2}(F=3) \rightarrow 6P_{1/2}(F'=2)$ и $5S_{1/2}(F=3) \rightarrow 6P_{1/2}(F'=3)$, ответственных за соответствующие спектральные пики. Из работ [28,63].

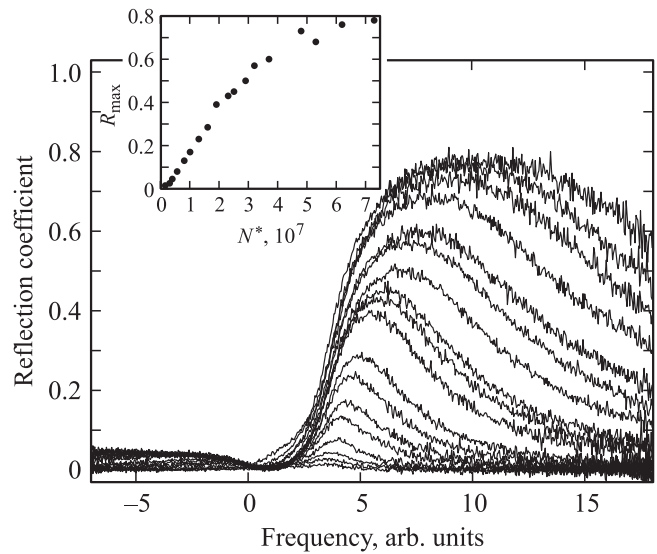


Рис. 10. Эволюция спектров отражения света от одномерной оптической решетки холодных атомов ^{87}Rb с ростом числа атомов в решетке \mathcal{N}^* . На вставке отмечена зависимость величины максимума отражения от \mathcal{N}^* . Данные работы [68].

те эксперимент и сравнение его с теорией показали, что в реальной системе проявление многократности резонансного отражения и формирование запрещенной зоны может подавляться эффектами беспорядка. Тем не менее работа [67] стала обнадеживающим шагом в обнаружении фотонно-кристаллического режима в атомной оптической решетке. На рис. 10 представлены результаты эксперимента, демонстрирующие проявление такого режима и многократных процессов отражения от одномерной оптической решетки атомов ^{87}Rb , созданной в магнито-оптической ловушке излучением титан-сапфирового лазера с перестраиваемой частотой [68]. Пробный луч падал на систему под углом $\theta \leq 2^\circ$, т.е. практически изучалось его резонансное отражение назад. Расширяющиеся спектральные пики на рис. 10 соответствуют возрастающему количеству атомов \mathcal{N}^* в оптической решетке при неизменной постоянной этой решетки. Видно, что с ростом \mathcal{N}^* растут как высота спектрального пика, так и его полуширина — в качественном согласии с предсказаниями теории резонансных брэгговских структур и формулой (24).

6. Динамическая дифракция γ -лучей

Анализу экспериментальных и теоретических работ по изучению резонансной дифракции γ -лучей на твердых телах посвящен целый ряд обзорных статей [5,6,13,15,41,45,69]. Поэтому в данной статье ставится задача не столько представить еще один обзор по дифракции γ -лучей, сколько рассмотреть эту область физики в более широком контексте дифракции электромагнитных волн на резонансных брэгговских системах.

6.1. Дифракция γ -лучей на однородных кристаллах. Перед тем как проиллюстрировать эксперименты по дифракции γ -лучей, мы обсудим общие формулы раздела 4 применительно к актуальным частным случаям.

В пределе бесконечно длинной структуры, $N \rightarrow \infty$, котангенс от QNd в формуле (34) стремится к единице (так как $Q'' > 0$) и для коэффициента отражения получаем [70]

$$r_\infty = \frac{f\xi}{(b/2) - q - \xi - iQ}. \quad (37)$$

В частности, для периодической системы квантовых ям с $f = 1$ имеем

$$r_\infty = \frac{\xi}{(b/2) - q - \xi - iQ} = \frac{l}{(\sqrt{l-v^2} + iv)^2}, \quad (38)$$

где

$$Q = i(\pi\Delta/\omega_0 d)\sqrt{l-v^2},$$

$$l = (\omega - \omega_0)/(\omega - \omega_0 + i\Gamma), \quad v = (\omega_0 - \omega)/\Delta. \quad (39)$$

Этот результат можно также получить из формулы (22), заменяя $\sin Nkd$ и $\sin(N-1)kd$ на $(i/2)e^{-iNkd}$ и $(i/2)e^{-i(N-1)kd}$, используя выражения (1) для коэффициентов отражения и пропускания от одной ямы и разложения в ряды Тейлора (16), применимые при $|\omega_0 - \omega| \ll \omega_0$.

Выражение (38) находится в согласии с аналогичным выражением (10.14), приведенным в обзоре Кагана [13] и полученным в теории резонансной динамической дифракции γ -лучей. Чтобы в этом убедиться, раскроем квадрат в знаменателе в (38), разделим числитель и знаменатель на $\omega - \omega_0$ и преобразуем (38) к виду

$$r_\infty = \frac{L_1}{L_1 - 2L_2 - 2i\sqrt{l-v^2}/\Delta}, \quad (40)$$

где $L_1 = l/(\omega - \omega_0)$, $L_2 = v^2/(\omega - \omega_0)$. Далее учтем, что в обозначениях [13] формула (38) выведена для простой резонансной системы с $g_0 = g_1 = \tilde{g}$, $p = 1$, $\chi_0 = 0$. В этом случае более общая формула (10.14) из статьи [13] упрощается и переходит в (40) после переобозначений $\Gamma \rightarrow 2\hbar\Gamma$ и $g_0 = g_1 = \tilde{g} \rightarrow -\Delta^2/(\omega_0\Gamma)$.

Обратимся далее к дисперсионному уравнению (28). При резонансной частоте $\omega = \omega_0$ разность $(b/2) - q(\omega)$ обращается в нуль. Поэтому для систем с $\Delta_g = \tilde{g}_{00}\tilde{g}_{11} - \tilde{g}_{01}\tilde{g}_{10} = 0$ волновое число k_- вещественно и отвечающая этому корню волна пространственно не затухает. Отсюда следует, что на частоте ω_0 пропускание электромагнитной волны через толстый образец должно быть аномально большим. В этом можно убедиться, заметив, что согласно (34) коэффициент пропускания t_N пропорционален отношению $Q/\xi \sin(QNd)$. В непосредственной близости от резонансной частоты ω_0 при $\Gamma \neq 0$ это отношение с ростом N убывает как N^{-1} . Таким образом, в резонансной брэгговской структуре пропускание $|t_N|^2$ на частоте ω_0 аномально возрастает, будучи степенной функцией N , а не экспоненциальной,

как это происходит при падении излучения не под брэгговским углом. В физике рентгеновских лучей это явление называется эффектом Бормана (Borrmann) [71], в динамической теории дифракции γ -лучей на ядрах кристаллической решетки оно известно как эффект подавления неупругих некогерентных каналов, или эффект Кагана–Афанасьева [5,13,72]. Физической причиной эффекта является выключение взаимодействия между светом и веществом в неограниченной периодической системе при точном выполнении резонансного брэгговского условия. В простейшем случае системы с одним резонансом, например при распространении света вдоль главной оси брэгговской структуры с квантовыми ямами в окрестности резонансной частоты экситона „электрон–тяжелая дырка“ ($e1-hh1$), отсутствие экситон–фотонного взаимодействия на частоте ω_0 обусловлено тем, что, как отмечалось в разделе 3, при $\omega = \omega_0$ электромагнитное излучение представляет собой стоячую волну с узлами в центрах квантовых ям. В структуре конечной толщины полного отключения взаимодействия не происходит, но в толстом образце это взаимодействие сильно подавлено. При косом распространении, когда латеральный волновой вектор \mathbf{k}_\parallel отличен от нуля, в брэгговской структуре при $\omega = \omega_0$ обнуляется только латеральная составляющая электрического поля световой волны, а нормальная составляющая остается отличной от нуля, но в этой поляризации экситон $e1-hh1$ неактивен. По аналогичной причине в случае сложной тонкой структуры резонансного перехода выключение взаимодействия в брэгговской структуре может происходить при отличных от нуля электрических и магнитных полях — достаточно, чтобы матричный элемент резонансного перехода при $\omega = \omega_0$ обращался в нуль [13]. Экспериментально эффект подавления неупругого канала при взаимодействии резонансного γ -излучения с ядрами был обнаружен независимо Скляревским, Смирновым, Артемьевым и др. (источник — ^{57}Co в матрице Pd, образец — кристалл железа) [73] и Войтовецким, Корсунским, Пажиным (источник — оксид олова $^{119}\text{SnO}_2$, образец — кристалл олова) [74].

В полупроводниковых периодических структурах или атомных оптических решетках спектры дифракции света оптического диапазона можно измерять, используя перестраиваемый по частоте лазер. Для измерения спектров дифракции γ -лучей приходится привлекать эффект Доплера: частота падающего на образец монохроматического излучения меняется за счет движения источника и зависит от скорости этого движения. Например, источник (спрессованный радиоактивный порошок или фольга), закрепленный на штоке, приводится в движение вибратором. Типичные скорости движения источника лежат в пределах ± 10 mm/s. Заметим, что для резонансного перехода $\hbar\omega_0 = 14.4$ keV в изотопе ^{57}Fe скорость $v = 1$ mm/s соответствует изменению энергии излучаемого фотона на $\hbar\omega_0(v/c) = 48.075$ neV. Недавно на примере бората железа была продемонстрирована возможность получения коллимированных пучков интенсивного поляризованного γ -излучения путем мессбауэровской дифракции синхротронного излучения [75,76].

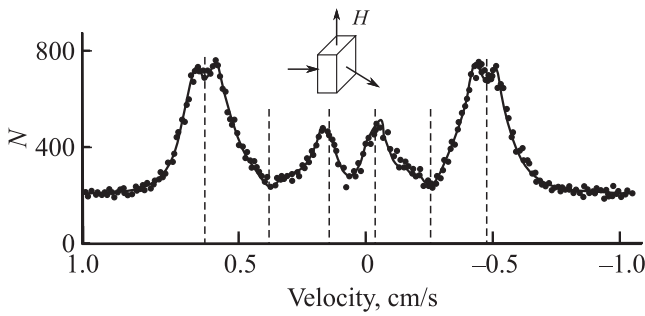


Рис. 11. Спектры резонансной дифракции γ -лучей на кристалле $^{57}\text{FeBO}_3$ в геометрии Лауэ в условиях приложенного магнитного поля (см. вставку на графике). Точки — эксперимент, сплошная кривая — расчет по теории Афанасьева и Кагана [13,72]. Данные работы [77].

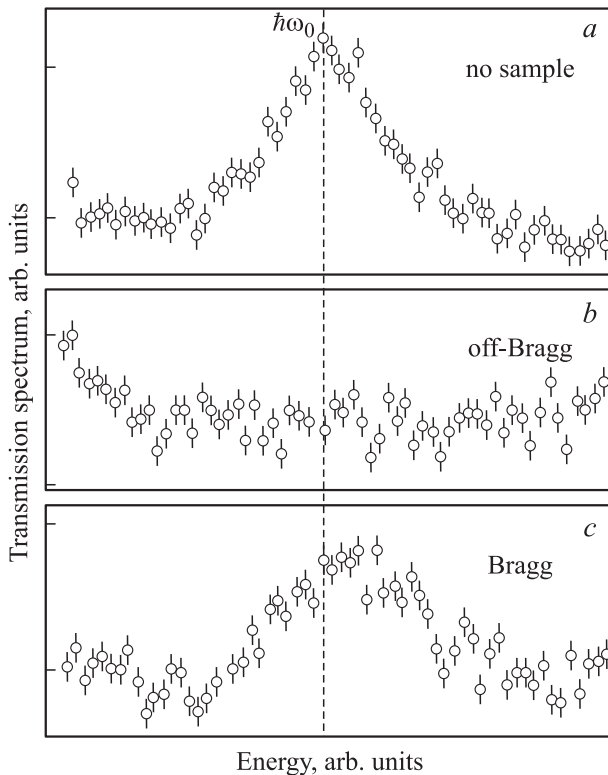


Рис. 12. Спектры пропускания γ -лучей кристаллом ^{57}Fe . (a) Спектр пробного луча, полученный в отсутствие образца. (b) Спектр пропускания при отстройке образца от брэгговского условия. (c) Спектр пропускания при выполнении брэгговского условия. На рисунке отмечена энергия $\hbar\omega_0$, соответствующая 14.4 keV. Данные работы [79].

Для иллюстрации разнообразных мессбауэровских спектров дифракции Лауэ мы приводим на рис. 11 в качестве примера спектр, измеренный в антиферромагнитном кристалле бората железа $^{57}\text{FeBO}_3$ в магнитном поле, направление которого указано на вставке к рисунку. В условиях эксперимента две волны 0 и 1 (в обозначениях двухволнового приближения), испыты-

вающие резонансное смешивание за счет дифракции на плоскостях (001), имели ортогональные поляризации π и σ . Поэтому при расчете структурных факторов, входящих в правые части уравнений (7) или (27), нужно в явном виде учесть поляризацию света с трансформацией $\pi \leftrightarrow \sigma$, см. [78]. На рис. 11 результаты измерения сравниваются с расчетом, выполненным на основе теории динамической дифракции.

На рис. 12 показаны спектры, измеренные на кристалле железа ^{57}Fe в работе [79] и демонстрирующие эффект подавления неупругих каналов при резонансной ядерной дифракции. К образцу было приложено магнитное поле, направленное перпендикулярно плоскости рассеяния для того, чтобы выделить эффект пропускания только одной π -поляризованной компоненты излучения. Рис. 12, a демонстрирует спектр излучения, падающего на исследуемый кристалл. Поскольку в качестве источника также использовался изотоп ^{57}Fe , падающее излучение имеет максимум на энергии $\hbar\omega_0$. На части b представлен спектр пропускания через образец, отстроенный от брэгговского условия. В этих условиях пропускание пробного излучения на резонансной частоте подавлено из-за резонансного поглощения. Часть c соответствует пропусканию через образец, настроенный на брэгговское условие (110) в геометрии Лауэ. Спектральный максимум на резонансной частоте представляет собой прямое проявление аномального пропускания в условиях брэгговской дифракции. Таким образом, эксперимент [79] позволил непосредственно наблюдать резонансный характер аномального пропускания γ -излучения в согласии с теорией [5,13,72].

6.2. Дифракция на многослойных структурах. В 1977 г. для выделения узкого спектрального интервала из широкого спектра синхротронного излучения было предложено использовать периодические структуры (мультислои), содержащие чередующиеся слои разных изотопов одного и того же элемента, и настраивать брэгговское условие на линию ядерного перехода в одном из изотопов [41,80]. При этом электронная подсистема практически не повторяет ядерную периодичность. На рис. 13 представлены спектры отражения, рассчитанные для пяти структур $^{57}\text{Fe}(d_{57})^{56}\text{Fe}(d_{56}) \cdot N$, содержащих $N = 5, 15, 30, 60$ и 120 идентичных пар слоев, выращенных из изотопов ^{57}Fe и ^{56}Fe и имеющих соответственно толщины $d_{57} = 15 \text{ \AA}$ и $d_{56} = 25 \text{ \AA}$. По оси абсцисс отложена разность между ω и частотой резонансного перехода ω_0 в изотопе ^{57}Fe ($\hbar\omega_0 \equiv E_0 = 14.413 \text{ keV}$). В рассматриваемой системе реализуется сверхизлучательный режим, так что $N\Gamma_0 \ll \sqrt{\omega_0}\Gamma_0$. В этом случае величиной $b/2 - q$ в формулах (34) и (39) для r_N и Q можно пренебречь по сравнению с ξ , что дает

$$Q \approx \xi h, \quad h = \sqrt{1 - |f|^2}. \quad (41)$$

В результате коэффициент отражения сводится к

$$r_N = \frac{if}{h \text{ctg}(\xi N h d) - i}. \quad (42)$$

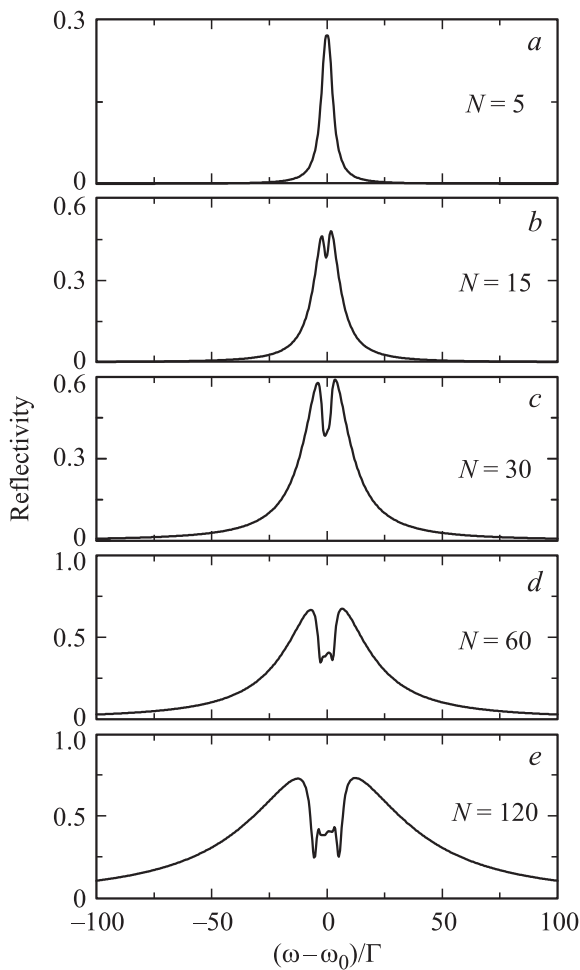


Рис. 13. Спектр отражения γ -лучей от решетки резонансных ядер ^{57}Fe при падении под скользящим углом 11.41 mrad (согласно работе [41]). Кривые (a)–(e) рассчитаны для структуры с $d_{57}/d_{56} = 15/25$, $h\eta f_{\text{LM}}\sigma_0 t = 28$ и $N = 5, 15, 30, 60, 120$ периодами соответственно.

Для периодической структуры с одним резонансным слоем в сверхъячейке имеем $f \rightarrow 1$, $h \rightarrow 0$ и

$$r_N = \frac{iN}{1/(\xi\bar{d}) - iN} = \frac{iN\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i(N\Gamma_0 + \Gamma)} \quad (43)$$

в согласии с (24) (различие в общем знаке связано с различным определением фазы отраженной волны).

Приближенная формула (42) для коэффициента отражения согласуется с выражениями, приведенными в [41] для двух вкладов R_1 и R_2 в амплитудный коэффициент отражения от многослойной структуры $^{57}\text{Fe}(d_{57})^{56}\text{Fe}(d_{56}) \cdot N$. Действительно, после замены произведения $tk\tilde{g}\beta$ на $2Nd\xi$ и коэффициента $F = \sin \pi\beta/(\pi\beta)$ на f , см. (32), и некоторого преобразования сумма $R_1 + R_2$ переходит в (42). Здесь $\beta = d_{57}/(d_{57} + d_{56})$ — относительная толщина резонансного слоя ^{57}Fe , величина $t = D/\sin \theta_{\text{gr}}$ определяется толщиной образца D и скользящим углом падения θ_{gr}

(угол падения $\theta = 90^\circ - \theta_{\text{gr}}$),

$$k\tilde{g} = \frac{n\eta f_{\text{LM}}\sigma_0 \hbar\Gamma}{E_0 - \hbar\omega - i\hbar\Gamma},$$

множитель $n\eta f_{\text{LM}}\sigma_0$ характеризует силу резонанса: n — атомная плотность, η — относительная концентрация резонансных ядер, σ_0 — резонансное сечение рассеяния, f_{LM} — фактор Лэмба–Мессбауэра. Для исследованной системы ширина резонанса составляла 2.35 neV .

Экспериментально сверхизлучательный эффект взаимодействия γ -фотона с ядрами в резонансных брэгговских мультислоях наблюдался по усилению радиационного канала затухания ядерного экситона в структуре $^{57}\text{Fe}(d_{57})^{56}\text{Fe}(d_{56}) \cdot 25$ [81]. В интервале от 2 до 13 ns интенсивность излучения спадала экспоненциально со временем 4 ns. Для сравнения отметим, что возбужденное состояние ядра в изолированном атоме ^{57}Fe характеризуется временем жизни электронного перехода $\tau_e = 158 \text{ ns}$ и радиационным временем жизни $\tau_r = 1300 \text{ ns}$, т.е. полным временем жизни $\tau_{\text{tot}} = (\tau_e^{-1} + \tau_r^{-1})^{-1} = 141 \text{ ns}$, намного превосходящим 4 ns. Если в работе [81] использовались изотопные мультислои, выращенные методом магнетронного распыления, то в более поздней работе [82] изучена периодическая структура $^{57}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$, выращенная методом молекулярно-пучковой эпитаксии. В эксперименте по мессбауэровской рефлектометрии синхротронного излучения угловое положение ядерного брэгговского пика находится в согласии с результатами нейтронной рефлектометрии, тогда как в рентгеновской рефлектометрии соответствующий электронный брэгговский пик отсутствует. Измеренная угловая ширина ядерного пика согласуется с теоретическим предсказанием. Детальная теория ядерной брэгговской спектроскопии отражения синхротронного излучения от многослойных периодических структур развита Андреевой и Линдбергом [83].

7. Заключение

Для краткости ниже мы называем системами I, II и III соответственно структуру с квантовыми ямами, атомную оптическую решетку и мессбауэровский кристалл. В таблице приведены типичные параметры для этих трех резонансных брэгговских систем, удовлетворяющих условию (3): резонансная частота ω_0 , нерезонансное затухание Γ , радиационное затухание Γ_0 и половина запрещенной зоны Δ . Параметры рассчитаны на основе

Характерные параметры трех типов резонансных брэгговских систем (для системы III значения Γ_0 и Δ приведены при выполнении брэгговского условия (3) для отличного от нуля угла θ , $x = \cos \theta$)

System	$\hbar\omega_0$ (eV)	$\hbar\Gamma_0$ (μeV)	$\hbar\Gamma$ (μeV)	$\hbar\Delta(\theta)$ (meV)
I (InGaAs/GaAs)	1.5	31	200	5.4
II (Cs)	1.45	$4 \cdot 10^{-5}$	10^{-2}	$6 \cdot 10^{-3}$
III (^{57}Fe)	$1.44 \cdot 10^4$	$\sim 2 \cdot 10^{-7}/x^2$	$2 \cdot 10^{-3}$	$\sim 0.1/x$

данных, приведенных в работах [58] (система I), [39] (II) и [84] (III). Видно, что по сравнению с системами I и II мессбауэровские системы характеризуются наименьшим нерадиационным затуханием. У структур с квантовыми ямами величина Γ максимальна, но очень велико Γ_0 , поэтому ширина запрещенной зоны 2Δ значительно больше, чем у систем II и III, несмотря на то, что в системе III резонансная частота больше на четыре порядка. Однако сила мессбауэровского резонанса эффективно возрастает в геометрии скользящего падения при типичных значениях „скользящих“ углов $\theta_{gr} = (\pi/2) - \theta \sim \cos \theta \sim 10^{-3}$ [41,84].

Подведем кратко итоги полувекowego изучения резонансной дифракции на системах III и двух десятков лет изучения этого явления в системах I и II. В динамической теории резонансной дифракции основное внимание уделялось анализу мессбауэровской дифракции на толстых образцах. Здесь ключевую роль сыграло предсказание подавления неупругих каналов при резонансном дифракционном рассеянии. Это явление было вскоре обнаружено экспериментально и детально исследовано. Дальнейшее развитие теория получила при исследовании систем I и II, а также мессбауэровских мультислоев. Во-первых, были рассчитаны коэффициенты резонансного отражения от небольшого числа резонансных слоев N и предсказано одновременное нарастание с ростом N как высоты пика, так и полуширины спектра отражения. Во-вторых, было показано, что этот режим резонансного отклика, получивший название сверхизлучательного, переходит при дальнейшем росте N в фотоннокристаллический режим с характерной оптической запрещенной зоной (или стоп-зоной).

В данной статье мы сосредоточили внимание на линейной стационарной дифракции, включая резонансное отражение или пропускание электромагнитного излучения, поскольку именно это явление широко изучено в резонансных брэгговских системах. Рассмотрение линейной дифракции позволило наиболее выпукло выявить особенности и общие черты систем I, II и III. Конечно, круг явлений, изучаемых в этих системах, выходит за пределы линейной стационарной дифракции. В резонансных брэгговских системах изучались также спектры фотолуминесценции [85–87], нестационарные процессы, в частности, временная кинетика отражения при оптическом возбуждении короткими импульсами [22,81,88,89], нелинейные свойства, в частности, формирование солитонов с ростом интенсивности излучения [37,90], эффекты неупорядоченности [88,91]. Предметом исследования были также резонансные непериодические системы с дальним порядком, например структуры Фибоначчи [61,92–94]. Резонансная брэгговская цепочка квантовых ям, помещенных в оптический микрорезонатор, изучена в [95].

Работы по резонансным брэгговским структурам с квантовыми ямами стимулировали поиск и создание их аналога в плазмонных периодических структурах [96,97]. Предложены [38,98] периодические цепочки резонансных полостей или кольцевых оптических резонаторов, связанных между собой волноводной модой, аналогично

тому, как экситонные резонансы в отдельных ямах системы I связаны электромагнитным полем световой волны.

Авторы благодарны М.М. Воронову, Г.В. Смирнову и А.И. Чистякову, прочитавшим рукопись и сделавшим ряд полезных замечаний.

Список литературы

- [1] W.H. Bragg, W.L. Bragg. X Rays and Crystal Structure. G. Bell and Sons, London (1915) [У.Г. Брэгг, У.Л. Брэгг. Рентгеновские лучи и строение кристаллов. ГИЗ, М.–Л. (1929) 268 с.].
- [2] L. Bragg. Scientific American **219**, 58 (1968) [У.Л. Брэгг. УФН **97**, 525 (1968)].
- [3] Г.С. Жданов. УФН **153**, 619 (1987).
- [4] G.S. Zhdanov, R.N. Kuz'min. Acta Cryst. B **24**, 10 (1968).
- [5] В.А. Беляков. УФН **115**, 553 (1975).
- [6] G.V. Smirnov. Hyperfine Interact. **27**, 203 (1986).
- [7] В.А. Беляков. УФН **151**, 699 (1987).
- [8] P.J. Black, G. Longworth, D.A. O'Connor. Proc. Phys. Soc. **83**, 925 (1964).
- [9] P.J. Black, I.P. Duerdoth. Proc. Phys. Soc. **84**, 169 (1964).
- [10] А.М. Афанасьев, Ю. Каган. ЖЭТФ **48**, 327 (1965).
- [11] Ю. Каган, А.М. Афанасьев. ЖЭТФ **49**, 1504 (1965).
- [12] Ю.М. Каган, А.М. Афанасьев, И.П. Перстнев. ЖЭТФ **54**, 1530 (1968).
- [13] Yu. Kagan. Hyperfine Interact. **123/124**, 83 (1999).
- [14] J.P. Hannon, G.T. Trammell. Phys. Rev. **169**, 315 (1968); Phys. Rev. **186**, 306 (1969); Physica B **159**, 161 (1989).
- [15] J.P. Hannon, G.T. Trammell. Hyperfine Interact. **123/124**, 127 (1999).
- [16] R. Dingle, W. Wiegmann, C.H. Henry. Phys. Rev. Lett. **33**, 827 (1974).
- [17] А.П. Силин. УФН **147**, 485 (1985).
- [18] E.L. Ivchenko, G.E. Pikus. Superlattices and Other Heterostructures. Symmetry and Optical Phenomena. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (1995); 2 nd ed. (1997).
- [19] Е.Л. Ивченко, С. Йорда, А.И. Несвижский. ФТТ **36**, 2118 (1994).
- [20] V.P. Kochereshko, G.R. Pozina, E.I. Ivchenko, D.R. Yakovlev, A. Waag, W. Ossau, G. Landwehr, R. Hellmann, E.O. Göbel. Superlatt. Microstruct. **15**, 471 (1994).
- [21] Y. Merle d'Aubigné, A. Wasiela, H. Mariette, T. Dietl. Phys. Rev. B **54**, 14003 (1996).
- [22] S. Haas, T. Stroucken, M. Hübner, J. Kuhl, B. Grote, A. Knorr, F. Jahnke, S.W. Koch, R. Hey, K. Ploog. Phys. Rev. B **57**, 14860 (1998).
- [23] C. Ell, J. Prineas, T.R. Nelson, Jr., S. Park, H.M. Gibbs, G. Khitrova, S.W. Koch. Phys. Rev. Lett. **80**, 4795 (1998).
- [24] G.R. Hayes, J.L. Staehli, U. Oesterle, B. Deveaud, R.T. Phillips, C. Ciuti. Phys. Rev. Lett. **83**, 2837 (1999).
- [25] E.L. Ivchenko. Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures. Alpha Science Int., Harrow, UK (2005).
- [26] H.M. Gibbs, G. Khitrova, S.W. Koch. Nature Phot. **5**, 275 (2011).
- [27] G. Birkel, M. Gatzke, I.H. Deutsch, S.L. Rolston, W.D. Phillips. Phys. Rev. Lett. **75**, 2823 (1995).
- [28] M. Weidemüller, A. Hemmerich, A. Görlitz, T. Esslinger, T.W. Hänsch. Phys. Rev. Lett. **75**, 4583 (1995).
- [29] У.Д. Филиппс. УФН **169**, 305 (1999).
- [30] L.C. Andreani, F. Tassone, F. Bassani. Solid State Commun. **77**, 641 (1991).

- [31] Е.Л. Ивченко. ФТТ **33**, 2388 (1991).
- [32] Е.Л. Ивченко. В кн.: Оптика наноструктур / Под ред. А.В. Федорова. Недра, СПб. (2005). Гл. 3.
- [33] В.А. Кособукин, М.М. Моисеева. ФТТ **37**, 3694 (1995).
- [34] Е.Л. Ивченко, А.В. Кавокин. ФТТ **42**, 1815 (1992).
- [35] G.Ya. Slepuyan, S.A. Maksimenko, V.P. Kalosha, A. Hoffmann, D. Bimberg. Phys. Rev. B **64**, 125 326 (2001).
- [36] E.L. Ivchenko, Y. Fu, M. Willander. ФТТ **42**, 1707 (2000).
- [37] A. Kozhokin, G. Kurizki. Phys. Rev. Lett. **74**, 5020 (1995).
- [38] M.F. Yanik, W. Suh, Zheng Wang, Shanhui Fan. Phys. Rev. Lett. **93**, 233 903 (2004).
- [39] I.H. Deutsch, R.J.C. Spreeuw, S.L. Rolston, W.D. Phillips. Phys. Rev. A **52**, 1394 (1995).
- [40] M. Artoni, G. La Rocca, F. Bassani. Phys. Rev. E **72**, 046 604 (2005).
- [41] A.I. Chumakov, L. Niesenb, D.L. Nagyc, E.E. Alp. Hyperfine Interact. **123/124**, 427 (1999).
- [42] Е.Л. Ивченко, А.Н. Поддубный. ФТТ **48**, 540 (2006).
- [43] Yong Zeng, Ying Fu, Xiaoshuang Chen, Wei Lu, H. Egren. Phys. Rev. B **74**, 115 325 (2006).
- [44] Y.D. Chong, D.E. Pritchard, M. Soljačić. Phys. Rev. B **75**, 235 124 (2007).
- [45] Y.V. Schvyd'ko, G.V. Smirnov. J. Phys. Cond. Matter **1**, 10 563 (1989).
- [46] G.V. Smirnov, U. van Bürck, J. Arthur, G.S. Brown, A.I. Chumakov, A.Q.R. Baron, W. Petry, S.L. Ruby. Phys. Rev. B **76**, 043 811 (2007).
- [47] K.-P. Marzlin, W. Zhang. Phys. Rev. A **59**, 2982 (1999).
- [48] M. Mašalas, M. Fleischhauer. Phys. Rev. A **69**, 061 801 (2004).
- [49] E.L. Ivchenko, M. Willander. Phys. Status Solidi B **215**, 199 (1999).
- [50] L.I. Deych, A.A. Lisyansky. Phys. Rev. B **62**, 4242 (2000).
- [51] М.Р. Владимировна, Е.Л. Ивченко, А.В. Кавокин. ФТП **32**, 101 (1998).
- [52] T. Ikawa, K. Cho. Phys. Rev. B **66**, 85338 (2002).
- [53] Е.Л. Ивченко, В.П. Кочерешко, А.В. Платонов, Д.Р. Яковлев, А. Ваар, В. Осса, Г. Ландвер. ФТТ **39**, 2072 (1997).
- [54] J. Sadowski, H. Mariette, A. Wasiela, R. André, Y. Merle d'Aubigné, T. Dietl. Phys. Rev. B **56**, 1664 (1997).
- [55] V.V. Chaldyshev, Y. Chen, A.N. Poddubny, A.P. Vasil'ev, Z. Liu. Appl. Phys. Lett. **98**, 073 112 (2011).
- [56] В.В. Чалдышев, Е.В. Кунделев, Е.В. Никитина, А.Ю. Егоров, А.А. Горбачевич. ФТП **46**, 1039 (2012).
- [57] J.P. Prineas, C. Ell, E.S. Lee, G. Khitrova, H.M. Gibbs, S.W. Koch. Phys. Rev. B **61**, 13863 (2000).
- [58] J.P. Prineas, C. Cao, M. Yildirim, W. Johnston, M. Reddy. J. Appl. Phys. **100**, 063 101 (2006).
- [59] V.V. Chaldyshev, A.S. Bolshakov, E.E. Zavarin, A.V. Sakharov, W.V. Lundin, A.F. Tsatsulnikov, M.A. Yagovkina, T. Kim, Y. Park. Appl. Phys. Lett. **99**, 251 103 (2011).
- [60] E.L. Ivchenko, M.M. Voronov, M.V. Erementchouk, L.I. Deych, A.A. Lisyansky. Phys. Rev. B **70**, 195 106 (2004).
- [61] E.L. Ivchenko, A.N. Poddubny. Physica E **42**, 1871 (2010).
- [62] K.I. Petsas, A.B. Coates, G. Grynberg. Phys. Rev. A **50**, 5173 (1994).
- [63] M. Weidemüller, A. Görlitz, T.W. Hänsch, A. Hemmerich. Phys. Rev. A **58**, 4647 (1998).
- [64] L. Guidoni, P. Verkerk. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **1**, R23 (1999).
- [65] S. Slama, C. von Cube, A. Ludewig, M. Kohler, C. Zimmermann, Ph.W. Courteille. Phys. Rev. A **72**, 031 402 (2005).
- [66] H. Miyake, G.A. Siviloglou, G. Puentes, D.E. Pritchard, W. Ketterle, D.M. Weld. Phys. Rev. Lett. **107**, 175 302 (2011).
- [67] S. Slama, C. von Cube, M. Kohler, C. Zimmermann, Ph.W. Courteille. Phys. Rev. A **73**, 023 424 (2006).
- [68] A. Schilke, C. Zimmermann, P.W. Courteille, W. Guerin. Phys. Rev. Lett. **106**, 223 903 (2011).
- [69] G.V. Smirnov. Hyperfine Interact. **123/124**, 31 (1999).
- [70] М.М. Воронов, Е.Л. Ивченко, В.А. Кособукин, А.Н. Поддубный. ФТТ **49**, 1709 (2007).
- [71] G. Borrmann. Z. Phys. **127**, 297 (1950).
- [72] А.М. Афанасьев, А.М. Каган. ЖЭТФ **64**, 1958 (1973).
- [73] В.В. Скляревский, Г.В. Смирнов, А.Н. Артемьев, Б. Шестаков, С. Кадечкова. Письма в ЖЭТФ **8**, 295 (1968).
- [74] В.К. Войтовский, И.Л. Корсунский, Ю.Ф. Пажин. Письма в ЖЭТФ **8**, 563 (1968).
- [75] G.V. Smirnov, A.I. Chumakov, V.B. Potapkin, R. Ruffer, S.L. Popov. Phys. Rev. A **84**, 053 851 (2011).
- [76] V.B. Potapkin, A.I. Chumakov, G.V. Smirnov, J.-P. Celse, R. Ruffer, C. McCammon, L. Dubrovinsky. J. Synchrotron Rad. **19**, 559 (2012).
- [77] Г.В. Смирнов, В.В. Мостовой, Ю.В. Швыдько, В.Н. Селезнев, В.В. Руденко. ЖЭТФ **78**, 1196 (1980).
- [78] U. van Bürck, G.V. Smirnov, R.L. Mössbauer, F. Parak, N.A. Semiskina. J. Phys. C, **11**, 2305 (1978).
- [79] Г.В. Смирнов, Н.А. Семюшкина, В.В. Скляревский, С. Кадечкова, Б. Шестаков. ЖЭТФ **72**, 340 (1977).
- [80] G.T. Trammel, J.P. Hannon, S.L. Ruby, P. Flinn, R.L. Mössbauer, F. Parak. AIP Conf. Proc. **38**, 46 (1977).
- [81] A.I. Chumakov, G.V. Smirnov, A.Q.R. Baron, J. Arthur, D.E. Brown, S.L. Ruby, G.S. Brown, N.N. Salashchenko. Phys. Rev. Lett. **71** 2489 (1993).
- [82] L. Deák, G. Bayreuther, L. Bottyán, E. Gerda, J. Korecki, E.I. Kornilov, H.J. Lauter, O. Leupold, D.L. Nagy, A.V. Petrenko, V.V. Pasyuk-Lauterb, H. Reuther, E. Richter, R. Röhlberger. J. Appl. Phys. **85**, 1 (1999).
- [83] М.А. Андреева, В. Lindgren. Phys. Rev. B **72**, 125 422 (2005).
- [84] R. Röhlberger. Hyperfine Interact. **123/124**, 455 (1999).
- [85] M. Hübner, J.P. Prineas, C. Ell, P. Brick, E.S. Lee, G. Khitrova, H.M. Gibbs, S.W. Koch. Phys. Rev. Lett. **83**, 2841 (1999).
- [86] A. Mintsev, L. Butov, C. Ell, S. Mosor, G. Khitrova, H. Gibbs. JETP Lett. **76**, 637 (2002).
- [87] L.I. Deych, M.V. Erementchouk, A.A. Lisyansky, E.L. Ivchenko, M.M. Voronov. Phys. Rev. B **76**, 075 350 (2007).
- [88] A. Kavokin, G. Malpuech. Cavity Polaritons. Ser. Thin Films and Nanostructures. V. 32. Elsevier, Academic Press (2003).
- [89] A.V. Poshakinskiy, A.N. Poddubny, S.A. Tarasenko. Phys. Rev. B **86**, 205 304 (2012).
- [90] М.М. Воронов, Е.Л. Ивченко. ФТТ **47**, 1327 (2005).
- [91] В.А. Кособукин, А.Н. Поддубный. ФТТ **49**, 1883 (2007).
- [92] A.N. Poddubny, L. Pillozzi, M.M. Voronov, E.L. Ivchenko. Phys. Rev. B **77**, 113 306 (2008); Phys. Rev. B **80**, 115 314 (2009).
- [93] J. Hendrickson, B.C. Richards, J. Sweet, G. Khitrova, A.N. Poddubny, E.L. Ivchenko, M. Wegener, H.M. Gibbs. Opt. Express **16**, 15382 (2008).
- [94] M. Werchner, M. Schafer, M. Kira, S.W. Koch, J. Sweet, J.D. Oritzky, J. Hendrickson, B.C. Richards, G. Khitrova, H.M. Gibbs, A.N. Poddubny, E.L. Ivchenko, M. Voronov, M. Wegener. Opt. Express **17**, 6813 (2009).
- [95] E.L. Ivchenko, M.I. Kaliteevskii, A.V. Kavokin, A.I. Nesvizhskii. J. Opt. Soc. Am. **13**, 1061 (1996).
- [96] S. Husaini, L. Deych, V.M. Menon. Opt. Lett. **36**, 1368 (2011).
- [97] R. Taubert, D. Dregely, T. Stroucken, A. Christ, H. Giessen. Nature Commun. **3**, 691 (2012).
- [98] A.B. Matsko, A.A. Savchenkov, W. Liang, V.S. Ilchenko, D. Seidel, L. Maleki. Opt. Express **17**, 15 210 (2009).