

01;04

Кильватерные волны в электрон-позитрон-ионной плазме, возбуждаемые протонным пучком

© А.Е. Дубинов, Д.Ю. Колотков

Национальный исследовательский ядерный университет „Московский инженерно-физический институт“ — Саровский физико-технический институт, 607186 Саров, Нижегородская область, Россия

Разработана нелинейная одномерная модель кильватерных продольных волн в релятивистской ерi-плазме, возбуждаемых ультрарелятивистским модулированным протонным пучком. В рамках модели построена партитура профилей концентраций компонент плазмы в кильватерной волне. Показано, что период волны растет с увеличением концентрации ионной компоненты плазмы и убывает с увеличением плотности протонного пучка.

Введение

В последнее десятилетие электрон-позитрон-ионная плазма (ерi-плазма) является объектом интенсивного теоретического исследования. Причинами этого можно назвать недавние успехи в лабораторном получении ерi-плазмы и новые наблюдательные астрофизические данные. Например, в лабораторных условиях такая плазма получается в специальных ловушках, в которые инжектируется электронный пучок, из β^+ -распадающих изотопов вводятся позитроны, а ионы нарабатываются при ионизации остаточного газа. В качестве астрофизического примера укажем, что для массивных замасгниченных нейтронных звезд ерi-плазма является обычным стационарным окружением.

Можно назвать не менее ста публикаций, в которых строятся теоретические модели различных волн и нелинейных структур в ерi-плазме. Краткие обзоры этих работ даны в недавних статьях [1,2]. Из них, в частности, следует, что колебательные свойства ерi-плазмы гораздо разнообразнее и сложнее, чем аналогичные свойства обычной еi-плазмы (электрон-ионной плазмы).

В ряде работ уделяется внимание созданию теоретических моделей кильватерных волн в ерi-плазме [3–5], т.е. таких волн, которые возбуждаются потоками модулированных заряженных частиц. Кильватерные волны, как известно, могут быть использованы для коллективного ускорения частиц, а в случае ерi-плазмы — для диагностических целей. В указанных работах [3–5] построены и изучены нелинейные модели поперечных электромагнитных кильватерных волн в магнитоактивной ерi-плазме. Представляет также интерес рассмотрение нелинейных продольных плазменных кильватерных волн в немагнитной ерi-плазме. Построение и исследование модели продольных релятивистских кильватерных волн — цель настоящей работы.

Разработанная здесь модель является развитием известной одномерной релятивистской модели кильватерных волн в обычной еi-плазме, предложенной Ахиезером и Половиным в 1955 г. [6]. Дальнейшее обобщающее развитие она получила в работах [7,8] для еi-плазмы и [9] для ер-плазмы (электрон-позитронной плазмы). Модели

кильватерных волн из работ [7–9] использовались нами здесь как крайние случаи для проверки. Определенную методическую помощь оказали также нелинейные теории кильватерных волн многокомпонентных плазм различного состава из статей [10,11].

1. Исходные уравнения и обозначения

Рассмотрим однородную квазинейтральную бесстолкновительную ерi-плазму сложного состава, содержащую электронный, позитронный и положительно заряженный ионный холодные газы. Будем считать, что сквозь эту плазму проходит неограниченный в поперечнике модулированный ультрарелятивистский пучок протонов, возбуждая в плазме кильватерные волны плазменного типа.

Параметры задачи обозначим следующим образом: масса покоя частиц — m_j , скорость света — c , заряд электрона — $e < 0$; невозмущенная концентрация частиц — n_{0j} , скорость и релятивистский импульс частиц — V_j и P_j , напряженность электрического поля — E , а индекс j принимает вид „–“, „+“, „i“, „p“ для электронов, позитронов, положительных ионов и протонов возбуждающего пучка соответственно.

Будем использовать условие квазинейтральности невозмущенной плазмы в виде: $en_{0i} + en_{0+} - en_{0-} = 0$. Возмущенные в волне величины будем записывать без индекса „0“.

Запишем исходную систему одномерных релятивистских уравнений, описывающих динамику электронной, ионной и позитронной компонент плазмы в волне (т.е. для $j = -; +; i$), следующим образом:

уравнение непрерывности частиц

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial(n_j V_j)}{\partial x} = 0; \quad (1)$$

уравнение движения частиц

$$\frac{\partial P_j}{\partial t} + V_j \frac{\partial P_j}{\partial x} = \pm e E; \quad (2)$$

уравнение для электрического поля

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi e(n_- - n_+ - n_i - n_p). \quad (3)$$

2. Решение уравнений

Введем новую переменную в форме „запаздывающего времени“:

$$\tau = \omega_{0-} \left(t - \frac{x}{V_p} \right), \quad (4)$$

где $\omega_{0-} = \sqrt{4\pi e^2 n_{0-}/m_{0-}}$ — электронная плазменная частота в невозмущенной плазме, а скорость протонов V_p принимает смысл фазовой скорости кильватерной волны.

Тогда система уравнений (1)–(3) для $j = -; +; i$ (всего семь уравнений) преобразуется к следующему виду:

$$\frac{d}{d\tau} [n_j(\beta_p - \beta_j)] = 0; \quad (5)$$

$$\frac{dP_j}{d\tau} \left(1 - \frac{\beta_j}{\beta_p} \right) = \pm \frac{eE}{\omega_{0-}}; \quad (6)$$

$$\frac{dE}{d\tau} = \frac{4\pi\beta_p c}{\omega_{0-}} (n_p + n_i + n_+ - n_-), \quad (7)$$

в которых через $\beta_j = V_j/c$ обозначены соответствующие относительные скорости.

При непосредственном интегрировании уравнений непрерывности (5), используя условия на фронте волны ($n_{\pm,i} = n_{0\pm,0i}$ при $\beta_{\pm,i} = 0$), получаем:

$$n_j = n_{0j} \frac{\beta_p}{\beta_p - \beta_j}. \quad (8)$$

Преобразуем уравнения движения (6) и продифференцируем их один раз по τ , в результате получим:

$$\frac{dE}{d\tau} = \pm \frac{m_{0j} c \omega_{0-}}{e} \frac{d}{d\tau} \left[(1 - \beta_j^2)^{-3/2} \left(1 - \frac{\beta_j}{\beta_p} \right) \frac{d\beta_j}{d\tau} \right]. \quad (9)$$

Подставим (7) и (8) в уравнения (9) и получим систему уравнений для неизвестных величин β_j для $j = -; +; i$:

$$\begin{cases} \frac{d}{d\tau} \left[(1 - \beta_-^2)^{-3/2} \left(1 - \frac{\beta_-}{\beta_p} \right) \frac{d\beta_-}{d\tau} \right] \\ = \beta_p \left(\frac{n_p}{n_{0-}} + \frac{n_{0+}}{n_{0-}} \frac{\beta_p}{\beta_p - \beta_+} + \frac{n_{0i}}{n_{0-}} \frac{\beta_p}{\beta_p - \beta_i} - \frac{\beta_p}{\beta_p - \beta_-} \right); \\ \frac{d}{d\tau} \left[(1 - \beta_i^2)^{-3/2} \left(1 - \frac{\beta_i}{\beta_p} \right) \frac{d\beta_i}{d\tau} \right] \\ = -\delta \beta_p \left(\frac{n_p}{n_{0-}} + \frac{n_{0+}}{n_{0-}} \frac{\beta_p}{\beta_p - \beta_+} + \frac{n_{0i}}{n_{0-}} \frac{\beta_p}{\beta_p - \beta_i} - \frac{\beta_p}{\beta_p - \beta_-} \right); \\ \frac{d}{d\tau} \left[(1 - \beta_+^2)^{-3/2} \left(1 - \frac{\beta_+}{\beta_p} \right) \frac{d\beta_+}{d\tau} \right] \\ = -\beta_p \left(\frac{n_p}{n_{0-}} + \frac{n_{0+}}{n_{0-}} \frac{\beta_p}{\beta_p - \beta_+} + \frac{n_{0i}}{n_{0-}} \frac{\beta_p}{\beta_p - \beta_i} - \frac{\beta_p}{\beta_p - \beta_-} \right), \end{cases} \quad (10)$$

где $\delta = m_{0-}/m_{0i}$.

Замена

$$x_j = \sqrt{\frac{1 - \beta_j}{1 + \beta_j}}$$

приводит систему (10) к виду (в ультрарелятивистском пределе $\beta_p \rightarrow 1$), удобному для расчетов:

$$\begin{cases} \frac{d^2 x_-}{d\tau^2} = - \left[\frac{n_p}{n_{0-}} + (1 - \gamma) \frac{1+x_+^2}{2x_+^2} + \gamma \frac{1+x_i^2}{2x_i^2} - \frac{1+x_-^2}{2x_-^2} \right]; \\ \frac{d^2 x_i}{d\tau^2} = \delta \left[\frac{n_p}{n_{0-}} + (1 - \gamma) \frac{1+x_+^2}{2x_+^2} + \gamma \frac{1+x_i^2}{2x_i^2} - \frac{1+x_-^2}{2x_-^2} \right]; \\ \frac{d^2 x_+}{d\tau^2} = \frac{n_p}{n_{0-}} + (1 - \gamma) \frac{1+x_+^2}{2x_+^2} + \gamma \frac{1+x_i^2}{2x_i^2} - \frac{1+x_-^2}{2x_-^2}, \end{cases} \quad (11)$$

где обозначено $\gamma = n_{0i}/n_{0-}$ (с этим обозначением условие квазинейтральности имеет вид $1 - \gamma = n_{0+}/n_{0-}$).

Функцию n_p зададим с помощью ступенчатой функции Хевисайда:

$$n_p = \alpha n_{0-} [\Theta(\tau - \tau_0) - \Theta(\tau - \tau_1)],$$

где параметр α характеризует отношение концентрации пучка протонов к концентрации электронной компоненты невозмущенной плазмы.

Система уравнений (11) может быть решена численным методом. Приведем пример ее численного решения для следующего набора параметров: $\gamma = 0.1$; $\alpha = 0.1$

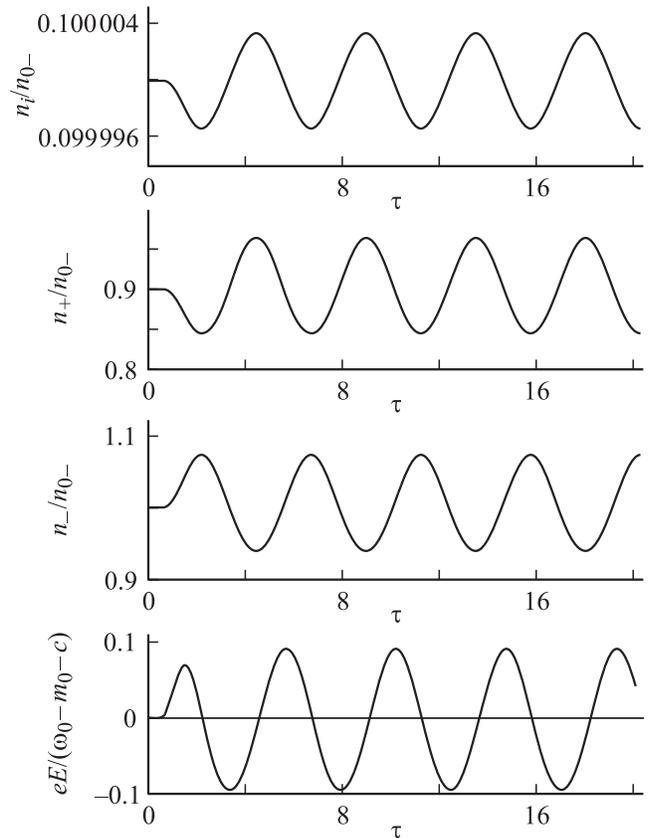


Рис. 1. Партитура концентраций компонент ери-плазмы и напряженности электрического поля в кильватерной волне.

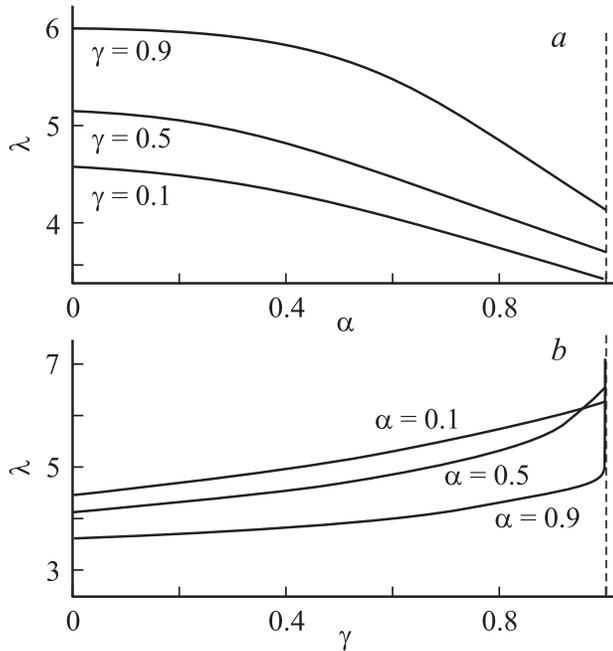


Рис. 2. Зависимости нормированной на величину V_p/ω_0 длины волны от параметров плазмы: a — $\lambda(\alpha)$; b — $\lambda(\gamma)$.

(малость параметра α характеризует сложность практической реализации протонного пучка с концентрацией больше начальной концентрации электронов в плазме); $\tau_0 = 0.5$; $\tau_1 = 1.5$; $\delta = 5 \cdot 10^{-4}$ (данное значение δ выбрано для водородной плазмы). Партитура профилей концентраций компонент плазмы в кильватерной волне представлена на рис. 1.

Представляет определенный интерес вычислить зависимость длины кильватерной волны λ от параметров α и γ . Эти графики представлены на рис. 2, откуда видно, что длина кильватерной волны будет увеличиваться с ростом γ и уменьшаться с ростом α .

Для понимания причины такого поведения величины λ сошлемся на простую аналогию, связывающую кильватерную волну с ангармоническими колебаниями некой частицы в потенциальном поле. Для простой e_i -плазмы в [6,7] было показано, что уравнение для профиля волны эквивалентно уравнению движения частицы в потенциальной яме, одна из стенок которой — гипербола, а другая — линейная функция. В нашем случае многокомпонентной e_i -плазмы (с учетом движения ионов) яма является трехмерной. Тем не менее профиль ямы оказывается и здесь ограничен гиперболическими и плоскими трехмерными стенками в четырехмерном пространстве. Для такой ямы, в отличие от параболической, период колебаний частицы уменьшается с ростом амплитуды возмущения. Этот факт объясняет убывающую зависимость $\lambda(\alpha)$.

В работах [6,7] было показано, что наклоном линейной стенки потенциальной ямы управляет концентрация ионов так, что с ее ростом наклон этой стенки уменьшается. Этим объясняется растущая зависимость $\lambda(\gamma)$.

Заключение

Таким образом, здесь представлена нелинейная одномерная модель кильватерных продольных волн в релятивистской e_i -плазме, возбуждаемых ультрарелятивистским модулированным протонным пучком. В рамках модели построена партитура профилей концентраций компонент плазмы в кильватерной волне. Показано, что период волны растет с увеличением концентрации ионной компоненты плазмы и убывает с увеличением плотности протонного пучка.

Работа поддержана фондом „Династия“.

Список литературы

- [1] Дубинов А.Е., Сазонкин М.А. // Физ. плазмы. 2009. Т. 35. № 1. С.18.
- [2] Дубинов А.Е., Сазонкин М.А. // ЖЭТФ. 2010. Т. 138. № 5(11). С. 979.
- [3] Shukla P.K., Brodin G., Marklund M., Stenflo L. // Phys. Plasmas. 2008. Vol. 15. N 8. P. 082 305-1.
- [4] Shukla P.K. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2009. Vol. 51. N 2. P. 024 013-1.
- [5] Shukla P.K. // Phys. Lett. A. 2009. Vol. 373. N 39. P. 3547.
- [6] Ахмезер А.И., Половин Р.В. // ДАН. 1955. 102. № 5. С. 919.
- [7] Rosenzweig J.B. // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 58. N 6. P. 555.
- [8] Rosenzweig J.B. // Phys. Rev. A. 1988. Vol. 38. N 7. P. 3634.
- [9] Dubinov A.E., Selemir V.D., Sudovtsov A.V. // Phys. Lett. A. 1996. Vol. 223. N 3. P. 186.
- [10] Rosenzweig J.B. // Phys. Rev. A. 1989. Vol. 40. N 9. P. 5249.
- [11] Kim H.-S. // J. Korean Phys. Soc. 2002. Vol. 40. N 2. P. 271.