

Особенности гидродинамического режима проникания удлинённых ударников с учетом сжимаемости материалов

© С.В. Федоров, Я.М. Баянова

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
105005 Москва, Россия
e-mail: sm4@sm.bmstu.ru

(Поступило в Редакцию 8 ноября 2010 г.)

Рассмотрено влияние сжимаемости материалов на высокоскоростное проникание удлинённых металлических ударников в различные преграды в диапазоне скоростей взаимодействия до уровня 10 km/s. Исследования проведены на основе гидродинамической теории проникания. Рассчитаны поправки, обусловленные проявлением сжимаемости материалов, к скорости и глубине проникания, полученным М.А. Лаврентьевым в рамках представления процесса, как соударения струй идеальных несжимаемых жидкостей. Проанализировано изменение этих поправок в зависимости от скорости взаимодействия при реализации дозвуковых и сверхзвуковых режимов проникания. Показано, что в случае контрастных по характеристикам сжимаемости материалов ударника и преграды отклонение по глубине проникания от результата, предсказываемого гидродинамической теорией, базирующейся на предположении о несжимаемости материалов, может достигать 10–15%.

Важной с прикладной точки зрения является задача определения глубины проникания удлинённых высокоскоростных ударников (скорость движения — несколько километров в секунду) в различные преграды. В качестве подобных ударников могут рассматриваться, например, кумулятивные струи, формирующиеся при взрыве осесимметричного заряда взрывчатого вещества с выемкой на одном из торцов, покрытой тонкой металлической облицовкой [1]. Такие кумулятивные заряды широко используются для пробития различных преград, в частности, для перфорации нефтяных и газовых скважин [2].

При указанных скоростях взаимодействия влияние прочностных свойств материалов невелико, и проникание происходит в режиме, близком к гидродинамическому (с растеканием материалов ударника и преграды в процессе проникания). Процесс высокоскоростного проникания удлинённого ударника может быть разделен на три стадии: начальную (нестационарную), стадию установившегося проникания и инерционную (стадию инерционного расширения каверны в преграде после полного „срабатывания“ ударника). При этом основной вклад в пробитие достигается на стадии установившегося проникания.

В работе [1] была предложена гидродинамическая теория проникания, в рамках которой стационарная стадия проникания рассматривается, как процесс соударения струй идеальной несжимаемой жидкости. На основе данной модели для определения скорости проникания u_{c0} и глубины проникания L_0 получаются следующие простые соотношения: $u_{c0} = \gamma v_0 / (1 + \gamma)$; $L_0 = \gamma l_0$, где v_0 — скорость ударника; l_0 — длина ударника; $\gamma = \sqrt{\rho_{0p} / \rho_{0b}}$ (ρ_{0p} , ρ_{0b} — плотности материалов соответственно ударника и преграды). Рассчитываемая на основании данной модели глубина проникания удлинённого ударника при высоких скоростях взаимодействия достаточно хорошо согласуется с экспериментальными результатами.

В качестве некоторого уточнения данной теории представляет интерес рассмотреть влияние сжимаемости материалов ударника и преграды на характеристики процесса проникания (давление на границе контакта при скоростях взаимодействия в несколько километров в секунду может достигать сотен тысяч атмосфер, что должно приводить к ощутимому изменению плотности материалов). В настоящей работе расчетным путем исследуются особенности проникания удлинённых металлических ударников в различные преграды с учетом сжимаемости материалов. При этом, как и в [1], процесс проникания рассматривается, как соударение струй материалов. В рамках данной модели параметры на границе контакта струй определялись с помощью уравнений Бернулли, записываемых с учетом изменения плотности материалов струй [3]. При записи этих уравнений учитывалась также возможность формирования в струях присоединённых ударных волн (в том случае, когда процесс проникания для ударника или преграды носит сверхзвуковой характер, рис. 1).

В отличие от работы [4], также посвященной анализу данного вопроса, задача решается в несколько упрощённой постановке, что позволяло исходную систему уравнений для различных режимов проникания (дозвуковых и сверхзвуковых) сводить к единственному разрешающему уравнению относительно скорости проникания u_c с возможностью последующего получения аналитических выражений для поправок к „лаврентьевским“ значениям u_{c0} и L_0 . Основное упрощение состояло в используемом законе сжимаемости материалов — он брался в форме уравнения Тэта [5]:

$$p = A[(\rho/\rho_0)^n - 1], \quad (1)$$

где p — давление; ρ , ρ_0 — плотности материала соответственно при давлении p и в нормальных условиях; A , n — эмпирические константы.

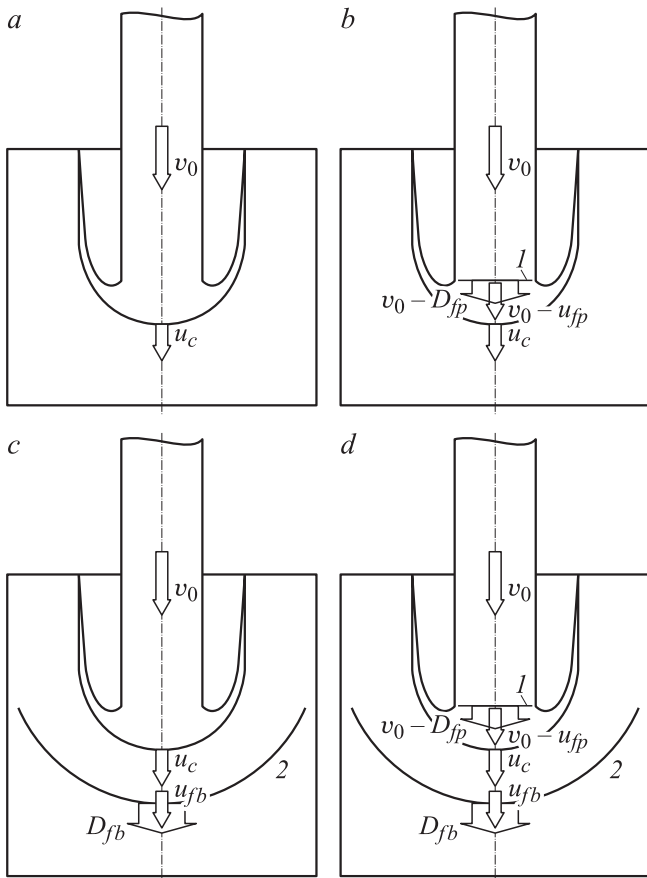


Рис. 1. Различные режимы высокоскоростного проникновения удлиненных ударников: *a* — без формирования присоединенных ударных волн; *b* — с формированием присоединенной ударной волны в ударнике; *c* — с формированием присоединенной ударной волны в преграде; *d* — с формированием присоединенных ударных волн в ударнике и преграде. *1* — фронт ударной волны в ударнике; *2* — фронт ударной волны в преграде.

При скоростях взаимодействия v_0 , соответствующих реализации в ударнике и преграде дозвуковых режимов (рис. 1, *a*) с помощью уравнений Бернулли связываются параметры на границе контакта и на достаточно большом удалении от нее в ударнике и преграде. Эти уравнения записываются в системе отсчета, связанной с границей контакта (движущейся со скоростью проникания u_c), и при учете сжимаемости материалов в соответствии с (1) имеют вид

$$\frac{u_c^2}{2} = \int_0^{p_c} \frac{dp}{\rho} = \frac{n_b A_b}{(n_b - 1) \rho_{0b}} \left[\left(1 + \frac{p_c}{A_b} \right)^{(n_b - 1)/n_b} - 1 \right] \quad (2)$$

для преграды, и

$$\frac{(v_0 - u_c)^2}{2} = \int_0^{p_c} \frac{dp}{\rho} = \frac{n_p A_p}{(n_p - 1) \rho_{0p}} \left[\left(1 + \frac{p_c}{A_p} \right)^{(n_p - 1)/n_p} - 1 \right] \quad (3)$$

для ударника, где p_c — давление на контактной границе, величины с нижним индексом p характеризуют материал

ударника, а с нижним индексом b — материал преграды. Выражая из соотношений (2), (3) значения p_c и приравнявая полученные выражения, приходим к следующему уравнению относительно скорости проникания u_c :

$$A_p \left\{ \left[1 + \frac{(n_p - 1) \rho_{0p} (v_0 - u_c)^2}{2 n_p A_p} \right]^{n_p / (n_p - 1)} - 1 \right\} = A_b \left\{ \left[1 + \frac{(n_b - 1) \rho_{0b} u_c^2}{2 n_b A_b} \right]^{n_b / (n_b - 1)} - 1 \right\}. \quad (4)$$

Если представить скорость проникания в виде $u_c = u_{c0} + \Delta u_c = u_{c0} (1 + \Delta u_c / u_{c0})$, где Δu_c — поправка к „лавернтьевскому“ значению скорости проникания u_{c0} , то в предположении малости соотношения $\Delta u_c / u_{c0}$ уравнение (4) может быть линеаризовано, что дает возможность аналитического определения из него величины Δu_c :

$$\Delta u_c =$$

$$\frac{A_p \left[\left(1 + \frac{(n_p - 1) \rho_{0p} (v_0 - u_{c0})^2}{2 n_p A_p} \right)^{n_p / (n_p - 1)} - 1 \right] - A_b \left[\left(1 + \frac{(n_b - 1) \rho_{0b} u_{c0}^2}{2 n_b A_b} \right)^{n_b / (n_b - 1)} - 1 \right]}{\rho_{0p} (v_0 - v_{c0}) \left(1 + \frac{(n_p - 1) \rho_{0p} (v_0 - u_{c0})^2}{2 n_p A_p} \right)^{1 / (n_p - 1)} + \rho_{0b} u_{c0} \left(1 + \frac{(n_b - 1) \rho_{0b} u_{c0}^2}{2 n_b A_b} \right)^{1 / (n_b - 1)}}.$$

С использованием найденного значения Δu_c поправка ΔL к „лавернтьевской“ глубине проникания L_0 может быть вычислена, как

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{v_0 \Delta u_c}{u_{c0} (v_0 - u_{c0})}.$$

В случае реализации сверхзвуковых режимов, так же, как и в [4], предполагалось, что сжатие материала происходит в два этапа — сначала в ударноволновом режиме на фронте присоединенной ударной волны, а затем в изоэнтропическом режиме на участке от фронта волны до границы контакта. При этом расчет параметров движения и состояния материалов соударяющихся струй (соответствующих ударнику и преграде) на фронте ударной волны производился с использованием ударной адиабаты в виде [6]

$$D_f = c_0 + \lambda u_f, \quad (5)$$

где D_f — скорость ударной волны, u_f — массовая скорость материала за фронтом волны, c_0 — скорость звука в материале в нормальных условиях, λ — эмпирический коэффициент. Использование ударной адиабаты материалов в приведенной форме позволяет для сверхзвуковых режимов взаимодействия достаточно просто свести задачу к единственному разрешающему уравнению относительно скорости проникания u_c , так же, как это было сделано выше для случая дозвукового проникания. При этом закон сжимаемости материалов на участке от фронта волны до границы контакта задавался соотношением (1), использованным в случае дозвукового взаимодействия.

Очевидно, описание поведения одного и того же материала при реализации в нем сверхзвукового режима

с использованием различных уравнений ((5) на фронте присоединенной ударной волны и (1) на участке от фронта до контактной границы) может проводиться при условии согласованности данных уравнений. Эмпирические коэффициенты A и n в уравнении сжимаемости в форме Тэта (1) для области высоких давлений (десятьки гипопаскалей), реализующихся при высокоскоростном соударении, определяются для различных материалов на основании экспериментов по их ударноволновому нагружению [7], так как получить такие давления в статических условиях технически сложно. Поэтому уравнение (1), как и соотношение (5), представляет собой фактически ни что иное, как ударную адиабату материала. Правомочность его использования для описания процесса изэнтропического сжатия обусловлена тем, что в случае малосжимаемых материалов (к числу которых относятся в первую очередь металлы, представляющие основной интерес, как материалы ударников и преград) отклонение ударной адиабаты от изэнтропы относительно невелико [6].

Таким образом, в рамках используемого для учета сжимаемости материалов при свехзвуковом взаимодействии подхода возникает задача согласования уравнений (1) и (5) (согласования входящих в них эмпирических коэффициентов A , n и c_0 , λ для одного и того же материала). Переход от ударной адиабаты, связывающей давление p_f и плотность ρ_f на фронте ударной волны, к ударной адиабате, определяющей взаимосвязь скорости ударной волны D_f и массовой скорости среды u_f за ее фронтом, осуществляется с использованием законов сохранения массы и импульса на фронте волны [6]

$$\rho_0 D_f = \rho_f (D_f - u_f); \quad p_f = \rho_0 u_f D_f.$$

Используя данные соотношения и принимая взаимосвязь значений p_f и ρ_f в виде (1), можно получить зависимость $D_f(u_f)$ в следующей неявной форме

$$D_f = \sqrt{\frac{A}{\rho_0 \beta} \left[\frac{1}{(1 - \beta)^n} - 1 \right]}, \quad (6)$$

где параметр β определяется, как $\beta = u_f / D_f$.

Расчеты по приведенной зависимости показывают, что связь между значениями волновой D_f и массовой u_f скоростей для различных материалов действительно с достаточной степенью точности может быть описана линейным соотношением (5) при надлежащем выборе входящих в него констант материала c_0 и λ . Для определения этих констант были привлечены следующие два условия — прямая (5) должна иметь общую точку с зависимостью (6) при $u_f = 0$ и угол наклона этой прямой должен совпадать с углом наклона касательной к кривой (6) в данной точке. Если в соотношении (6) устремить $\beta \rightarrow 0$, то на основании первого из использованных условий значение параметра c_0 в (5) (ассоциируемого со скоростью звука в материале) может быть определено, как

$$c_0 = \sqrt{nA/\rho_0}. \quad (7)$$

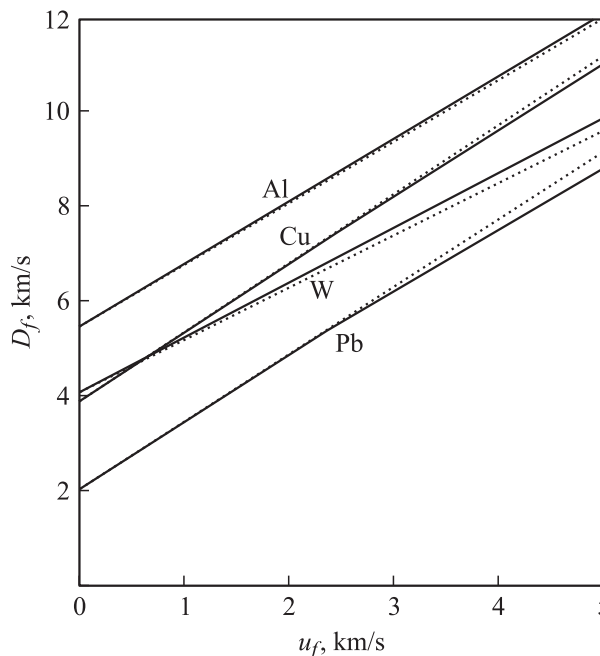


Рис. 2. Сравнение линейных зависимостей скорости ударной волны от массовой скорости материала за ее фронтом (пунктирные линии) с зависимостями, полученными на основании ударной адиабаты в форме Тэта (сплошные линии).

Чтобы применить второе условие, на основании зависимости (6) рассчитывалось значение производной

$$\frac{dD_f}{du_f} = \frac{dD_f/d\beta}{d\beta/du_f} = \frac{dD_f/d\beta}{D_f + \beta(dD_f/d\beta)}$$

при $\beta \rightarrow 0$. Полученный результат брался в качестве коэффициента λ в (5)

$$\lambda = \frac{n + 1}{4}. \quad (8)$$

Таким образом, при заданных параметрах A и n ударной адиабаты в форме Тэта (1) с помощью (7), (8) можно перейти к ударной адиабате того же материала в форме (5). На рис. 2 для ряда металлов с контрастными по сжимаемости свойствами проиллюстрировано сравнение зависимостей $D_f(u_f)$, рассчитанных на основании соотношения (6), вытекающего из (1), и на основании линейной аппроксимации (5). Видно, что в широком диапазоне изменения параметров нагружения материалов наблюдается очень близкое соответствие между линейной зависимостью (5) с вычисляемыми с использованием (7), (8) коэффициентами и результатами непосредственного определения взаимосвязи D_f и u_f из системы уравнений, включающей законы сохранения на фронте ударной волны и ударную адиабату в форме Тэта (1). Это дает основания использовать для описания поведения материалов ударника и преграды при реализации в них свехзвуковых режимов одновременно обоих соотношений (1) и (5).

С помощью уравнений Бернулли при реализации сверхзвукового режима связывались параметры на границе контакта и на фронте присоединенной ударной волны, причем, как уже отмечалось, взаимосвязь между давлением и плотностью материала бралась при этом в виде (1). В случае, когда проникание носит сверхзвуковой характер, как для преграды, так и для ударника (рис. 1, *d*), уравнения Бернулли (2), (3) приобретают соответственно вид

$$\frac{(u_c - u_{fb})^2}{2} = \int_{p_{fb}}^{p_c} \frac{dp}{\rho} = \frac{n_b A_b}{(n_b - 1) \rho_{0b}} \times \left[\left(1 + \frac{p_c}{A_b}\right)^{(n_b-1)/n_b} - \left(1 + \frac{p_{fb}}{A_b}\right)^{(n_b-1)/n_b} \right], \quad (9)$$

$$\frac{(v_0 - u_{fp} - u_c)^2}{2} = \int_{p_{fp}}^{p_c} \frac{dp}{\rho} = \frac{n_p A_p}{(n_p - 1) \rho_{0p}} \times \left[\left(1 + \frac{p_c}{A_p}\right)^{(n_p-1)/n_p} - \left(1 + \frac{p_{fp}}{A_p}\right)^{(n_p-1)/n_p} \right]. \quad (10)$$

Для определения входящих в (9), (10) значений давления p_{fb} , p_{fp} и массовой скорости u_{fb} , u_{fp} на фронтах присоединенных ударных волн в преграде и ударнике привлекались законы сохранения импульса, ударные адиабаты в форме (5) и условия неподвижности фронтов ударных волн относительно границы контакта:

$$\begin{cases} p_{fb} = \rho_{0b} u_{fb} D_{fb}; & \begin{cases} p_{fp} = \rho_{0p} u_{fp} D_{fp}; \\ D_{fb} = c_{0b} + \lambda_b u_{fb}; & \begin{cases} D_{fp} = c_{0p} + \lambda_p u_{fp}; \\ D_{fb} = u_c; & v_0 - D_{fp} = u_c. \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

В результате после приравнивания выражений для давления на контактной границе p_c , вытекающих из (9), (10), получается следующее соотношение для определения скорости проникания u_c , учитывающее сжимаемость материалов при реализации сверхзвуковых режимов, как в преграде, так и в ударнике

$$\begin{aligned} & A_p \left\{ \left[\frac{(n_p - 1) \rho_{0p}}{2 n_p \lambda_p^2 A_p} [(\lambda_p - 1)(v_0 - u_c) + c_{0p}]^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \left[1 + \frac{\rho_{0p}}{\lambda_p A_p} (v_0 - u_c)(v_0 - u_c - c_{0p}) \right]^{(n_p-1)/n_p} \right]^{n_p/(n_p-1)} - 1 \right\} \\ & = A_b \left\{ \left[\frac{(n_b - 1) \rho_{0b}}{2 n_b \lambda_b^2 A_b} [(\lambda_b - 1)u_c + c_{0b}]^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \left[1 + \frac{\rho_{0b}}{\lambda_b A_b} u_c(u_c - c_{0b}) \right]^{(n_b-1)/n_b} \right]^{n_b/(n_b-1)} - 1 \right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

В случае, когда сверхзвуковой режим реализуется только в одном из взаимодействующих материалов

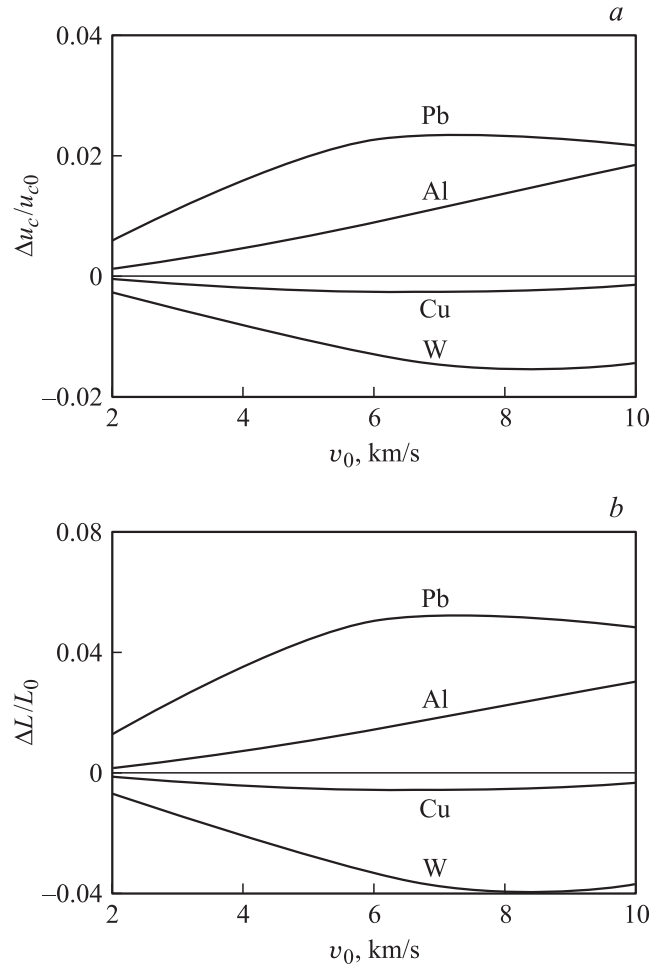


Рис. 3. Поправки к скорости (*a*) и глубине проникания (*b*), обусловленные сжимаемостью материалов, при взаимодействии ударников из различных металлов со стальной преградой.

(рис. 1, *b, c*), уравнение Бернулли для другого материала по-прежнему записывалось либо в виде (2) (если это материал преграды), либо в виде (3) (если это материал ударника). При этом результирующие соотношения для определения скорости проникания u_c при формировании присоединенной ударной волны только в ударнике или только в преграде получаются соответственно следующими

$$\begin{aligned} & A_p \left\{ \left[\frac{(n_p - 1) \rho_{0p}}{2 n_p \lambda_p^2 A_p} [(\lambda_p - 1)(v_0 - u_c) + c_{0p}]^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \left[1 + \frac{\rho_{0p}}{\lambda_p A_p} (v_0 - u_c)(v_0 - u_c - c_{0p}) \right]^{(n_p-1)/n_p} \right]^{n_p/(n_p-1)} - 1 \right\} \\ & = A_b \left\{ \left[1 + \frac{(n_b - 1) \rho_{0b} u_c^2}{2 n_b A_b} \right]^{n_p/(n_b-1)} - 1 \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & A_p \left\{ \left[1 + \frac{(n_p - 1)\rho_{0p}(v_0 - u_c)^2}{2n_p A_p} \right]^{n_p/(n_p - 1)} - 1 \right\} \\
 & = A_b \left\{ \left[\frac{(n_b - 1)\rho_{0b}}{2n_b \lambda_b^2 A_b} [(\lambda_b - 1)u_c + c_{0b}]^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \left[1 + \frac{\rho_{0b}}{\lambda_b A_b} u_c (u_c - c_{0b}) \right]^{(n_b - 1)/n_b} \right]^{n_b/(n_b - 1)} - 1 \right\}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Вычисляя из уравнений (11)–(13) значение u_c при различных режимах взаимодействия, далее можно рассчитать глубину проникания ударника, как $L = l_0 u_c / (v_0 - u_c)$, где l_0 — начальная длина ударника. Отметим, что, так же, как и уравнение (4) в случае дозвуковых режимов проникания, соотношения (11)–(13) могут быть линеаризованы путем представления скорости проникания u_c в виде суммы ее „лавертьевского“ значения u_{c0} и малой поправки к нему Δu_c .

В расчетах рассматривались начальные скорости взаимодействия v_0 до 15 км/с. В случае взаимодействия металлических ударников с металлическими преградами поправка к глубине проникания L_0 , определяемой по формуле Лаврентьева [1], для контрастных по харак-

теристикам сжимаемости пар металлов может быть на уровне 10% (рис. 3).

Интересно проследить за характером изменения поправки на сжимаемость с увеличением скорости взаимодействия v_0 и соответственно с переходом от дозвукового режима проникания к режимам с формированием присоединенных ударных волн. Эта поправка в зависимости от конкретной пары взаимодействующих материалов может изменяться немонотонно и даже может изменять свой знак (рис. 4).

Анализ результатов расчетов показывает, что при реализации изэнтропического сжатия (имеющего место при дозвуковых режимах проникания, а также на участках за фронтами присоединенных ударных волн до границы контакта при сверхзвуковых режимах) преимущество получает материал, обладающий более высокой сжимаемостью. Этот материал при проникании „срабатывается“ медленнее, чем это предсказывается гидродинамической теорией на основе модели несжимаемой жидкости [1]. При этом глубина проникания возрастает по сравнению с „лавертьевским“ значением L_0 , если более сжимаемым является материал ударника, и, напротив, уменьшается в противном случае. Противо-

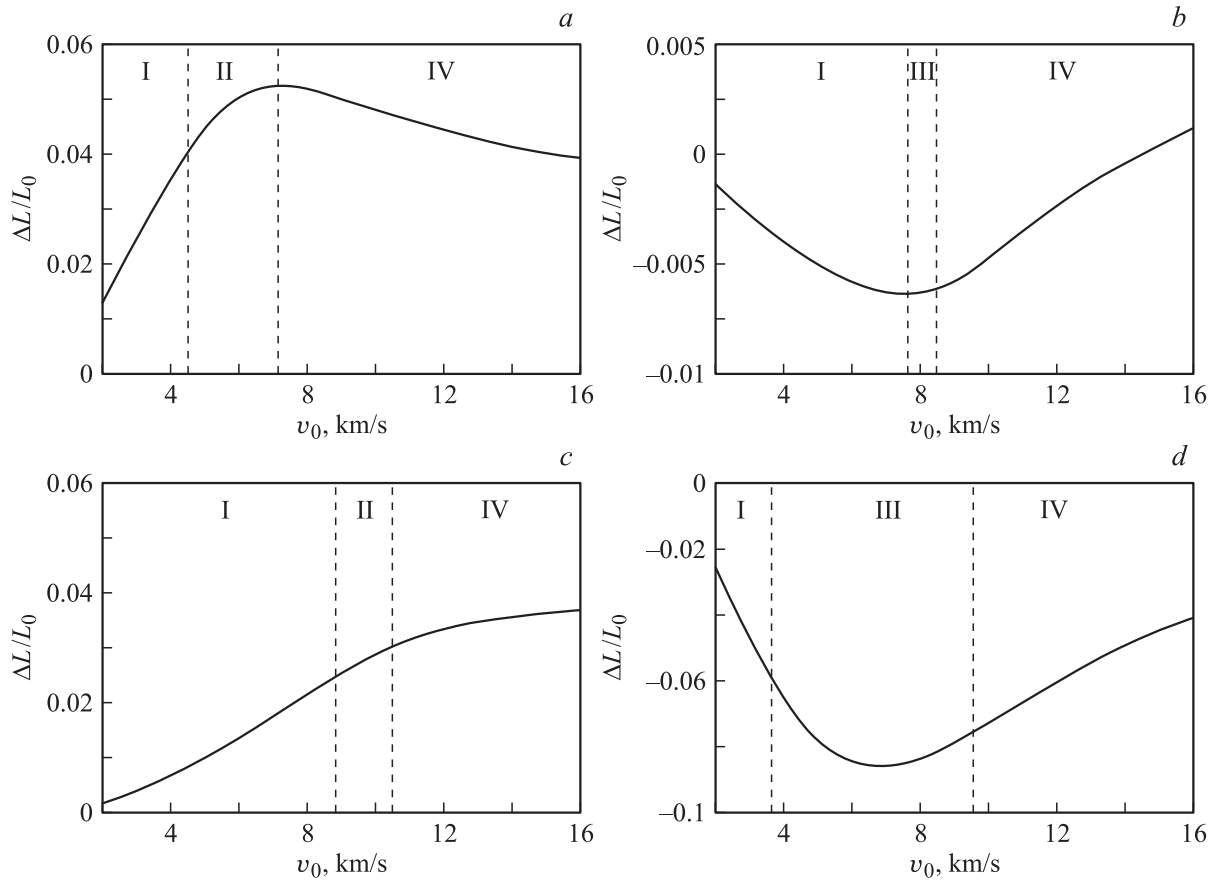


Рис. 4. Изменение поправки на сжимаемость при различных режимах взаимодействия: I — дозвуковые режимы в ударнике и преграде; II — сверхзвуковой режим в ударнике, дозвуковой режим в преграде; III — дозвуковой режим в ударнике, сверхзвуковой режим в преграде; IV — сверхзвуковые режимы в ударнике и преграде; *a* — преграда — Fe, ударник — Pb; *b* — преграда — Fe, ударник — Cu; *c* — преграда — Fe, ударник — Al; *d* — преграда — Pb, ударник — W.

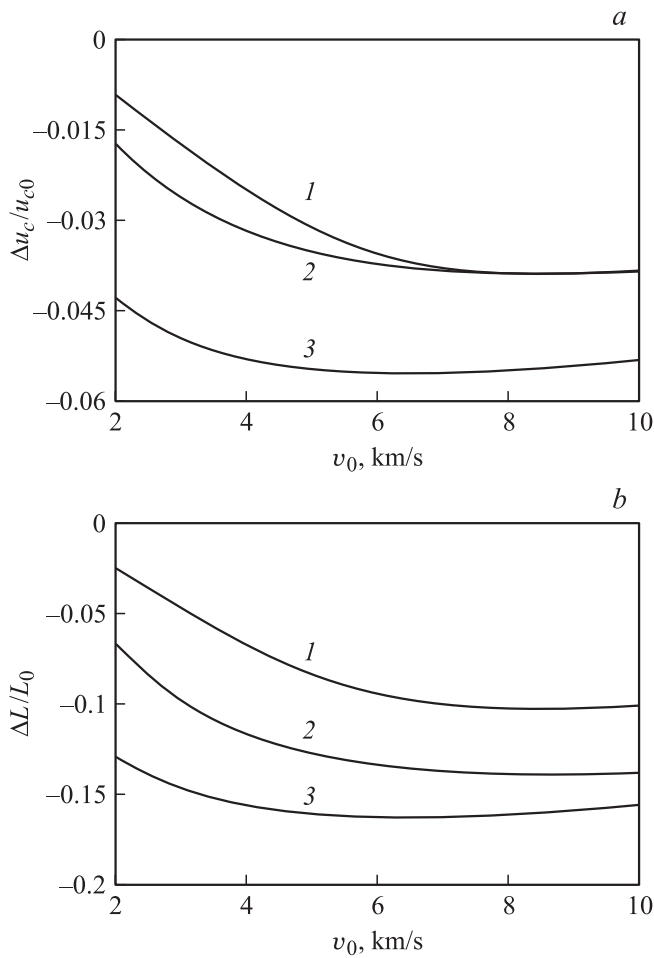


Рис. 5. Поправки к скорости (а) и глубине проникания (б), обусловленные сжимаемостью материалов, при взаимодействии медного ударника с водой и грунтово-скальными преградами: 1 — гранит, 2 — вода, 3 — песок.

ложная картина наблюдается при реализации ударно-волнового сжатия материалов на фронтах присоединенных ударных волн, когда процесс проникания носит сверхзвуковой характер. В данном случае в выигрыше уже оказывается более жесткий материал. Конкуренцией двух механизмов сжатия (изоэнтропического и ударно-волнового) и объясняется немонотонный вид зависимостей поправки на сжимаемость от скорости взаимодействия v_0 (рис. 4).

Примерно та же картина с немонотонным изменением поправки к глубине проникания, обусловленной сжимаемостью материалов, в зависимости от скорости ударника наблюдается и в случае взаимодействия удлиненных металлических ударников с водой и грунтово-скальными преградами (рис. 5). При этом глубина проникания металлических ударников в преграды подобного рода оказывается заметно меньше „лавертьевского“ значения L_0 (отклонение может достигать 15–20%), что, очевидно, уже необходимо учитывать на практике (например, при расчете проникания струй кумулятивных

перфораторов, используемых для перфорации нефтяных и газовых скважин).

Были проведены также расчеты, в которых дополнительно к сжимаемости учитывались прочностные свойства материалов, играющие существенную роль при относительно невысоких скоростях взаимодействия (в пределах 1–2 km/s). Исследования в данном направлении базировались на так называемой модифицированной гидродинамической теории проникания [8] с введением в уравнения Бернулли слагаемых, учитывающих прочностное сопротивление материалов.

Рассматривалось проникание удлиненного металлического ударника в металлическую преграду с прочностью, существенно превышающей прочность материала ударника (подобная ситуация реализуется, например, при проникании медной кумулятивной струи в стальную преграду высокой твердости). Так как влияние скоростей взаимодействия заметно сказывается при невысоких скоростях взаимодействия, имеет смысл ограничиться рассмотрением дозвуковых режимов проникания. При этом уравнение (4) для определения скорости проникания u_c , если учесть прочность преграды, согласно модифицированной гидродинамической теории преобразуется к виду

$$A_p \left\{ \left[1 + \frac{(n_p - 1)\rho_{0p}(v_0 - u_c)^2}{2n_p A_p} \right]^{n_p/(n_p - 1)} - 1 \right\} = A_b \left\{ \left[1 + \frac{(n_b - 1)\rho_{0b}u_c^2}{2n_b A_b} \right]^{n_b/(n_b - 1)} - 1 \right\} + H_b,$$

где H_b — характеристика прочностного сопротивления материала преграды. На основании данного уравнения, если положить в нем $u_c = 0$, можно определить предельную скорость ударника $v_{0\min}$, ниже которой прекращается процесс проникания в преграду с прочностью:

$$v_{0\min} = \sqrt{\frac{2n_p A_p}{(n_p - 1)\rho_{0p}} \left[\left(1 + \frac{H_b}{A_p} \right)^{(n_p - 1)/n_p} - 1 \right]}.$$

Учитывая, что в реальной ситуации $H_b/A_p \ll 1$, выражение для $v_{0\min}$ можно переписать в виде

$$v_{0\min} = \sqrt{\frac{2H_b}{\rho_{0p}}} \left[1 - \frac{H_b}{4n_p A_p} \right].$$

Из данного соотношения видно, что свойство сжимаемости материала ударника приводит к некоторому снижению (правда, очень незначительному) порога скорости, при которой начинается проникание в преграду с прочностью (в рамках модели несжимаемых материалов этот порог равен $v_{0\min} = \sqrt{2H_b/\rho_{0p}}$).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 11-08-1038-а).

Список литературы

- [1] *Лаврентьев М.А.* // Успехи математических наук. 1957. Т. 12. Вып. 4. С. 41–56.
- [2] *Фридляндер Л.Я., Афанасьев В.А., Воробьев Л.С.* и др. Прострелочно-взрывная аппаратура. Справочник. М.: Недра, 1990. 279 с.
- [3] *Златин Н.А.* // Некоторые проблемы прочности твердого тела. М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 222–229.
- [4] *Симонов И.В.* // Д.А.Н. 2001. Т. 376. № 1. С. 48–52.
- [5] *Фомин В.М., Гулидов А.И., Сапожников Г.А.* и др. Высокоскоростное взаимодействие тел. Новосибирск: Наука, 1999. 600 с.
- [6] Физика взрыва / Под ред. Л.П. Орленко. Т. 2. М.: Физматлит, 2002. 656 с.
- [7] Методы исследования свойств материалов при интенсивных динамических нагрузках / Под ред. М.В. Жерноклетова. Саров: РФЯЦ–ВНИИЭФ, 2005. 403 с.
- [8] *Сагомонян А.Я.* Проникание. М.: Изд-во МГУ, 1974. 300 с.