

01;05

## Расщепление энергетического уровня квантового бита на джозефсоновском переходе с ангармоничным токо-фазовым соотношением

© И.Н. Аскерзаде

Department of Computer Engineering, Engineering Faculty of Ankara University, Aziz Kansu Building Tandogan Kampus, 06100, Tandopan, Ankara, Turkey  
Институт физики НАН Азербайджана, Баку  
AZ1143 Азербайджан  
e-mail: iasker@science.ankara.edu.tr, solstphs@physics.ab.az

(Поступило в Редакцию 15 сентября 2010 г.)

Исследован фазовый кубит на джозефсоновском переходе с ангармоничным токо-фазовым соотношением. Найдено аналитическое выражение для величины расщепления основного энергетического уровня.

Наряду с развитием традиционных цифровых технологий в последнее время большое внимание уделяется разработке квантовых алгоритмов обработки и защиты информации [1]. Разработка физических основ построения квантового компьютера позволяет органически дополнить и расширить возможности систем обработки, защиты и передачи информации. Наиболее перспективными кубитами — элементарной ячейкой квантового компьютера — по многим причинам признаются кубиты на основе джозефсоновских структур [1–3]. Основой применения джозефсоновских систем в кубитах являются „вторичные“ квантовые эффекты, реализуемые в макроскопических размерах. Для реализации кубита необходимо выделение двух расположенных близко энергетических уровней, с тем чтобы остальными вышележащими уровнями можно было бы пренебречь. Это достигается за счет существенной нелинейности джозефсоновской индуктивности. Макроскопические квантовые эффекты на джозефсоновских переходах, предсказанные Леггетом в работе [4], экспериментально были обнаружены в работе [5]. Возрастание квантовых флуктуаций при низких температурах приводит к эффекту кулоновской блокады в джозефсоновских переходах малых размеров [6,7]. Такие малые джозефсоновские переходы являются основой при создании „зарядовых“ квантовых кубитов [8,9]. Исследование фазового кубита на одиночном джозефсоновском переходе проведено в работах [2,10]. Целью данной статьи является изучение энергетического спектра фазового кубита на джозефсоновском переходе с ангармоничным соотношением ток–фаза.

В связи с развитием технологии приготовления в последние годы разные джозефсоновские структуры проявляют ангармоническое токо-фазовое соотношение [11–13]. Происхождение ангармонизма в токо-фазовом соотношении может иметь разный характер и природу [11–13]. Как показано в [14], ангармонический характер сверхпроводящего тока эквивалентен введению эффективной индуктивности, включенной по-

следовательно в цепь джозефсоновского перехода [7]. При этом сверхпроводящий ток  $i(\phi)$  определяется как решение трансцендентного уравнения вида

$$i(\phi) = \sin(\phi - li(\phi)), \quad (1)$$

где  $l = \frac{2\pi I_c}{\Phi_0}$  — нормированная эффективная индуктивность. В уравнении (1) ток  $I$  и фаза  $\phi$  измеряются в единицах  $I_c$  и  $\frac{\Phi_0}{2\pi}$ , где  $I_c$  — критический ток джозефсоновского перехода,  $\Phi_0$  — квант магнитного потока. Эффективная индуктивность  $l$  заменяет половинную амплитуду второй гармоники в токо-фазовом соотношении следующего вида:

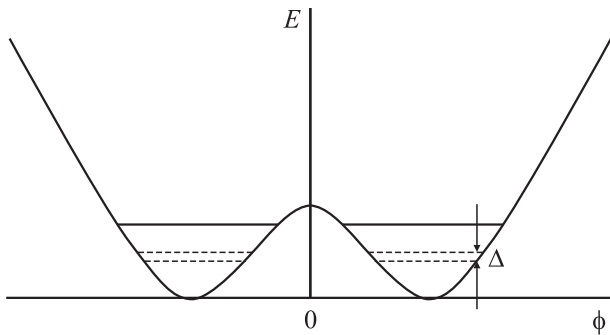
$$i(\phi) \cong \sin \phi - \frac{l}{2} \sin(2\phi), \quad (2)$$

Как отмечено в [15], амплитуды первой и второй гармоники имеют противоположные знаки и  $l \leq 2$ . Динамические свойства джозефсоновских переходов с токо-фазовым соотношением (2) были рассмотрены в [16]. Как показано в [17], присутствие достаточно большой второй гармоники в токо-фазовом соотношении джозефсоновского перехода (т.е. наличие сверхпроводящего кольца с большой индуктивностью) приводит к образованию двухъямного энергетического потенциала.

При рассмотрении кубита на основе джозефсоновского перехода с ангармоническим токо-фазовым соотношением [7] эффективный гамильтониан пишется как (см., например, [3,7])

$$H = E_C n^2 - E_J \cos \phi + E_J \frac{\phi^2}{2l} + I_e \phi, \quad (3)$$

где введены следующие обозначения: кулоновская энергия  $E_C = \frac{(2e)^2}{2C}$ ,  $n = -i \frac{\partial}{\partial \phi}$  — оператор числа куперовских пар, джозефсоновская энергия  $E_J = \frac{\Phi_0 I_c}{2\pi}$ ,  $E_J \frac{\phi^2}{2l}$  — энергия магнитного поля, накопленная в эффективной индуктивности,  $C$  — электрическая емкость конденсатора. Второй член описывает обыкновенный джозефсоновский потенциал, последний член связан со внешней степенью



**Рис. 1.** Двухъямный потенциал для квантового бита с джозефсоновским переходом с ангармоническим ток-фазовым соотношением.

свободы, т.е. током питания  $I_e$ . Главное отличие выражения (3) от модели, представленной в [17], состоит в отсутствии внешнего магнитного поля, т.е. джозефсоновский переход с ангармоническим ток-фазовым соотношением эквивалентен автономному одноконтактному интерферометру с  $\phi_e = 0$  при очень малых значениях тока питания  $I_e$ . Поэтому основные идеи работы [17] переносятся и на случай кубита на джозефсоновском переходе с ангармоническим ток-фазовым соотношением.

Энергетический потенциал  $U(\phi) = E_J(-\cos \phi + \frac{\phi^2}{2I})$  фазового кубита имеет „двухъямный“ вид (рис. 1). В таком потенциале энергетические уровни в каждой отдельно взятой яме идентичны друг другу при пренебрежении квантовым туннелированием между ними и основное состояние является двукратно вырожденным. При учете туннелирования между ямами двукратно вырожденное основное состояние расщепляется и формирует реальную двухуровневую систему, что очень важно для кубита. Значения расщепленного основного энергетического уровня  $E = E_0 \pm \Delta E$  такой квантовомеханической системы образуют базис для рассматриваемого кубита. Расстояние между этими уровнями определяется величиной туннелирования и намного меньше, чем расстояние между энергетическими уровнями в „однойямном“ потенциале.

Вычислим расщепление  $\Delta E$  основного состояния в случае потенциала джозефсоновского перехода с ангармоническим ток-фазовым соотношением (3) аналогично [17]. Расщепление пропорционально  $E_J$  и определяется как поправка к энергетическому спектру колебательного контура, образованного эффективной индуктивностью  $L = l \frac{\Phi_0}{2\pi I_c}$  и емкостью джозефсоновского перехода  $C$ , в первом порядке теории возмущений и представляется выражением

$$\Delta E_n = E_J \left( 1 - \exp\left(-\frac{\pi^2 \hbar \omega L}{\Phi_0^2}\right) L_n\left(\frac{\pi^2 \hbar \omega L}{\Phi_0^2}\right) \right), \quad (4)$$

где  $L_n(x)$  — полиномы Лягерра порядка  $n$ . Поскольку в случае кубита нас интересует поправка к основному уровню осциллятора ( $n = 0, L_0 = 1$ ), окончательно

имеем:

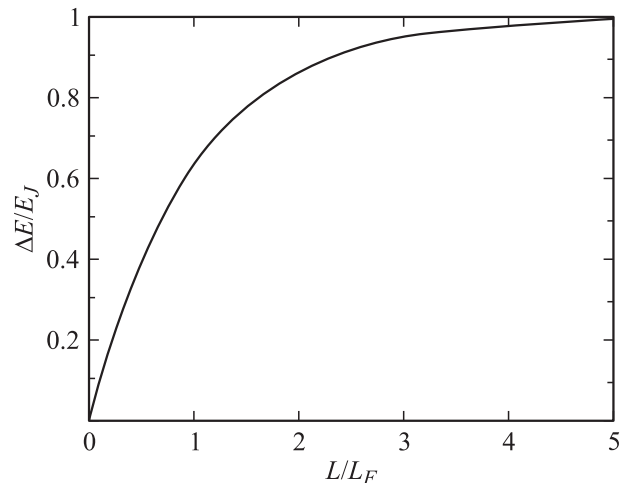
$$E = E_0 \pm \Delta E = \frac{\hbar \omega_0}{2} \pm E_J \left( 1 - \exp\left(-\frac{L}{L_F}\right) \right), \quad (5)$$

где  $L_F$  — квантовая флуктуационная индуктивность, введенная в [18], вычисляется как

$$L_F = \left(\frac{\Phi_0}{\pi}\right)^2 \frac{1}{\hbar \omega_0}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}. \quad (6)$$

Результаты анализа представлены на рис. 2. Как следует из этого рисунка, расщепление основного уровня  $\Delta E$  определяется величиной амплитуды второй гармоники в ток-фазовом соотношении джозефсоновского перехода. С возрастанием амплитуды второй гармоники  $l$  расщепление основного уровня  $\Delta E$  увеличивается. Такое увеличение находится в согласии с результатами по исследованию кубита на основе ангармонического двухконтактного интерферометра [15]. При очень больших индуктивностях  $\frac{L}{L_F} \gg 1$ , т.е. при большой амплитуде второй гармоники, сверхпроводящий ток подавляется квантовыми флуктуациями, величина расщепления слабо зависит от индуктивности кольца и имеет порядок  $E_J$ .

Выражение (5) имеет важное значение с точки зрения чувствительности  $\Delta E$  к разным физическим параметрам с целью возможности их контролируемости. Эти параметры важны для определения области возможного применения ангармонического квантового кубита, а также для решения проблем снятия информации и когерентности [1,3]. Значение величины изменения  $\Delta E$  входит непосредственно в выражение гамильтониана, контролирующего эволюцию состояния кубита. Следует отметить, что для экспериментальной реализации кубитов необходимы джозефсоновские переходы субмикронных размеров. Макроскопические эффекты проявляются при емкостях уровня  $C \approx 5fF$  с площадью  $A \approx 0.1 \mu^2$  [3,7,10]. А также необходима низкая рабочая



**Рис. 2.** Зависимость расщепления основного уровня квантового бита на джозефсоновском переходе с ангармоническим ток-фазовым соотношением от амплитуды второй гармоники.

температура на уровне миникельвинов для проявления макроскопических эффектов [7].

Таким образом, в данной работе получена аналитическая формула для энергетического спектра фазового кубита на одиночном джозефсоновском переходе с ангармоническим токо-фазовым соотношением. Представлены результаты вычисления расщепления энергии  $\Delta E$  и показано влияние параметров системы на его величину. Показано, что, меняя размеры джозефсоновских переходов и подбирая отношение  $E_J/E_C$ , а также изменяя величину второй гармоники сверхпроводящего тока, можно управлять изменением величины  $\Delta F$ .

## Список литературы

- [1] *Валиев К.А.* // УФН. 2005. Т. 175. Вып. 1. С. 1.
- [2] *Вендин Г., Шумейко В.С.* // ФНТ. 2007. Т. 33. С. 957.
- [3] *Pashkin Yu.A., Astafiev O., Yakamoto T., Nakamura Y., Tsai J.S.* // Quant. Inf. Process. 2009. Vol. 8. P. 55.
- [4] *Legget A.J., Carg A.* // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 837.
- [5] *Nakamura Y., Pashkin Yu.A., Tsai J.S.* // Nature. 1999. Vol. 398. P. 786.
- [6] *Аверин Д.В., Лухачев К.К., Зорин А.Б.* // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 692.
- [7] *Лухачев К.К.* Введение в динамику джозефсоновских переходов, М.: Наука, 1985.
- [8] *Shirman A.J., Shön G., Hermon Z.* // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79. P. 2372.
- [9] *Zorin A.B.* // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. P. 4408.
- [10] *Martinis J., Nam S., Aumentado J., Urbina C.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89. P. 117901.
- [11] *Demler E., Berlinsky A.J., Kallin C., Arnold G.B., Beasley M.R.* // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80. P. 2917.
- [12] *Bauch T., Lombardi F., Tafuri F. et. al* // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 94. P. 087003.
- [13] *Tanaka Y., Kashiwaya S.* // Phys. Rev. 1996. Vol. B53. P. 11597.
- [14] *Зубков А.А., Курьянов М.Ю., Семенов В.К.* // ФНТ, 1981. Т. 7. Вып. 11. С. 1365.
- [15] *Klenov N.V., Kornev V.K., Pedersen N.F.* // Physica C. 2006. Vol. 435. P. 114.
- [16] *Аскерзаде И.Н.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 11. С. 140.
- [17] *Аскерзаде И.Н., Амрахов Ш.* // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 3. С. 1.
- [18] *Аскерзаде И.Н.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. Вып. 16. С. 8.