

01;05

# Ангармонизм колебаний решетки и скорости распространения акустических волн в квазиизотропных твердых телах

© Д.С. Сандитов,<sup>1,2</sup> А.А. Машанов,<sup>1</sup> Б.Д. Сандитов,<sup>1</sup> С.Ш. Сангадиев<sup>1</sup><sup>1</sup> Бурятский государственный университет,  
670000 Улан-Удэ, Россия<sup>2</sup> Отдел физических проблем Бурятского научного центра СО РАН  
670047 Улан-Удэ, Россия  
e-mail: Sanditov@bsu.ru

(Поступило в Редакцию 15 сентября 2010 г.)

Для стекол установлена линейная корреляция между параметром Грюнайзена и отношением скоростей распространения продольной и поперечной акустических волн. Рассмотрена интерпретация взаимосвязи между гармоническими и ангармоническими величинами в рамках модели Пинеды (Pineda) и Кузьменко.

## Введение

Параметр Грюнайзена  $\gamma_D$  определяется изменением частоты колебаний решетки в зависимости от изменения объема системы и обычно вычисляется по уравнению Грюнайзена из экспериментальных данных о коэффициенте объемного теплового расширения  $\beta$ , изотерическом модуле объемного сжатия  $B$ , молярном объеме  $V$  и молярной теплоемкости при постоянном объеме  $C_V$ :

$$\gamma_D = \frac{\beta BV}{C_V}. \quad (1)$$

Недавно на основе экспериментальных данных [1,2] для двух групп кристаллов был обнаружен необычный факт — линейная зависимость параметра Грюнайзена  $\gamma_D$  от отношения скоростей распространения продольной ( $v_L$ ) и поперечной ( $v_S$ ) звуковых волн (см. рис. 2 в работе [3]):

$$\gamma_D = C_1 \left( \frac{v_L}{v_S} \right) - C_2, \quad (2)$$

где величина  $\gamma_D$  определена по уравнению Грюнайзена (1),  $C_1$  и  $C_2$  — эмпирические постоянные.

Необычность этой формулы заключается в том, что она однозначно связывает между собой гармоническую ( $v_L/v_S$ ) и сугубо ангармоническую ( $\gamma_D$ ) величины. Между тем принято считать, что линейные и нелинейные коэффициенты в разложении потенциальной энергии решетки по деформации являются независимыми параметрами.

Настоящая работа посвящена исследованию зависимости параметра Грюнайзена от отношения скоростей звука  $v_L/v_S$  для стеклообразных твердых тел, которые можно считать фактически изотропными, или по крайней мере квазиизотропными, средами.

Обсуждается природа взаимосвязи между параметром Грюнайзена и отношением скоростей распространения продольной и поперечной акустических волн, которое у изотропных веществ является однозначной функцией коэффициента Пуассона.

## 1. Линейная корреляция между $\gamma_D$ и $v_L/v_S$ для стекол

Для некоторых классов твердых тел, особенно для стекол, не всегда удастся найти необходимые данные о величинах, входящих в уравнение Грюнайзена (1). Поэтому при расчетах  $\gamma_D$  иногда привлекается формула Леонтьева [4]:

$$\gamma_D = \frac{3}{2} \left( \frac{B_A}{\rho v_k^2} \right), \quad (3)$$

которая находится в удовлетворительном согласии с уравнением Грюнайзена [1–4]. Здесь  $v_k$  — среднеквадратичная скорость, не зависящая от направлений распространения акустических волн,

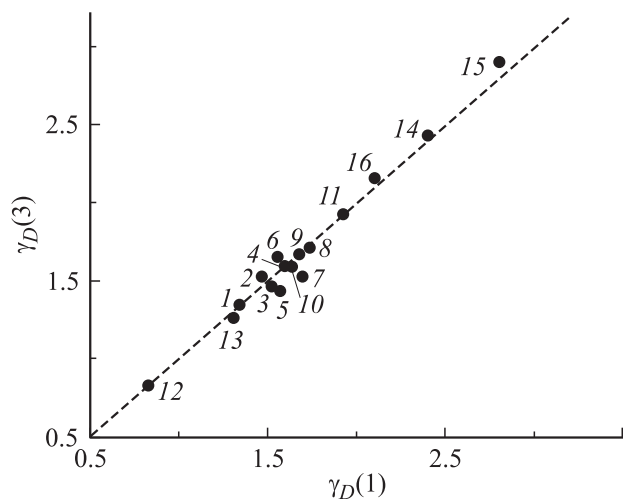
$$v_k^2 = \frac{v_L^2 + 2v_S^2}{3}, \quad (4)$$

$\rho$  — плотность,  $B_A$  — адиабатический модуль объемного сжатия.

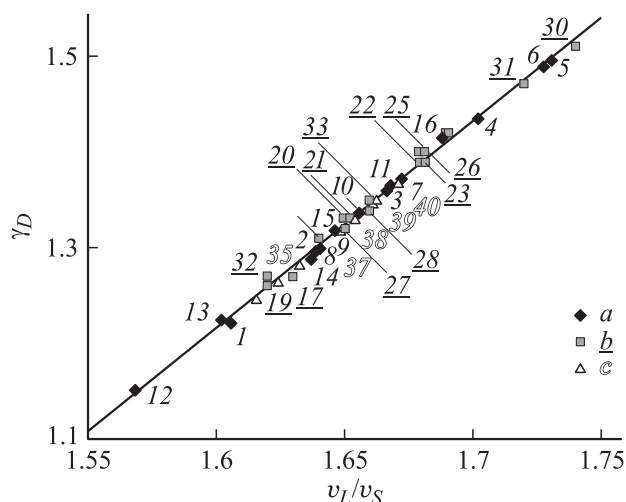
Формула Леонтьева привлекательна тем, что в отличие от уравнения Грюнайзена она дает возможность рассчитывать  $\gamma_D$  по доступным экспериментальным данным. При ее выводе использована теория упругости, которая справедлива для идеальной изотропной сплошной среды. Поэтому эта формула применима прежде всего к стеклам и квазиизотропным кристаллам.

В самом деле, как видно из рис. 1, для щелочно-галогенидных и некоторых других кристаллов, характеризующихся преимущественно квазиизотропной структурой (и выполнением условий Коши, когда между однородно деформированными областями решетки действуют центральные силы), наблюдается вполне удовлетворительное согласие между соотношением Леонтьева (3) и уравнением Грюнайзена (1). Здесь данные для расчета  $\gamma_D$  по формуле Леонтьева взяты из известного обзора Андерсона [5], а значения  $\gamma_D$  по уравнению Грюнайзена были вычислены ранее Беломестных и Теслевой [2].

С помощью формулы Леонтьева (3) рассчитан параметр Грюнайзена для кварцевого стекла  $\text{SiO}_2$



**Рис. 1.** Сравнение значений параметра Грюнайзена, рассчитанных по уравнению Грюнайзена  $\gamma_D(1)$  и по формуле Леонтьева  $\gamma_D(3)$ , для квазиизотропных кристаллов. Используются данные [1,2,5]: 1 — LiF, 2 — NaCl, 3 — LiCl, 4 — KCl, 5 — NaF, 6 — NaBr, 7 — LiBr, 8 — KBr, 9 — Fe, 10 — KI, 11 — Al, 12 — Be, 13 —  $\text{NaNO}_3$ , 14 — Pd, 15 — Au, 16 — Y.



**Рис. 2.** Корреляция между  $\gamma_D$  и  $(v_L/v_S)$  для ряда стеклообразных систем: *a* — стекла  $\text{Li}_2\text{O}-\text{Na}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ , содержание  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Na}_2\text{O}$  и  $\text{Li}_2\text{O}$ , mol%: 1 — 85/15/0, 2 — 80/20/0, 3 — 75/25/0, 4 — 70/30/0, 5 — 67/33/0, 6 — 65/35/0, 7 — 67/0/33, 8 — 75/5/20, 9 — 75/10/15, 10 — 75/15/10, 11 — 75/20/5; 12 —  $\text{SiO}_2$ ;  $\text{Li}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ , содержание  $\text{Li}_2\text{O}$ , mol%: 13 — 16, 14 — 26, 15 — 32, 16 — 40 [8]; *b* — натриевоалюмосиликатные стекла  $\text{Na}_2\text{O}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{SiO}_2$ , номера точек соответствуют номерам стекол в таблице [6]; *c* — стекла  $\text{Li}_2\text{O}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{SiO}_2$ , содержание  $\text{Li}_2\text{O}$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{SiO}_2$ , mol%: 34 — 15/4/81, 35 — 15/6/79, 36 — 15/8/77, 37 — 15/10/75, 38 — 15/12/73, 39 — 15/15/70, 40 — 15/16/69, 41 — 15/18/67, 42 — 15/22/63, 43 — 33/2/65, 44 — 31/4/65, 45 — 29/6/65, 46 — 27/8/65, 47 — 25/10/65, 48 — 23/12/65, 49 — 21/14/65, 50 — 19/16/65, 51 — 17.5/17.5/65, 52 — 17/18/65, 53 — 15/20/65, 54 — 13/12/65, 55 — 20/20/60, 56 — 19/20/61, 57 — 17/20/63, 58 — 13/20/67, 59 — 11/20/69 [7]. Точки 41–59 ложатся на прямую. Они не нанесены на график из-за загромождения точек.

и для пяти групп двух- и трехкомпонентных стекол:  $\text{Li}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ ,  $\text{Na}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ ,  $\text{Li}_2\text{O}-\text{Na}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ ,  $\text{Li}_2\text{O}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{SiO}_2$  и  $\text{Na}_2\text{O}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{SiO}_2$  — с разным содержанием окислов (см. таблицу и рис. 2). Были использованы данные из работ [6–8].

На рис. 2 приводится зависимость параметра Грюнайзена  $\gamma_D$  от отношения скоростей акустических волн  $v_L/v_S$  для этих стекол. Как и следовало ожидать, указанная зависимость оказывается линейной и описывается эмпирическим соотношением (2).

Интересно заметить, что в отличие от кристаллов [3] экспериментальные точки для всех пяти групп стекол ложатся на одну прямую (рис. 2). Известно, что ионы щелочных металлов (лития и натрия) в щелочно-силикатных стеклах  $\text{Li}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ ,  $\text{Na}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ ,  $\text{Li}_2\text{O}-\text{Na}_2\text{O}-\text{SiO}_2$  располагаются в пустотах кремнекислородной сетки ( $-\text{Si}-\text{O}-\text{Si}-$ ), а ионы алюминия в алюмосиликатных стеклах, например, типа  $\text{Na}_2\text{O}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{SiO}_2$ , встраиваются в саму кремнекислородную сетку. Следовательно, эти стекла, вообще говоря, различаются по структуре. Тем не менее данные ложатся на одну прямую (рис. 2). Можно предположить, что зависимость (2) носит универсальный характер для изотропных стеклообразных твердых тел. В дальнейшем необходимо проверить выполнение этой закономерности на других классах стекол. На данном этапе представляет интерес выяснение природы взаимосвязи между величинами  $v_L/v_S$  и  $\gamma_D$ , хотя бы на качественном уровне.

## 2. Обсуждение результатов

Из теории упругости известно, что у изотропных тел отношение скоростей звука  $v_L/v_S$  является однозначной функцией коэффициента Пуассона  $\mu$ :

$$\frac{v_L}{v_S} = \sqrt{\frac{2(1-\mu)}{1-2\mu}}. \quad (5)$$

Следовательно, вместо изучения связи между отношением скоростей распространения акустических волн  $v_L/v_S$  и параметром Грюнайзена  $\gamma_D$  можно рассматривать взаимосвязь между коэффициентом Пуассона  $\mu$  и величиной  $\gamma_D$ .

Коэффициент Пуассона (коэффициент поперечной деформации) определяется отношением поперечной деформации стержня  $\varepsilon_z = \Delta d/d_0$  к его продольному удлинению  $\varepsilon_x = \Delta l/l_0$  при одноосном растяжении

$$\mu = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}$$

и прежде всего характеризует приращение объема тела  $\Delta V/V$  при одноосной деформации

$$\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_x(1-2\mu). \quad (6)$$

Из соотношений (2) и (5) следует, что между коэффициентом Пуассона  $\mu$  и параметром Грюнайзена  $\gamma_D$  (как

Плотность  $\rho$ , скорости распространения продольных ( $v_L$ ) и поперечных ( $v_S$ ) акустических волн, модуль объемного сжатия  $B_A$  и параметр Грюнайзена  $\gamma_D$  для стекол  $\text{Na}_2\text{O}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{SiO}_2$ . Используются данные [6]

Номер стекла	Состав по синтезу, mol%			$\rho \cdot 10^{-3}$ , kg/m <sup>3</sup>	$v_L$ , m/s	$v_S$ , m/s	$B_A \cdot 10^{-8}$ , Pa	$\mu$	$\gamma_D$
	$\text{Na}_2\text{O}$	$\text{Al}_2\text{O}_3$	$\text{SiO}_2$						
1	15	0	85	2339	5430	3340	342	0.196	1.28
2	15	5	80	2358	5570	3390	370	0.206	1.31
3	15	10	75	2410	5697	3510	386	0.194	1.26
4	15	15	70	2465	5737	3469	416	0.212	1.34
5	15	20	65	2428	5850	3540	425	0.211	1.34
6	15	25	60	2472	6000	3568	470	0.226	1.40
7	25	0	75	2439	5280	3140	359	0.226	1.40
8	25	5	70	2455	5480	3240	394	0.231	1.41
9	25	10	65	2461	5610	3330	411	0.228	1.40
10	25	20	55	2470	5680	3450	405	0.208	1.32
11	25	25	50	2499	5790	3490	432	0.215	1.35
12	25	30	45	2519	6026	3556	490	0.233	1.43
13	35	0	65	2497	5340	3070	398	0.253	1.52
14	30	5	65	2486	5500	3200	413	0.244	1.47
15	20	15	65	2450	5670	3490	390	0.195	1.28
16	17.5	17.5	65	2447	5746	3458	418	0.216	1.35

Примечание. Величина  $\gamma_D$  рассчитана по формуле Леонтьева (3).

и между  $v_L/v_S$  и  $\gamma_D$ ) должна существовать определенная связь. В самом деле, Беломестных и Теслевой [2] была установлена однозначная связь между этими величинами

$$\gamma_D = \frac{3}{2} \left( \frac{1 + \mu}{2 - 3\mu} \right). \quad (7)$$

Для многих металлов, ионных и молекулярных кристаллов оценка по этой формуле (7) находится в удивительном согласии с результатами расчета по уравнению Грюнайзена (1) [2].

На рис. 3 приводится зависимость параметра Грюнайзена натриевоалюмосиликатных стекол, определенного по формуле Леонтьева (3), от функции коэффициента Пуассона (7). Видно, что эта зависимость выражается прямой, проходящей через начало координат, с тангенсом угла наклона, равным единице, что подтверждает справедливость равенства (7). Получены такие же прямые для стекол  $\text{Li}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ ,  $\text{Na}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ ,  $\text{Li}_2\text{O}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{SiO}_2$ ,  $\text{Li}_2\text{O}-\text{Na}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ , а также для квазиизотропных кристаллов (рис. 4), для которых  $\gamma_D$  рассчитан по уравнению Грюнайзена (1).

Коэффициент поперечной деформации  $\mu$  оказывается связанным не только с параметром Грюнайзена, но и с другими нелинейными неупругими свойствами твердых тел. Так, например, из экспериментальных данных следуют вполне определенные корреляции между величиной  $\mu$  и пластической деформацией  $\varepsilon_y$  металлов [9] и стекол [10], между  $\mu$  и температурой размягчения стекол  $T_g$  [11], а также между  $\mu$  и фрагильностью стекол — характеристикой вязкости этих систем в области стеклования [12]. Кроме того, интересна однозначная связь коэффициента поперечной деформации с так называемой размерностью областей локализации и

диссипации энергии, запасаемой деформируемым телом,

$$D_f = \frac{2(1 - \mu)}{(1 - 2\mu)},$$

и с фрактальной размерностью структуры  $d_f = 2(1 + \mu)$  [13,14]. Можно убедиться, что для стекол с ростом размерности областей локализации и диссипации запасаемой энергии  $D_f$  линейно возрастает параметр Грюнайзена  $\gamma_D$  — мера ангармонизма колебаний решетчатой структуры.

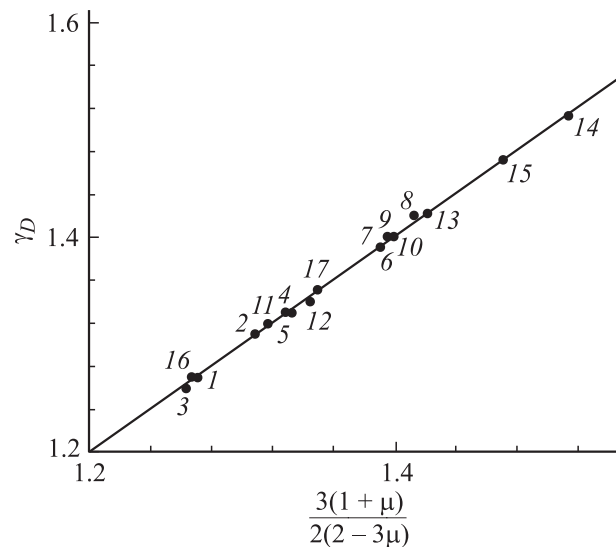
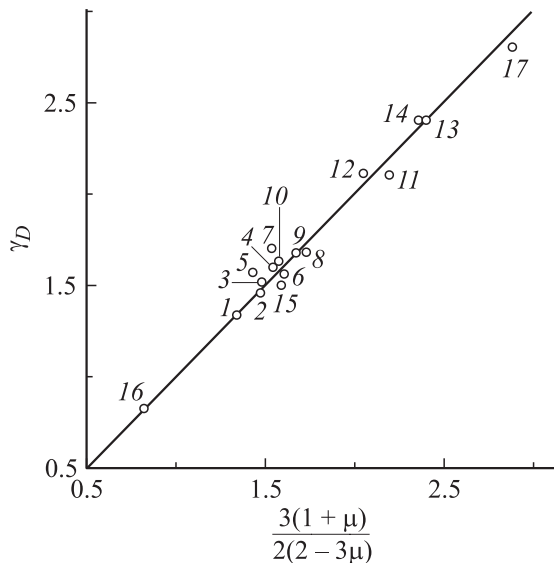


Рис. 3. Зависимость параметра Грюнайзена  $\gamma_D$  от функции коэффициента Пуассона  $(3/2)(1 + \mu)/(2 - 3\mu)$  для натриевоалюмосиликатных стекол. Используются данные [6]. Номера точек соответствуют номерам стекол в таблице.



**Рис. 4.** Зависимость параметра Грюнаизена  $\gamma_D$  от функции коэффициента Пуассона  $(3/2)(1 + \mu)/(2 - 3\mu)$  для квазиизотропных кристаллов. Используются данные [1,2]: 1 — LiF, 2 — NaCl, 3 — LiCl, 4 — KCl, 5 — NaF, 6 — NaBr, 7 — LiBr, 8 — KBr, 9 — Fe, 10 — KI, 11 — Co, 12 — Al, 13 — Ag, 14 — Pd, 15 — RbBr, 16 — Be, 17 — Au.

Наряду со связью  $\mu$  с неупругими характеристиками твердых тел в качестве еще одного необычного явления, касающегося  $\mu$ , можно указать на тот факт, что не так давно получен аморфный изотропный материал с отрицательным коэффициентом Пуассона  $\mu = -0.7$  [15]. Это означает, что при одноосном растяжении стержня из такого материала происходит его поперечное расширение, а не сжатие, как в абсолютном большинстве случаев.

Поскольку коэффициент Пуассона определяется деформациями, происходящими во взаимно перпендикулярных направлениях, по-видимому, он выражает своеобразную зависимость  $\mu$  (следовательно, и отношения  $v_L/v_S$ ) от интенсивности развития процессов неупругости в реальном деформируемом теле [16].

Теория упругости справедлива для идеальной изотропной сплошной среды. Для реальных твердых тел с неоднородными структурами могут наблюдаться случаи отклонения от выводов этой теории. В этом отношении интересен подход Кузьменко [16,17], согласно которому коэффициент Пуассона реальных твердых тел отражает способность вещества противодействовать изменению объема. Высокое значение  $\mu$  указывает на то, что материал может эффективно компенсировать изменение объема, возникающее на первом этапе деформирования. Чем больше  $\mu$ , тем меньше оказывается итоговая величина изменения объема твердого тела. Верхний предел  $\mu = 0.5$  следует из условия, что изменение объема при деформировании полностью компенсируется противодействием вещества (при  $\mu = 0.5 \Delta V = 0$ , см. (6)). Это условие относится к жидкостям, а для твердых

тел полной компенсации изменения объема не бывает, поэтому для них  $\mu < 0.5$ .

По теории Кузьменко [17], коэффициент Пуассона, наряду со сказанным выше, характеризует долю энергии сдвига  $W_S$  в общей энергии деформирования  $W$ :

$$\frac{W_S}{W} = \frac{1 - 3\mu^2 - 3\mu^3}{1 + \mu}. \quad (8)$$

Чем больше  $\mu$ , тем меньше энергия сдвиговых деформаций, тем меньшее сопротивление сдвигу оказывает данный материал, тем ближе он в этом отношении к жидкости. Отсюда следует, что коэффициент Пуассона должен быть связан, например, с такой характеристикой неупругости твердого тела, как предел текучести — напряжение  $\sigma_y$ , выше которого наблюдается пластическая деформация.

Материалы с небольшими пределами текучести, т. е. с повышенной мягкостью и пластичностью (золото, серебро, медь), имеют высокие значения  $\mu$ , приближающиеся к 0.5, а хрупкие твердые тела (бериллий, стекла) характеризуются низкими коэффициентами Пуассона  $\mu$ . В частности, у кварцевого стекла с высоким пределом текучести  $\mu = 0.17$  [10].

Таким образом, в рамках теории Кузьменко можно, по крайней мере, качественно объяснить наличие определенной связи между коэффициентом Пуассона (отношением  $v_L/v_S$ ) и пластичностью твердых тел.

Недавно Пинеда (Pineda) [18] в рамках простейшей модели исследовал влияние структурных изменений на коэффициент Пуассона металлических стекол. С помощью этой модели, на наш взгляд, можно попытаться обосновать взаимосвязь между коэффициентом Пуассона и параметром Грюнаизена. Кратко обсудим этот вопрос.

Пинеда принимает, что потенциал межатомного взаимодействия состоит из гармонической и ангармонической частей

$$U(r) = a(r - r_0)^2 - b(r - r_0)^3, \quad (9)$$

где  $a$  — гармонический, а  $b$  — ангармонический коэффициенты,  $r_0$  — межатомное расстояние, соответствующее минимуму потенциала. Модель основана на предположении о гауссовом распределении расстояний между ближайшими атомами в идеальном однокомпонентном металлическом стекле. Предполагается, что упругие свойства определяются непосредственным окружением атомов — первой координационной сферой.

В окончательные формулы мгновенных модулей объемного сжатия  $B$  и сдвига  $G$  входят безразмерные параметры

$$s = \frac{\delta}{r_0}, \quad \sigma = \frac{\sigma_1}{r_0}, \quad p = \frac{br_0}{a}, \quad (10)$$

где  $\delta = (r_1 - r_0)$ ,  $r_1$  и  $\sigma_1$  — средний радиус и ширина первой координационной сферы. Величины  $s$  и  $\sigma$  характеризуют отклонения межатомного расстояния от его равновесного значения  $r_0$  и среднюю дисперсию вблизи  $r_0$  соответственно. Параметр  $p$  характеризует

степень ангармоничности потенциала. Он пропорционален параметру Грюнайзена  $\gamma_D = br_0/6a$  [19].

Модель была использована Пинеда для объяснения экспериментов по структурной релаксации и всестороннему сжатию металлических стекол. В обоих процессах плотность стекла увеличивается, что приводит к возрастанию упругих модулей. Однако коэффициент Пуассона в результате структурной релаксации уменьшается (снижение параметра  $\sigma$  оказывается сильнее), но увеличивается при сжатии под давлением (здесь эффект уменьшения  $s$  является доминирующим). В целом модель качественно правильно описывает изменения упругих характеристик в этих опытах.

Модель Пинеда была использована для проверки зависимости отношения упругих модулей ( $B/G$ ) и, следовательно коэффициента Пуассона  $\mu$ , от параметра ангармоничности  $p$ . Из модели следует, что такая зависимость существует. В самом деле, в соответствии с формулами упругие модули  $B$  и  $G$  пропорциональны гармоническому коэффициенту  $a$  — параметру межатомного потенциала, а их отношение  $B/G$  (следовательно, и коэффициент Пуассона  $\mu$ ) практически не зависит от  $a$  и определяется главным образом параметром ангармоничности  $p$ . Отсюда следует зависимость коэффициента Пуассона  $\mu$  и, следовательно отношения  $v_L/v_S$ , от параметра Грюнайзена  $\gamma_D$  — меры ангармонизма колебаний решетки.

Если в равенство (7) подставить  $\mu$  из соотношения теории упругости (5), приходим к формуле Беломестных [1] для зависимости параметра Грюнайзена от отношения скоростей акустических волн  $x = v_L/v_S$ :

$$\gamma_D = \frac{3}{2} \left( \frac{3x^2 - 4}{x^2 + 2} \right). \quad (11)$$

Эта формула может быть получена на основе уравнения Грюнайзена (1) и соотношений, связывающих упругие, тепловые и акустические характеристики кристалла [1], поэтому она в отличие от эмпирической зависимости (2) имеет определенное теоретическое обоснование. Для квазиизотропных щелочно-галлоидных кристаллов прямая, выражающая зависимость  $\gamma_D$  от функции  $x$  (11), проходит через начало координат, но тангенс угла ее наклона немного превышает теоретическое значение, равное единице (см. рис. 1 в работе [3]).

## Заключение

У стекол и квазиизотропных кристаллов существует определенная взаимосвязь между отношением скоростей распространения продольной и поперечной акустических волн  $v_L/v_S$  и такой нелинейной величиной, как параметр Грюнайзена, что может быть обосновано в рамках модели Пинеда [18]. У квазиизотропных металлов и стекол наличие корреляции между коэффициентом Пуассона, являющимся однозначной функцией отношения скоростей звука  $v_L/v_S$ , и нелинейной неупругой ве-

личной — пластической деформацией — можно качественно объяснить с помощью теории Кузьменко [16,17].

## Список литературы

- [1] Беломестных В.Н. // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. Вып. 3. С. 14–19.
- [2] Беломестных В.Н., Теслева Е.П. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 8. С. 140–142.
- [3] Сандитов Д.С., Машанов А.А., Дармаев М.В. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 9. С. 155–158.
- [4] Леонтьев К.Л. // Акуст. журнал. 1981. Т. 27. Вып. 4. С. 554–561.
- [5] Anderson O. // Physical Acoustics. Vol. III. Pt. B. Lattice Dynamics / Ed. by W.P. Mason. NY–London: Academic, 1965. P. 62–121.
- [6] Лившиц В.Я., Теннисон Д.Г., Гукасян С.Б., Костяная А.К. // ФХС. 1982. Т. 8. № 6. С. 688–693.
- [7] Карпетян Г.О., Лившиц В.Я., Теннисон Д.Г. // ФХС. 1979. Т. 5. № 3. С. 314–319.
- [8] Карпетян Г.О., Лившиц В.Я., Теннисон Д.Г. // ФХС. 1981. Т. 7. № 2. С. 188–194.
- [9] Черкасов И.И. // ЖТФ. 1952. Т. 22. Вып. 11. С. 1834–1837.
- [10] Сандитов Д.С., Мантатов В.В., Сандитов Б.Д. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 4. С. 150–152.
- [11] Сандитов Д.С., Дармаев М.В., Сандитов Б.Д., Мантатов В.В. // Деформация и разрушение материалов. 2008. № 4. С. 18–23.
- [12] Сандитов Д.С., Машанов А.А., Сандитов Б.Д., Мантатов В.В. // Деформация и разрушение материалов. 2008. № 6. С. 8–11.
- [13] Лазарев В.Б., Баланкин А.С., Изотов А.Д., Кожушко А.А. Структурная устойчивость и динамическая прочность неорганических материалов. М.: Наука, 1993. 175 с.
- [14] Баланкин А.С. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 7. С. 14–20.
- [15] Берлин Ал.Ал., Ротенбург Л., Басэрст Р. // Высокомолек. соед. 1991. Т. 33. № 8. С. 619–621.
- [16] Кузьменко В.А. Новые схемы деформирования твердых тел. Киев: Наук. думка, 1973. 200 с.
- [17] Кузьменко В.А. Развитие представлений о процессе деформирования материалов. Киев: Укр. НИИТИ, 1968. 50 с.
- [18] Pineda E. // Phys. Rev. 2006. Vol. B73. P. 104 109-1–104 109-6.
- [19] Сандитов Д.С., Козлов Г.В. // ФХС. 1995. Т. 21. № 6. С. 547–576.