01;07

Трансформация гауссова импульса при отражении от нелинейной среды

© Ю.Ф. Наседкина, С.А. Володин, Д.И. Семенцов

Ульяновский государственный университет,
432700 Ульяновск, Россия
e-mail: asper3005@yandex.ru, sementsovdi@mail.ru

(Поступило в Редакцию 18 января 2011 г.)

Исследованы особенности трансформации огибающей падающего гауссова импульса при его отражении от нелинейной диспергирующей среды. Показано, что вблизи оптического резонанса в процессе отражения происходит существенная перестройка огибающей импульса и нелинейность среды может привести к заметной деформации отраженного импульса. Вдали от резонансной частоты могут быть реализованы условия, когда сдвиг отраженного импульса не приводит к потере гауссовой формы. При этом влияние нелинейности незначительно.

Введение

Анализ трансформации формы огибающей оптических импульсов при взаимодействии их с отражающей поверхностью на протяжении длительного времени привлекает внимание исследователей [1–4]. Применительно к подобным задачам широкое распространение получили методы компьютерного эксперимента, позволяющие оценить характер и степень деформации отраженного импульса. Наличие дисперсии существенно усложняет процессы распространения и отражения импульсов вследствие различия в поведении его отдельных спектральных компонент. Основными составляющими трансформации формы импульса являются асимметричное увеличение или уменьшение его фронта, раздвоение, а также сдвиг „центра тяжести“ импульса вдоль оси времени [5]. Представляет интерес исследование особенностей трансформации формы импульса при отражении от диспергирующей среды, анализ влияния длительности импульса и близости его несущей частоты к резонансной частоте отражающей среды. На профиль отраженного импульса существенно могут влиять также нелинейные эффекты, которые наиболее существенно проявляются при больших интенсивностях падающего импульса и при углах падения, близких к углу полного внутреннего отражения (ПВО) [6]. В этой связи в настоящей работе решается задача об отражении гауссова импульса от нелинейной диспергирующей среды. Интерес представляет как максимальная деформация профилей импульсов, так и ситуация, когда импульс отражается без существенных перестроек.

1. Отражение монохроматических компонент

Пусть световой импульс сформирован плоскими волнами s-поляризации и падает на плоскую границу раздела двух изотропных сред под углом θ_0. Направим ось z вдоль нормали к границе раздела сред, плоскостью падения будем считать плоскость xz. Среда, из которой падает импульс, является оптически прозрачным диэлектриком с действительной диэлектрической проницаемостью (ДП) ε_1, которую считаем постоянной в рассматриваемом диапазоне длин волн. Отражающая среда является резонансной и нелинейной, а ее дисперсионные свойства определяются частотной зависимостью линейной части ДП, т.е.

$$\varepsilon_2(\omega, E) = \varepsilon_2(\omega) + b|E|^2, \tag{1}$$

$$\varepsilon_2(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)\omega_r^2}{\omega_r^2 - \omega^2 - i\omega g}. \tag{2}$$

Здесь ω_r — резонансная частота, g — ширина резонансной линии, ε_0 и ε_∞ — статическая и высокочастотная проницаемости среды. Подобную частотную зависимость ДП имеют многие оптические материалы в области линии поглощения или усиления. Параметр керровской нелинейности в силу своей малости (в дальнейшем будем использовать значение $b = 10^{-4}\,\mathrm{cm^3/J}$) считаем не зависящим от частоты.

Введем векторы рефракции монохроматических компонент падающего и отраженного импульсов, которые задают направления их волновых векторов и модули которых равны показателю преломления среды

$$\mathbf{m}_{i,r} = \sqrt{\varepsilon_1}\sin\theta_0\mathbf{e}_x \pm \sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_0\mathbf{e}_z, \tag{3}$$

где $\mathbf{e}_x$ и $\mathbf{e}_z$ — единичные векторы координатных осей, лежащих в плоскости падения. Амплитудный коэффициент отражения, согласно [7], имеет вид

$$r_s = \frac{\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_0 - \sqrt{\varepsilon_2(\omega) - \varepsilon_1\sin^2\theta_0}}{\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_0 + \sqrt{\varepsilon_2(\omega) - \varepsilon_1\sin^2\theta_0}}. \tag{4}$$

2. Поле отраженного импульса и временной сдвиг

Электрическое поле падающего импульса s-поляризации может быть представлено в виде следующего интеграла Фурье:

$$E_i(\mathbf{r},t) = \mathbf{s}\int\limits_0^\infty F_E(\omega)\exp[i(\omega t - k_0\mathbf{m}_i\mathbf{r})]d\omega, \qquad (5)$$

где единичный вектор поляризации $\mathbf{s}$ перпендикулярен к плоскости падения, $k_0 = \omega/c$, c — скорость света в вакууме. Спектр падающего импульса

$$F_E(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} E(0,t)\exp(-i\omega t)dt, \qquad (6)$$

функция $E(0,t)$ определяет форму временнóй огибающей падающего светового импульса на границе раздела сред ($z = 0$). Для гауссова импульса

$$E(0,t) = E_0\exp(-t^2/\tau_0^2), \qquad (7)$$

где E_0 — пиковое значение светового поля в импульсе, τ_0 — его длительность. Спектр такого импульса определяется выражением

$$F_E(\omega) = \frac{E_0\tau_0}{2\sqrt{\pi}}\exp\left[-\frac{(\omega-\omega_0)^2\tau_0^2}{4}\right], \qquad (8)$$

где ω_0 — несущая частота падающего импульса. Выражение для поля отраженного импульса может быть представлено следующим образом:

$$\mathbf{E}_r(\mathbf{r},t) = \mathbf{s}\int\limits_0^\infty F_E(\omega)r(\omega,E)\exp\big[i(\omega t - k\mathbf{m}_j\mathbf{r})\big]d\omega, \qquad (9)$$

где $r(\omega,E)$ — амплитудный коэффициент отражения. Амплитудный коэффициент отражения в общем случае является комплексной величиной. Для дальнейшего анализа удобно выделить его модуль и фазу

$$r = |r|\exp(i\varphi_r), \qquad (10)$$

$$|r| = [(\mathrm{Re}\,r)^2 + (\mathrm{Im}\,r)^2]^{1/2}, \quad \varphi_r = \mathrm{arctg}(\mathrm{Im}\,r/\mathrm{Re}\,r).$$

В области плавного изменения модуля и фазы коэффициента отражения разложим фазу в ряд по малой отстройке от несущей частоты

$$\varphi_r(\omega) = \varphi_r(\omega_0) + \varphi_r'|_0(\omega-\omega_0) + \frac{1}{2}\varphi_r''\Big|_0(\omega-\omega_0)^2 + \ldots, \qquad (11)$$

где штрих означает производную по частоте, значение которой берется на несущей частоте. Подставим первые два члена этого разложения в выражение (9) и будем считать малым изменение модуля коэффициента отражения в области частотной отстройки, определяемой спектральной шириной импульса. В этом случае электрическое поле в отраженном импульсе запишем в виде

$$E_r(t,z) \cong r(\omega_0)\exp(-i\omega_0\varphi_r'|_0) \times \int\limits_0^\infty F_E(\omega)\exp\big(i[\omega(t+\varphi_r'|_0) - k_{z1}z]\big)d\omega. \qquad (12)$$

Из полученного выражения следует, что при отражении происходит сдвиг по оси времени (задержка или опережение) спектральных компонент импульса на временной интервал $\Delta_r = \partial\varphi_r/\partial\omega|_0$. Такая задержка является аналогом пространственного сдвига светового пучка [8]. Сдвиг монохроматических компонент приводит к временнóму сдвигу огибающей импульса в целом. Поскольку сдвиг разных спектральных компонент импульса различен, в общем случае импульс при отражении претерпевает достаточно сложную деформацию. Следует ожидать, что эта деформация наиболее существенна вблизи резонансных частот среды.

3. Численный анализ

Рассмотрим вначале отражение импульса от недиспергирующей среды. В этом случае поведение ее диэлектрической проницаемости, согласно (1), не зависит от частоты и полностью определяется полем падающего импульса. Временнáя зависимость поля в импульсе $E(t)$ определяется распределением поля в падающем импульсе (7). Примем, что длительность падающего гауссова импульса $\tau_0 = 10T_r$, где период $T_r = 2\pi/\omega_r$ соответствует резонансной частоте, при этом ширина спектра падающего импульса $\Delta\omega \le 0.1\omega_r$. Временнóе распределение относительной интенсивности отраженных импульсов

$$\frac{I(t)}{I_0} = \frac{|E(t)|^2}{|E_0|^2},$$

представленное на рис. 1 для параметров $\varepsilon_1 = 5.54$ (хлорбензол) и $\varepsilon_2 = 2.13$ (кварцевое стекло), отвечает углу полного внутреннего отражения (ПВО) $\theta_0 = \arcsin(\sqrt{\varepsilon_2(E)/\varepsilon_1}) \approx 38^\circ$ [9].

Влияние нелинейности на параметры отраженного импульса проявляется лишь при достаточно высоких интенсивностях светового поля. Поэтому кривые *1* и *2* на рис. 1, *a* отвечают двум пиковым значениям плотности энергии в импульсе $|E_0|^2 = 20$ и $70\,\mathrm{J/cm^3}$. Наблюдаемое резкое уменьшение интенсивности отраженных импульсов связано с нарушением условий ПВО при незначительном увеличении величины ε_2 с ростом амплитуды поля.

Приведенные зависимости получены при отсутствии инерции среды. Если отражающая среда реагирует на поле падающего импульса с запаздыванием по времени на величину τ', то выражение для поля отраженного импульса может быть представлено следующим образом [10]:

$$\mathbf{E}_r(\mathbf{r},t,\tau') = \mathbf{s}\int\limits_0^\infty F_E(\omega)r\big(\omega, E_i(\mathbf{r},t-\tau')\big)\exp\big[i(\omega t - k\mathbf{m}_j\mathbf{r})\big]d\omega. \qquad (13)$$

Здесь $\mathbf{E}_i(\mathbf{r},t-\tau')$ — поле падающего импульса в момент времени $t-\tau'$, а $r\big(\omega, E_i(\mathbf{r},t-\tau')\big)$ — амплитудный коэффициент отражения, отвечающий этому полю. При учете инерции среды деформация профилей импульсов имеет более сложный характер. На рис. 1, *b* построены временны́е огибающие отраженного импульса для временно́й задержки $\tau' = 0$ или 2, T_r (кривые *1* или *2*) и $|E_0|^2 = 20\,\mathrm{J/cm^3}$. Штрихом приведено распределение поля в падающем импульсе.

Учтем теперь дисперсию отражающей среды. Ее параметры, выбранные для проведения численного эксперимента, соответствуют полупроводнику AlAs: $\varepsilon_0 = 11$, $\varepsilon_\infty = 9$; энергия активации примеси составляет 0.01 eV, что отвечает резонансной частоте $\omega_r \approx 1.67 \cdot 10^{13}\,\mathrm{c}^{-1}$, относительная ширина линии $g/\omega_r = 0.01$; $\varepsilon_1 = 5.54$. На рис. 2 представлена частотная зависимость энергетического коэффициента отражения $R = |r|^2$ и временно́го

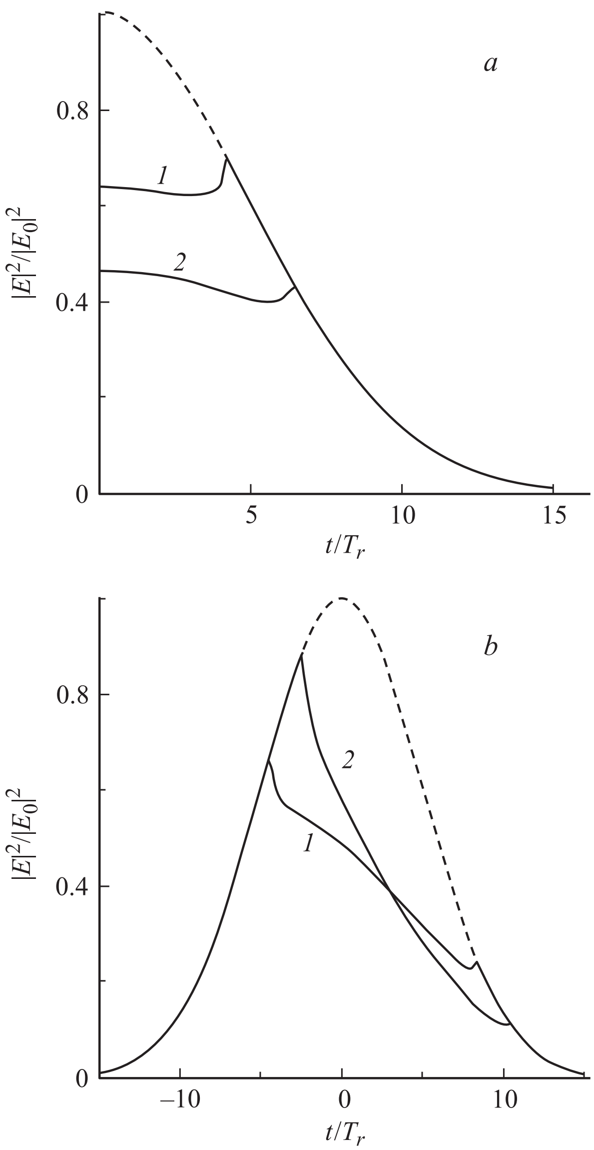

Рис. 1. Распределение относительной интенсивности отраженных импульсов $I(t)/I_0 = |E(t)|^2/|E_0|^2$ на угле падения $\theta^0 = 38^\circ$; $\varepsilon_1 = 5.54$, $\varepsilon_2 = 2.13$. Длительность импульса $\tau_0 = 10T_r$.

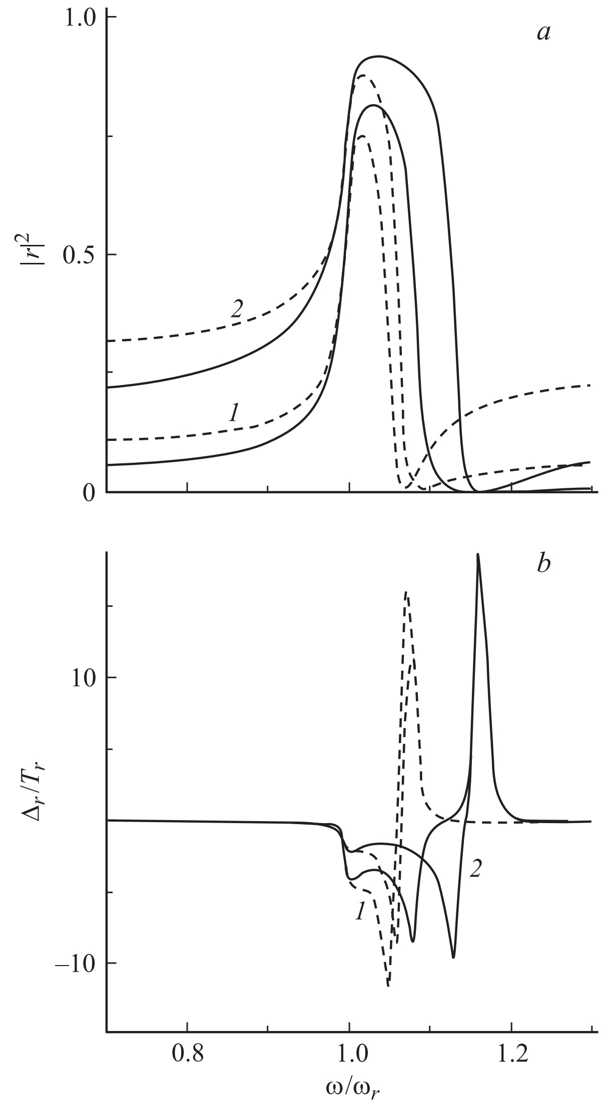

Рис. 2. Частотные зависимости величин: *a* — $R = |r|^2$ и *b* — Δ_r; $\theta_0 = 0$ и 60° (кривые *1, 2*). $\varepsilon_1 = 5.54$, $\varepsilon_0 = 11$, $\varepsilon_\infty = 9$; $\omega_r \approx 1.67 \cdot 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$, $g/\omega_r = 0.01$. $|E_0|^2$, J/cm^2: сплошные линии — 20, штриховые — 70.

сдвига монохроматических волн ΔT_r на углах падения $\theta_0 = 0$ и 60° (кривые *1* и *2*) с учетом нелинейности отражающей среды. Влияние нелинейности на рассматриваемые характеристики проявляется лишь при достаточно высоких интенсивностях светового поля волны $|E_0|^2 = 20, 100\,\mathrm{J/cm^3}$ (соответственно сплошные и пунктирные линии). Видно, что вблизи резонанса нелинейная добавка вызывает существенное изменение зависимости $R(\omega)$, в частности, заметное смещение минимума R в сторону бо́льших частот.

Вдали от резонансной частоты (при $\omega \ll \omega_r$, как и при $\omega \gg \omega_r$) коэффициент отражения практически постоянен, поэтому в этих областях частот различные спектральные компоненты импульса должны отражаться практически одинаково, и импульс не претерпевает существенных деформаций. Вблизи резонансной часто-

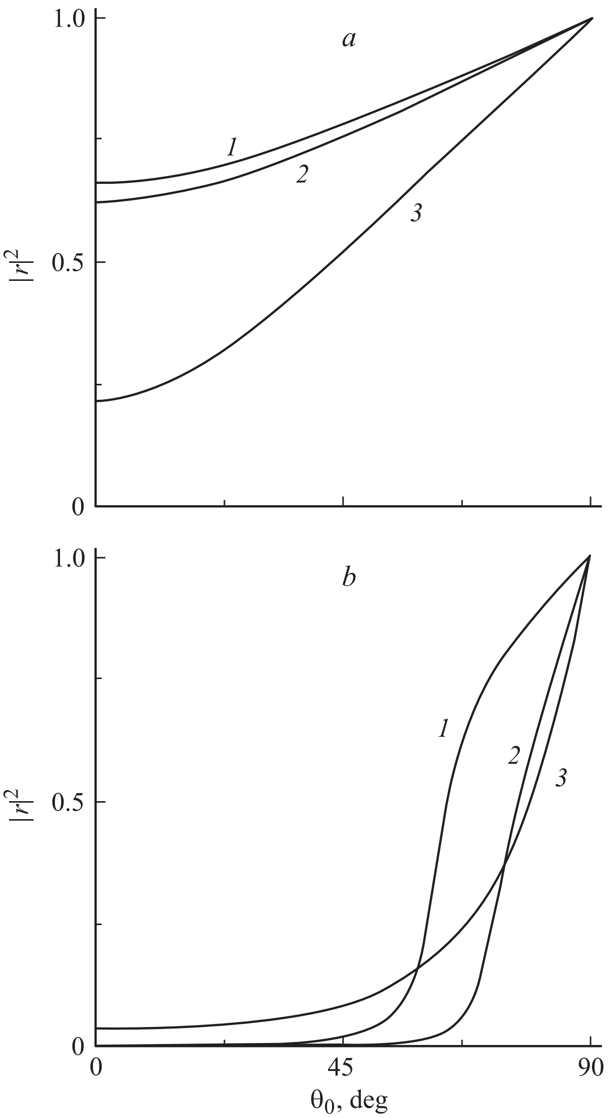

Рис. 3. Угловые зависимости величины $R = |r|^2$, $|E|^2 = 30\,\mathrm{J/cm^2}$ для частот $\omega = (1.05, 1.1, 1.15)\omega_r$ (*a* — кривые *1–3*), для частоты $\omega = 1.15\omega_r$, $|E|^2 = 10, 20, 100\,\mathrm{J/cm^2}$, *b* — кривые *1–3*.

ты происходит быстрое изменение действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости среды $\varepsilon_2(\omega)$, что обусловливает резкое изменение величины R и значительное временно́е смещение монохроматических компонент Δ_r в положительную или отрицательную сторону. Раздвоение профиля отраженного импульса, связанное с малой интенсивностью центральных компонент (определяющих световое поле, главным образом, в центре импульса) и сравнительно высокой интенсивностью компонент с отстройкой по частоте, может присутствовать в минимуме коэффициента отражения, четко выраженном на частоте $\omega = 1.15\omega_r$. Малой окрестности этой частоты отвечают максимальные изменения величин R и Δ_r, в связи с чем импульс, несущая частота которого принадлежит этому интервалу, деформируется более всего. При этом характер деформации определяется, главным образом, его шириной спектра $\Delta\omega \approx \pi/\tau_0$.

На рис. 3, *a* приведены угловые зависимости коэффициента отражения монохроматической волны, полученные при плотности энергии волны $|E|^2 = 30\,\mathrm{J/cm^2}$ для частот $\omega = (1.05, 1.1, 1.15)\omega_r$ (кривые *1–3* соответственно). Полное отражение вблизи резонансной частоты не наблюдается в связи со значительным поглощением в этом диапазоне. Нелинейное возрастание величины R с ростом интенсивности, связанное с изменением действительной части диэлектрической проницаемости, можно проследить по рис. 3, *b*, где показаны аналогичные зависимости для частоты $\omega = 1.15\omega_r$, отвечающей резкому спаду величины R, и плотности энергии $|E|^2 = 10, 20, 100\,\mathrm{J/cm^2}$ (кривые *1–3*). На выбранной частоте действительная часть ДП среды близка к нулю, поэтому малое ее изменение (связанное с нелинейной добавкой) может определять значительное изменение коэффициента отражения.

На рис. 4 представлены огибающие отраженного импульса $|E_0|^2 = 20, 100\,\mathrm{J/cm^3}$ (штриховые и сплошные линии), $\omega = 1.15\omega_0$; угол падения 0 и 60° (кривые *1, 2*). Профили импульсов с энергией $20\,\mathrm{J/cm^3}$, отвечающие штриховым кривым, мало отличаются от аналогичных распределений для линейной среды. Поскольку минимум коэффициента отражения достаточно глубок, происходит раздвоение профиля отраженного импульса, связанное с малой интенсивностью центральных компонент, близких к несущей частоте. Кроме того, вблизи минимума коэффициента отражения часть спектральных компонент сдвигается в положительную, а часть — в отрицательную сторону по оси времени (см. рис. 1, *b*), что может вызывать дополнительное уширение профиля.

Механизм деформации профилей отраженных импульсов (асимметрия, раздвоенность, ширина) аналогичен механизму деформации *p*-поляризованных световых пучков вблизи угла Брюстера. Профиль пучка, отраженно-

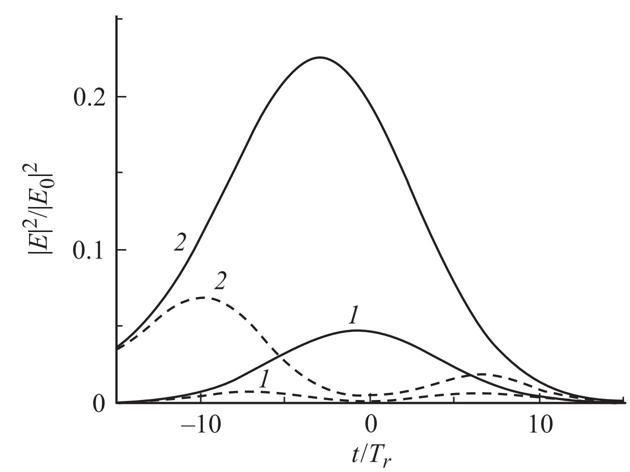

Рис. 4. Профили отраженных импульсов $|E_0|^2 = 20, 100\,\mathrm{J/cm^2}$ (штриховые и сплошные линии), $\omega_0 = 1.15\omega_r$; углы падения 0 и 60° (кривые 1, 2).

го от прозрачного диэлектрика под углом Брюстера, является раздвоенным со сдвигом „центра тяжести“ по отношению к падающему импульсу и близким к симметричному. Чем шире угловой пространственный спектр падающего пучка, тем больше асимметрия отраженного пучка. Величина сдвига его „центра тяжести“ в зависимости от параметров падающего пучка может быть как положительной, так и отрицательной.

Поскольку интенсивность центральных компонент импульса близка к нулю, то значительного вклада в смещение импульса в целом они не вносят. Основной вклад в смещение отраженного сигнала вносят компоненты, имеющие отстройку по частоте от ω_0. При этом возникают два фронта отраженного излучения, создаваемых компонентами с положительными и отрицательными отстройками от центральной частоты, сдвигающихся соответственно в положительную и в отрицательную сторону по оси времени. Все это и приводит к раздвоению профиля отраженного импульса. Величина смещения „центра тяжести“ отраженного импульса вблизи минимума коэффициента отражения может быть как положительной, так и отрицательной и существенно зависит от ширины спектра падающего импульса.

Профили импульсов с энергией $|E_0|^2 = 100\,\mathrm{J/cm^3}$ (сплошные линии) сохраняют гауссову форму. Влияние нелинейной добавки здесь сводится к сдвигу минимума коэффициента отражения к более низким частотам и увеличению величины $|R|$ (см. рис. $1, a$). Поэтому импульс с не слишком широким спектром отражается и сдвигается как единое целое.

Аналогичным будет отражение импульсов и на других частотах, отвечающих не очень значительному изменению модуля и фазы R в пределах спектральной ширины импульса. Длительность отраженного импульса в этом случае примерно равна величине τ_0, а интенсивность меньше интенсивности падающего в $|R|$ раз. Положительный сдвиг максимума огибающей вдоль оси времени близок к величине $\Delta_r(\omega_0)$, рассчитанного для несущей частоты. Кроме изменения интенсивности и временно́го сдвига, других деформаций отраженногго импульса не происходит.

Заключение

В отсутствие поглощения с ростом пиковой интенсивности падающего импульса вблизи критических углов происходит нарушение ПВО, поэтому нелинейная среда может служить фильтром импульсов высокой интенсивности. При учете дисперсии отражающей среды вблизи оптического резонанса в процессе отражения происходит перестройка светового поля импульса, связанная с различными временны́м и фазовым сдвигами каждой монохроматической компоненты. В этом случае нелинейная „добавка“ диэлектрической проницаемости может привести к заметному сдвигу минимума коэффициента отражения и частотной области, где отраженные импульсы деформируются сильнее всего.

При не слишком быстром изменении диэлектрической проницаемости в пределах ширины спектра импульса, например, вдали от резонансной частоты могут быть реализованы условия, когда отраженный импульс не теряет гауссовой формы и сдвигается вдоль временно́й оси без каких-либо внутренних перестроек его светового поля. В этом случае влияние нелинейности незначительно. Однако при многократном отражении, например, при распространении в плоском волноводе даже слабые деформации профиля могут накапливаться и играть существенную роль, что накладывает дополнительные ограничения на выбор несущей частоты и длительности импульса.

Список литературы

[1] *Вайнштейн Л.А.* // УФН. 1976. Т. 118. Вып. 2. С. 339–367.
[2] *Горбунов Е.В.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 5. С. 132–133.
[3] *Бакунов М.И., Гурбатов Н.С.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 6. С. 65–68.
[4] *Золотовский И.О., Семенцов Д.И.* // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 10.
[5] *Наседкина Ю.Ф., Семенцов Д.И.* // Опт. и спектр. 2008. Т. 104. № 4. С. 665–672.
[6] *Бойко Б.Б., Петров Н.С.* Отражение света от усиливающих и нелинейных сред. Минск: Наука и техника, 1988. 205 с.
[7] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970. 856 с.
[8] *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
[9] Физические величины. Справочник. А.П. Бабичев, Н.А. Бабушкин и др. / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мелихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
[10] *Ярив А., Юх П.* Оптические волны в кристаллах. Пер. с англ. / Под ред. И.Н. Сисакяна. М.: Мир, 1987. 410 с.