

## Динамика движения электронов с энергиями до нескольких тераэлектрон-вольт в ориентированных кристаллах

© И.З. Бекулова, М.Х. Хоконев

Кабардино-Балкарский государственный университет,  
360004 Нальчик, Россия  
e-mail: khokon6@mail.ru

(Поступило в Редакцию 18 мая 2010 г.)

Изучены стохастические аспекты динамики движения электронов с энергией от 150 GeV до нескольких тераэлектрон-вольт в кристаллах кремния и германия, ориентированных главными кристаллографическими направлениями вдоль оси пучка. В расчетах учитывается влияние излучения жестких  $\gamma$ -квантов на движение электронов, а также многократное рассеяние их на атомах кристалла-мишени. Рассчитаны времена жизни электронов в режиме каналирования и показано, что эта величина в точности совпадает с эффективной длиной каналирования, введенной ранее Кумаховым.

Характер движения быстрых отрицательно заряженных частиц в кристаллах, ориентированных своими главными кристаллографическими направлениями вдоль оси пучка, существенно отличается от случая положительно заряженных частиц. Движение положительных частиц в режиме каналирования отличается значительно большей степенью устойчивости [1], тогда как движение электронов сильно возмущается сопутствующим процессом многократного рассеяния. Под каналированием понимается движение с финитным поперечным, относительно выбранного кристаллографического направления, движением. Деканалирование положительно заряженных частиц, например протонов, можно представить себе как процесс постепенного монотонного увеличения поперечной энергии  $\epsilon$ , так что как только она превысит величину поперечного потенциального барьера  $\epsilon > U_0$  и частица деканализирует, что вероятность обратного возвращения в режим каналирования мала.

Для протонов число частиц, находящихся в режиме каналирования  $N_{\text{ch}}(z)$  (функция деканалирования) на глубине  $z$ , будет уменьшаться с глубиной проникновения в кристалл примерно по экспоненциальному закону. Совершенно иная картина имеет место для электронов [2]. С одной стороны, электроны притягиваются к положительно заряженным атомным цепочкам (плоскостям). С другой стороны, электроны притягиваются к областям вблизи атомных цепочек и плоскостей, где высока вероятность некогерентного рассеяния на совершающих тепловые колебания атомных ядрах кристалла. Это усиливает роль некогерентного многократного рассеяния для каналированных электронов по сравнению с аморфной мишенью. Аналогичная картина имеет место и для антипротонов [3]. Число частиц в режиме каналирования сначала быстро убывает с глубиной, а затем спадает медленно, примерно по закону  $N_{\text{ch}} \propto z^{-1}$  [4,5].

При аксиальном каналировании электронов и антипротонов среднеквадратичный угол многократного некогерентного рассеяния на атомных ядрах кристалла превышает аналогичную величину в аморфной среде в  $\sim S_0/S(\epsilon)$  раз, где  $S_0 = (Nd)^{-1}$  — площадь, приходящая-

ся на одну атомную цепочку в поперечной плоскости,  $d$  — расстояние между соседними атомами в цепочке,  $N$  — число атомов кристалла в единице объема,  $S(\epsilon)$  — поперечная площадь, доступная каналированной частице с поперечной энергией  $\epsilon$ . Для частиц, траектории которых глубоко лежат в поперечной потенциальной яме, значение фактора  $S_0/S(\epsilon)$  может достигать  $\sim 10^2$ . У положительно заряженных каналированных частиц, наоборот, ядерное многократное рассеяние подавлено по сравнению с аморфной средой. Сильное многократное рассеяние электронов приводит к тому, что время их жизни в режиме каналирования мало  $l \ll z_d$ , здесь  $z_d$  — характерная длина деканалирования, определяемая как [2,5]

$$z_d = \frac{\theta_L^2}{(\Delta\theta^2/\Delta z)_{\text{am}}}, \quad (1)$$

где  $(\Delta\theta^2/\Delta z)_{\text{am}} = (21/E_{\text{MeV}})^2/L_R$  — среднеквадратичный угол многократного рассеяния в аморфной среде,  $L_R$  — радиационная длина в аморфной мишени,  $E_{\text{MeV}}$  — энергия электрона в MeV,  $\theta_L = (4Ze^2/dE)^{1/2}$  — критический угол Линдхарда,  $Z$  — атомный номер кристалла,  $e$  — заряд электрона. Так, при энергии электрона 1 GeV в кристалле кремния вдоль оси  $\langle 111 \rangle$  имеем  $z_d \approx 40 \mu\text{m}$ , тогда как время жизни в канале на этой же глубине  $l \approx 6 \mu\text{m}$  [6]. Как показано в рамках [2,6], время жизни электрона в режим каналирования примерно пропорционально его энергии  $l \propto E$  для кристалла толщиной  $z \approx z_d$ . Для кристалла с фиксированной толщиной время жизни в канале  $l \propto E^{1/2}$ .

Другая особенность каналирования отрицательно заряженных частиц — это возможность многократного объемного захвата в режим связанного поперечного движения по мере прохождения через кристалл. Эта величина характеризуется функцией распределения  $W_k(z)$ , которая отражает вероятность того, что электрон захватится в канал ровно  $k$  раз в кристалле с толщиной  $z$  [2,7], причем

$$\sum_{k=0}^{\infty} W_k(z) = 1. \quad (2)$$

При  $z > z_d$  распределение  $W_k(z)$  как функция номера захвата  $k$  достигает своего равновесного значения (т.е. перестает зависеть от  $z$ ). Среднее число объемных захватов в канал равно

$$\langle k(z) \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} kW_k(z). \quad (3)$$

Например, для электронов с энергией 10 GeV, движущихся вдоль оси  $\langle 111 \rangle$  в кремнии, характерная длина деканализирования равна  $z_d \approx 400 \mu\text{m}$ , а среднее число захватов в канал  $\langle k \rangle \approx 7$  при начальной угловой расходимости пучка электронов  $\delta\theta_{\text{in}} \leq 0.2\theta_L$  [2]. С ростом энергии пучка электронов число захватов в канал растет пропорционально  $\langle k \rangle \propto E^{1/2}$ , где  $E = \gamma mc^2$  — энергия частицы с массой покоя  $m$ ,  $\gamma$  — фактор Лоренца.

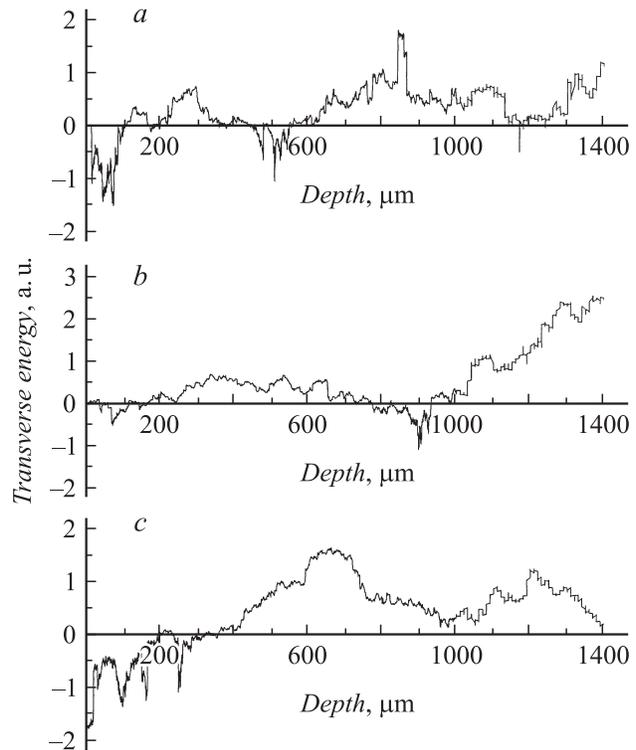
При значениях энергии электронов, превышающих несколько десятков гигаэлектрон-вольт, сильное спонтанное излучение, возникающее от когерентного взаимодействия их с электростатическим непрерывным потенциалом атомных цепочек [8,9], существенно влияет на характер движения в режиме каналирования [10]. Интенсивное излучение жестких фотонов с энергией, соизмеримой с энергией самого электрона, приводит к быстрому уменьшению полной энергии электронов и соответственно к усилению некогерентного многократного рассеяния по мере прохождения через кристаллическую мишень. Этот процесс повышает вероятность деканализирования по сравнению со случаем отсутствия излучения. Имеет место и обратный процесс уменьшения поперечной энергии за счет излучения фотона с энергией  $\omega$  [11]

$$\delta\varepsilon_{\text{rad}} = -\frac{\omega}{E} [\varepsilon - U(r_{\text{rad}})], \quad (4)$$

где  $r_{\text{rad}}$  — поперечное расстояние от атомной цепочки точки, где возникло излучение.

Формула (4) предполагает наличие аксиальной симметрии потенциала атомной цепочки и справедлива в приближении постоянного поля (ППП), когда можно считать, что в течение процесса излучения фотона сила, действующая на электрон, меняется слабо, так что для расчета сечения излучения можно использовать известные квантовые формулы для синхротронного излучения, учитывающие наличие у электрона спина и влияние квантовой отдачи на излучение жесткого фотона [12]. Все расчеты, представленные ниже, выполнены в ППП.

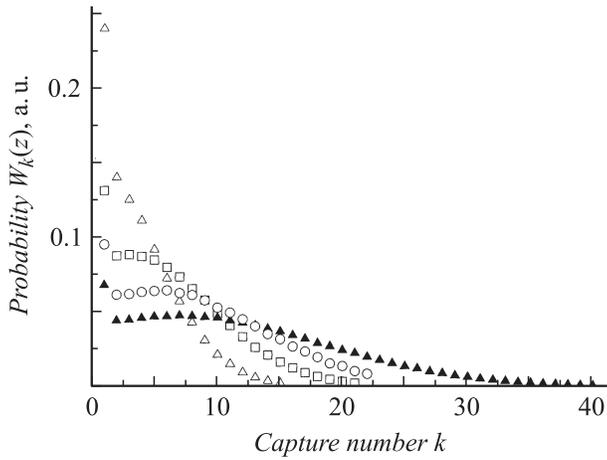
Стохастический характер движения электронов в поле атомных цепочек кристалла кремния  $\langle 110 \rangle$  иллюстрируется рис. 1, где показана зависимость поперечной энергии электронов от глубины проникновения в кристалл для трех типичных траекторий. Начальная энергия электронов 240 GeV. В отсутствие некогерентного многократного рассеяния на атомах атомной цепочки, совершающих тепловые колебания, поперечная энергия являлась бы интегралом поперечного движения между отдельными актами излучения фотонов. Однако в



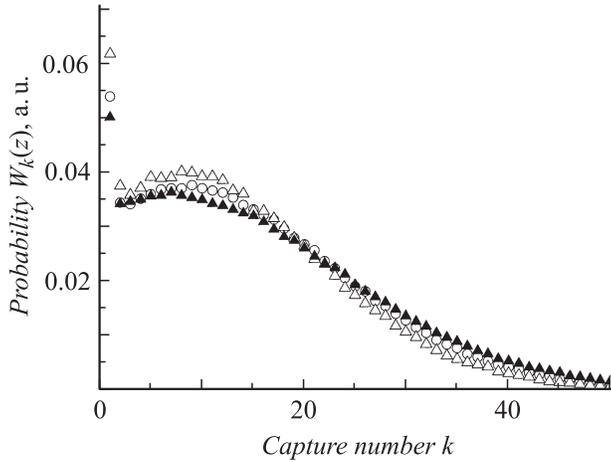
**Рис. 1.** Зависимость поперечной энергии электронов с начальной энергией 240 GeV от глубины проникновения в кристалл кремния для трех траекторий при начальном угле относительно направления  $\langle 110 \rangle \theta_{\text{in}} = 0$  и угловой расходимости пучка  $\delta\theta_{\text{in}} = 0.2\theta_L$ . Поперечная энергия задана в единицах  $Ze^2/d = 50.4 \text{ eV}$ .

реальном кристалле, как это следует из рис. 1, изменения поперечной энергии носят крайне нерегулярный характер несмотря на большую энергию электронов. Видно, что электрон может быть захвачен в канал (т.е. в состоянии с  $\varepsilon < 0$ ) несколько раз. Заметим, что такой нерегулярный характер движения электронов еще сам по себе не означает неприменимости ППП, так как в этом приближении изменение поперечной энергии происходит мгновенно и расстояние от электрона до атомной цепочки до и после излучения остается одним и тем же, т.е. действующая на электрон сила не меняется за время излучения. При толщине кристалла  $1400 \mu\text{m}$ , соответствующей кривым на рис. 1, потери энергии на излучение составляют значительную долю от первоначальной энергии пучка. Так, кривые на рис. 1, *a* и *b* соответствуют потерям энергии на излучение  $0.067E$  и  $0.12E$ . При этом излучается 21 и 23 фотона соответственно.

Метод численного моделирования подробно описан в работе [13]. Предполагалось равномерное пространственное распределение каналированных электронов внутри доступной области и моделировался каждый акт некогерентного рассеяния электронов на атомах кристалла с учетом фактора Дебая–Валлера. Сечения излучения вычислялись в ППП, а уменьшение поперечной энергии при излучении вычислялось по формуле (4).



**Рис. 2.** Зависимости вероятности электрону быть захваченным в режим каналирования ровно  $k$  раз —  $W_k(z)$  — от толщины кристалла  $z$  для кремния  $\langle 110 \rangle$ . Энергия электронов 150 GeV. Толщина  $z$ ,  $\mu\text{m}$ :  $\triangle$  — 250,  $\square$  — 500,  $\circ$  — 800,  $\blacktriangle$  — 1300. Начальный угол влета в кристалл  $\theta_{\text{in}} = 0$  при угловой расходимости пучка  $\delta\theta_{\text{in}} = 0.2\theta_L$ .



**Рис. 3.** Зависимости функции распределения электронов по числу захватов в канал  $W_k(z)$  от энергии электронов;  $\blacktriangle$  — 150 GeV;  $\circ$  — 500 GeV;  $\triangle$  — 1 TeV, движущихся в кристалле германия толщиной 600  $\mu\text{m}$  вдоль оси  $\langle 110 \rangle$ . Начальная угловая расходимость пучка  $\delta\theta_{\text{in}} = 0.2\theta_L$ .

На рис. 2 и 3 показана вероятность  $W_k(z)$  электрону быть захваченным в канал ровно  $k$  — в зависимости от номера захвата  $k$ . Эта величина имеет резкий максимум при  $k = 1$  за счет электронов, захваченных в режим каналирования непосредственно при влете в кристалл. Рис. 2 иллюстрирует зависимость вероятности захвата от толщины кристалла кремния при энергии 150 GeV. При толщине кристалла 1300  $\mu\text{m}$  распределение  $W_k(z)$  становится близким к равновесному (т.е. не зависящему от толщины  $z$ ). Равновесная функция  $W_k$  приближенно аппроксимируется выражением  $W_k \approx A \exp(-\alpha k^2)$ , где из условия нормировки получаем  $\alpha = \pi A^2/4$ , что для среднего числа захватов в канал (3) дает  $\langle k \rangle \approx 2/(\pi A)$ .

Для кремния толщиной 1300  $\mu\text{m}$  (черные треугольники на рис. 2)  $A \approx 0.05$  (см. рис. 2) и  $\langle k \rangle \approx 12.7$ , что близко к более точному значению, полученному путем численного моделирования  $\langle k \rangle \approx 12.1$ . При толщине кристалла 600 и 1000  $\mu\text{m}$  для среднего числа захватов в канал имеем 7.2 и 10.0 соответственно.

В кристаллах одной и той же толщины распределение  $W_k(z)$  слабо зависит от энергии электронов. Это подтверждается расчетами, показанными на рис. 3, для кристалла германия. В данной случае для параметра гауссовой аппроксимации имеем  $A \approx 0.04$ , что для среднего числа захватов в германии дает  $\langle k \rangle \approx 16$ .

Пусть  $\varphi_k(l)dl$  есть нормированная на единицу вероятность того, что время жизни (измеренное в единицах длины) электрона в режиме каналирования лежит в интервале  $(l, l + dl)$ . Тогда среднее парциальное время жизни в канале электрона, захваченного в режим каналирования  $k$ -й раз, будет

$$\langle l_k \rangle = \int_0^z l \varphi_k(l) dl. \quad (5)$$

Парциальные времена жизни в канале  $\langle l_k \rangle$  и распределения вероятностей  $\varphi_k(l)$  зависят от глубины проникновения в канал  $z$  и от энергии электронов  $E$ . Введем

$$l^{(k)}(z) = \sum_{m=1}^k \langle l_m(z) \rangle \quad (6)$$

— суммарное время жизни в результате  $k$  захватов в канал на глубине  $z$ . Тогда полное среднее время жизни электрона в режиме каналирования равно

$$l(z) = \sum_{k=1}^{\infty} W_k(z) l^{(k)}(z). \quad (7)$$

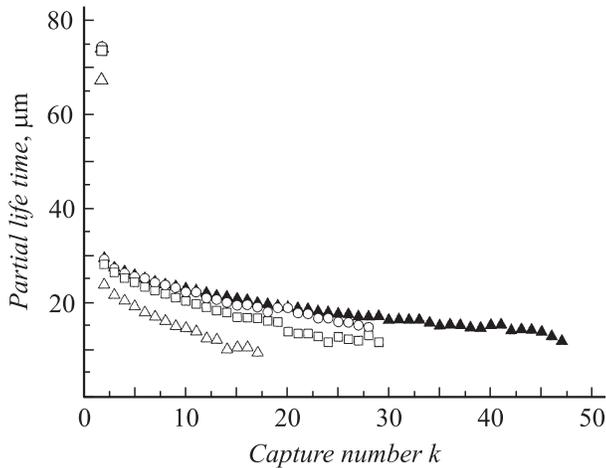
Выражение (7) можно выразить через парциальные времена жизни в одной из следующих форм:

$$l(z) = \sum_{k=1}^{\infty} W_k(z) \sum_{m=1}^k l_m = \sum_{m=1}^{\infty} l_m \sum_{k=m}^{\infty} W_k(z). \quad (8)$$

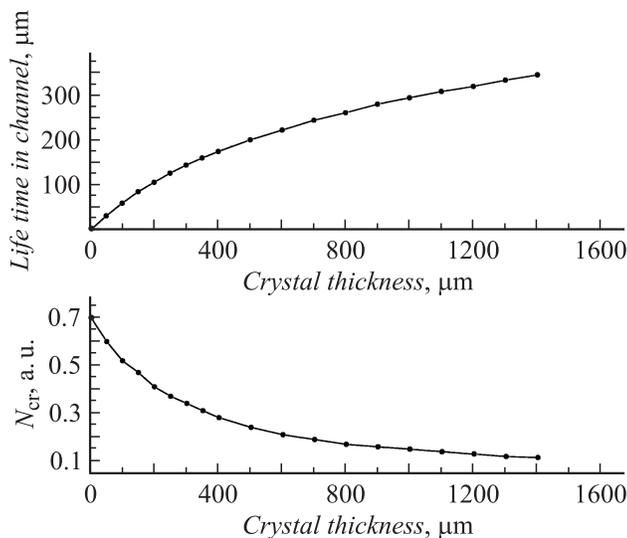
Зависимость парциального времени жизни в режиме каналирования  $l_k(z)$  от номера захвата в канал  $k$  для кристаллов различной толщины показана на рис. 4. Расчет выполнен для кремния  $\langle 110 \rangle$  при начальной энергии электронов 150 GeV. Видно, что парциальное время жизни в режиме каналирования медленно уменьшается с увеличением номера захвата его в канал. Электроны, захваченные в режим каналирования первый раз ( $k = 1$ ), имеют значительно большие средние значения времени жизни. Это происходит за счет электронов, захваченных в режим каналирования непосредственно у поверхности кристалла. При относительно низких значениях энергии, когда излучение не влияет на процесс каналирования, парциальное время жизни в канале не зависит от номера

захвата в канал. Так, для электронов с энергией 1 GeV, каналированных в кремнии вдоль оси  $\langle 111 \rangle$ , имеем  $l_k \approx 2.4 \mu\text{m}$  [2]. Сравнение этой величины с результатами на рис. 4 показывает, что парциальное время жизни увеличивается с ростом энергии примерно как  $l_k \propto E^{1/2}$ . При больших энергиях уменьшение парциального времени жизни с ростом  $k$  связано с ростом влияния многократного рассеяния при уменьшении энергии электронов за счет излучения.

Полное время жизни в режиме каналирования (8) в зависимости от глубины проникновения  $z$  электронов в кристалл кремния  $\langle 110 \rangle$  показано на рис. 5, *a*. На рис. 5, *b*



**Рис. 4.** Зависимость парциального времени жизни в режиме каналирования  $l_k(z)$ , от номера захвата в канал  $k$  для кристаллов кремния различной толщины,  $\mu\text{m}$ :  $\Delta$  — 250,  $\square$  — 500,  $\circ$  — 800,  $\blacktriangle$  — 1300. Начальная энергия электронов 150 GeV при угловой расходимости пучка  $\delta\theta_{\text{in}} = 0.2\theta_L$ .



**Рис. 5.** *a* — полное время жизни в режиме каналирования в зависимости от глубины проникновения  $z$  электронов в кристалл кремния  $\langle 110 \rangle$ . *b* — число электронов, находящихся в режиме каналирования. Начальная энергия электронов 150 GeV при угловой расходимости пучка  $\delta\theta_{\text{in}} = 0.2\theta_L$ .

Среднее время жизни электронов  $l$  в режиме каналирования в кристаллах кремния и германия

Энергия $E$ , TeV	0.15	0.24	0.5	1	2	3	4
Кремний $\langle 110 \rangle$ , 1400 $\mu\text{m}$							
$l$ , $\mu\text{m}$	344	404	501	590	681	727	762
$\langle \Delta l^2 \rangle^{1/2}$ , $\mu\text{m}$	212	231	262	283	309	318	327
$\Delta E/E$	0.58	0.66	0.76	0.82	0.86	0.87	0.88
Германий $\langle 110 \rangle$ , 600 $\mu\text{m}$							
$l$ , $\mu\text{m}$	96	113	146	179	213	235	250
$\langle \Delta l^2 \rangle^{1/2}$ , $\mu\text{m}$	66	75	91	107	126	138	146
$\Delta E/E$	0.53	0.58	0.65	0.70	0.72	0.72	0.72

Примечание:  $E$  — начальная энергия электронов;  $\langle \Delta l^2 \rangle$  — среднеквадратичный разброс значений  $l$ ,  $\Delta E/E$  — потери энергии на излучение.

представлено число электронов в канале  $N_{\text{ch}}(z)$  как функция  $z$ . Начальная энергия пучка 150 GeV.

Расчеты, представленные на рис. 5, показывают, что полное время жизни электрона в канале (8) в точности совпадает с эффективной длиной каналирования, введенной Кумаховым [5]

$$l(z) = \int_0^z N_{\text{ch}}(y) dy. \quad (9)$$

Средние значения времени жизни  $l$  в режиме каналирования в кристаллах кремния и германия при различных начальных энергиях электронов  $E$  представлены в таблице. Толщина кристаллов 1400  $\mu\text{m}$  для кремния и 600  $\mu\text{m}$  — для германия. В таблице показаны также значения квадратного корня из среднеквадратичного разброса, величина  $\langle \Delta l^2 \rangle^{1/2}$ , характеризующая степень отклонений значений времени жизни от их среднего значения. Эта величина принимает значения от  $\sim 0.4l$  до  $\sim 0.7l$ , что говорит о значительном разбросе времени жизни в канале относительно его среднего значения. Заметим, что значения толщины кристаллов, о которых идет речь в данной работе, существенно меньше характерной длины деканалирования  $z_d$ , определяемой формулой (1) ( $z_d \approx 4000 \mu\text{m}$  при  $E = 100 \text{ GeV}$  в кремнии). Поэтому величина  $z_d$  имеет смысл при относительно низких энергиях, когда влиянием излучения на процесс каналирования можно пренебречь. Если при низких энергиях (меньше нескольких десятков гигаэлектрон-вольт) время жизни электрона в канале в кристалле заданной толщины растет с ростом энергии пучка как  $\sim E^{1/2}$  [2], то, как это следует из таблицы, при энергиях, превышающих несколько сотен гигаэлектрон-вольт этот рост значительно более медленный. В то же время парциальное время жизни растет с ростом энергии по закону, близкому к  $\sim E^{1/2}$ .

## Выводы

При значениях энергии электронов, превышающих 100 GeV, интенсивное когерентное излучение на непрерывном потенциале атомных цепочек кристалла существенно влияет на процесс каналирования. Это влияние сказывается на характере зависимости парциального времени жизни в канале. При низкой энергии ( $< 10\text{--}20\text{ GeV}$ ) равновесные значения парциального времени жизни не зависят от номера захвата в канал, тогда как при энергии выше 100 GeV время жизни в результате первого захвата в канал примерно в 2.5 раз превышает остальные значения парциального времени жизни, которые медленно уменьшаются с ростом номера захвата. Функция распределения электронов по числу захватов в канал стремится к равновесному распределению по мере роста толщины кристалла. Равновесное распределение слабо зависит от энергии электронов. Полное время жизни в режиме каналирования в точности совпадает с „эффективной длиной каналирования“ (9). При относительно малых энергиях эта величина растет с ростом энергии пучка как  $\sim E^{1/2}$ , тогда как при высоких энергиях эта зависимость ставится значительно более медленной.

Данная работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 08-02-01130-а и 09-02-96516 p\_юг\_a.

## Список литературы

- [1] *Beloshitsky V.V., Komarov F.F., Kumakhov M.A.* // Phys. Reports. 1986. Vol. 139. P. 293–364.
- [2] *Khokonov M.Kh., Tuguz F.K.* // Nucl. Inst. and Meth. in Phys. Res. B. 1993. Vol. 82. P. 46–51.
- [3] *Khokonov M.Kh., Nitta H.* // Phys. Stat. Sol. B. 1999. Vol. 159. P. 589–585.
- [4] *Телегин В.И., Хоконов М.Х.* // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 260–74.
- [5] *Kumakhov M.A.* // Phys. Lett. A. 1990. Vol. 145. P. 195–196.
- [6] *Хоконов М.Х., Тугуз Ф.К.* // ЖФТ. 1993. Т. 63. С. 14–20.
- [7] *Хоконов М.Х., Тугуз Ф.К.* // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. С. 86–8.
- [8] *Kumakhov M.A.* // Physics Lett. A. 1976. Vol. 57. P. 17–18.
- [9] *Uggerhoj U.I.* // Rev. of Mod. Phys. 2005. Vol. 77. N 4. P. 1131–1171.
- [10] *Khokonov M.Kh.* // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B. 1993. Vol. 74. P. 375–379.
- [11] *Kononets Y.V.* // J. Moscow Phys. Soc. 1992. Vol. 2. P. 71–100.
- [12] *Клеников Н.Г.* // ЖЭТФ. 1954. Т. 26. С. 19.
- [13] *Khokonov M.Kh., Efendiev K.V.* // Nucl. Inst. and Meth. in Phys. Res. B. 2006. Vol. 252. P. 36–43.