

01

Мейсснеровское состояние в трехмерной упорядоченной джозефсоновской среде

© М.А. Зеликман, К.А. Поцелуев

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
Санкт-Петербург, Россия
E-mail: marzelik@mail.ru

(Поступило в Редакцию 1 июня 2011 г.)

Получена система разностных уравнений, описывающих токовые конфигурации в трехмерной упорядоченной джозефсоновской среде, основанная на условиях квантования флюксоида в ячейках. Предложен метод точного решения системы в случае мейсснеровской конфигурации при любых значениях параметров. Рассчитаны токовые конфигурации для мейсснеровского режима, а также значения критических полей, выше которых мейсснеровская конфигурация не существует. Получены приближенные аналитические решения системы разностных уравнений, хорошо описывающие точное решение на большей части диапазона изменения параметров.

Введение

Эффект Мейсснера, т.е. выталкивание магнитного поля из объема сверхпроводника, имеет место как в обычных, так и в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП). Для обычных сверхпроводников физика этого эффекта понятна, и его теория, базирующаяся на уравнениях Гинзбурга–Ландау, построена еще до создания теории БКШ. В керамических ВТСП теоретическое описание эффекта Мейсснера сталкивается с некоторыми трудностями, которые вызваны гранулированностью образца. В первую очередь эти трудности связаны с ячеистой структурой среды, когда между соприкасающимися сверхпроводящими гранулами находятся диэлектрические области. В местах соприкосновения гранул друг с другом образуются джозефсоновские контакты, количество которых так велико, что такие среды иногда называются джозефсоновскими. Все эти джозефсоновские контакты являются нелинейными элементами, что сильно усложняет анализ таких сред. Токовые состояния как экранирующие, так и вихревые отличаются по своей структуре от существующих в обычных сверхпроводниках. Уравнения Гинзбурга–Ландау неприменимы в этой ситуации, и нужно искать другую основу для математического описания гранулированных сверхпроводников.

В [1] предложена модель гранулированного ВТСП, в которой в качестве математической основы описания используется система уравнений квантования флюксоида в ячейках. Эта модель представляет собой кубическую решетку, состоящую из сверхпроводящих проводов, каждая связь которой содержит один джозефсоновский контакт. Как показали расчеты, такой модели, которую принято называть трехмерной упорядоченной джозефсоновской средой, присущи все свойства, характерные для сверхпроводников во внешнем магнитном поле: мейсснеровские экранирующие токи, взаимодействующие друг с другом вихри, набор характерных полей и т.п., причем даже количественные соотношения аналогичны имеющим место в обычных и высокотемпературных

сверхпроводниках. При этом математическое описание, основанное на уравнениях квантования флюксоида в ячейках, позволяет исследовать все детали токовых конфигураций. Поэтому использование этого подхода целесообразно при анализе процессов, происходящих в реальных ВТСП.

Система уравнений, выведенных в [1], содержит два безразмерных параметра I и b , смысл которых будет понятен из дальнейшего изложения. Анализ токовых конфигураций в [1] и в дальнейших исследованиях (например, [2,3]) проводился только для отдельных частных случаев. В [1] рассматривались только малые магнитные поля, что позволяло подтвердить применимость предлагаемого математического подхода, но не давало возможности исследовать предельные значения поля, при котором возможно мейсснеровское состояние. В [2] анализировался только случай $I \ll 1$, в [3] — только ситуации с $b = 0$. Целью настоящей работы является анализ мейсснеровского состояния на базе того же математического подхода во всем возможном диапазоне полей и значений параметров I и b .

Основные уравнения

Рассмотрение будет проводиться на модели, представляющей собой простую кубическую решетку с постоянной решеткой a , состоящую из сверхпроводящих проводов, каждая связь которой содержит один джозефсоновский контакт, причем все контакты имеют малые размеры, т.е. джозефсоновские вихри в них отсутствуют, и обладают одной и той же величиной критического тока J_c . Токовое распределение имеет слоистую структуру, т.е. во всех параллельных плоскостях, перпендикулярных внешнему полю и расположенных на расстоянии a друг от друга, токи распределены идентично.

Пусть образец, имеющий форму толстой пластины, бесконечной в двух направлениях, помещен во внешнее магнитное поле \mathbf{H}_e , параллельное плоскости пластины.

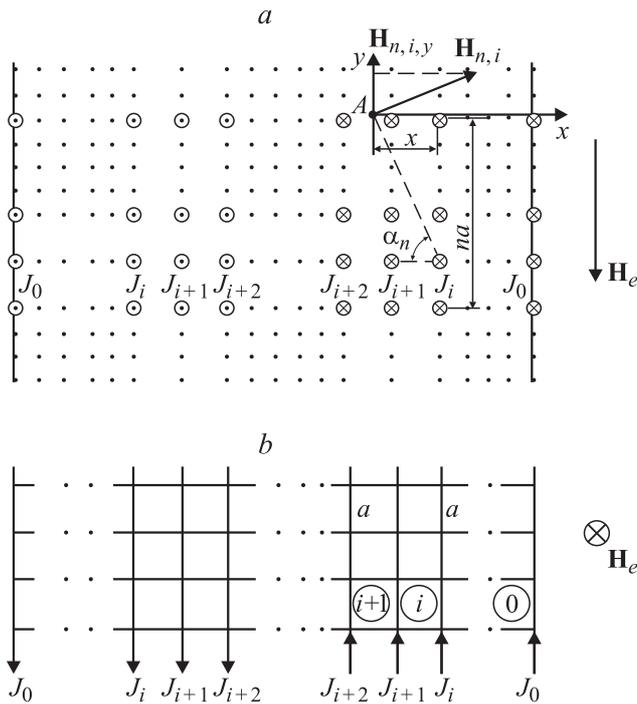


Рис. 1. Распределение экранирующих токов в образце: a — в плоскости внешнего магнитного поля H_e ; b — в плоскости, перпендикулярной H_e . Точки и крестики в кружках обозначают направление тока в соответствующем проводе. Буквы в кружках соответствуют номерам ячеек, используемых при расчетах.

В образце возникнут экранирующие токи, текущие вдоль его поверхности и замыкающиеся на бесконечности, как это показано на рис. 1. Обозначим величину силы тока, текущего в граничном слое, через J_0 . По мере углубления в образец имеем токи J_1, J_2 и т.д. В глубине образца токи равны нулю, что является одним из граничных условий.

Найдем поле токовой структуры в точке A , находящейся в одном из слоев. Поместим начало координат в точку A , ось x направим из образца наружу. Тогда поле, создаваемое в точке A линейным бесконечным током J_i , удаленным от слоя точки A на расстояние na , будет равно

$$H_{n,i}(x) = \frac{J_i}{2\pi\sqrt{x^2 + (na)^2}}, \quad (1)$$

$$H_{n,i,y}(x) = H_{n,i} \cos \alpha_n = \frac{J_i x}{2\pi(x^2 + n^2 a^2)}.$$

Результирующая горизонтальная составляющая поля $H_{i,x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n,i,x}$ в точке, принадлежащей одному из слоев, равна нулю, так как токи J_i , расположенные симметрично по обе стороны этого слоя, вносят вклады в $H_{i,x}$, равные по величине, но противоположные по знаку. В вертикальную же составляющую эти вклады

входят с одним знаком, т.е.

$$H_{i,y} = H_{0,i,y} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} H_{n,i,y} = \frac{J_i}{2\pi x} + \frac{J_i}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{(x^2 + n^2 a^2)}. \quad (2)$$

Согласно [4]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{(x^2 + n^2 a^2)} = \frac{\pi}{2h} \left(\operatorname{cth} \frac{\pi x}{a} - \frac{a}{\pi x} \right). \quad (3)$$

Тогда

$$H_{i,y} = \frac{J_i}{2a} \operatorname{cth} \frac{\pi x}{a}. \quad (4)$$

Учитывая вклад в поле и от левых частей токов J_i , протекающих с другой стороны образца, по формуле (4), но при $x \gg a$ получим

$$H_i(x) = \frac{J_i}{2a} \left(1 + \operatorname{cth} \frac{\pi x}{a} \right). \quad (5)$$

Из (5) следует, что в ячейках, не граничащих с токами J_i (т.е. при $|x| > a$), поле можно рассчитывать как поле соленоида, т.е. токи, текущие ближе к центру, не дают вклада в поле, так как $\operatorname{cth}(\pi x/a) \approx -1$ при $x < -a$, а те, что ближе к поверхности, дают вклад $H_i = J_i/a$. Учитывая все токи J_i , получим для поля в m -й ячейке $a \times a$, находящейся между токами J_m и J_{m+1} (номера ячеек указаны в кружочках на рис. 1, б):

$$H(x) = \sum_{i=0}^{m-1} \frac{J_i}{a} + \frac{J_m}{2h} \left(1 + \operatorname{cth} \frac{\pi x}{a} \right) + \frac{J_{m+1}}{a} \left(1 - \operatorname{cth} \frac{\pi(a-x)}{a} \right), \quad (6)$$

где x — расстояние вдоль оси x от точки A до тока J_m .

В каждой из ячеек выполняется условие квантования флюксоида, согласно которому сумма скачков фазы по замкнутому контуру с джозефсоновскими контактами должна равняться нормированному магнитному потоку через контур. Для рассматриваемой мейснеровской конфигурации оно примет вид

$$2\pi\Phi_m/\Phi_0 + \varphi_m - \varphi_{m+1} = 0, \quad (7)$$

где Φ_0 — квант магнитного потока, Φ_m — полный магнитный поток через m -ю ячейку. φ_i — разность фаз на i -м контакте, так что

$$J_i = J_C \sin \varphi_i. \quad (8)$$

Магнитный поток Φ_m равен

$$\Phi_m = \mu_0(a - 2\delta) \int_{\delta}^{a-\delta} H(x) dx = \mu_0(a - 2\delta)^2 \left(\sum_{k=1}^m \frac{J_k}{a} + \frac{b}{a} (J_{m-1} - J_m) - H_e \right), \quad (9)$$

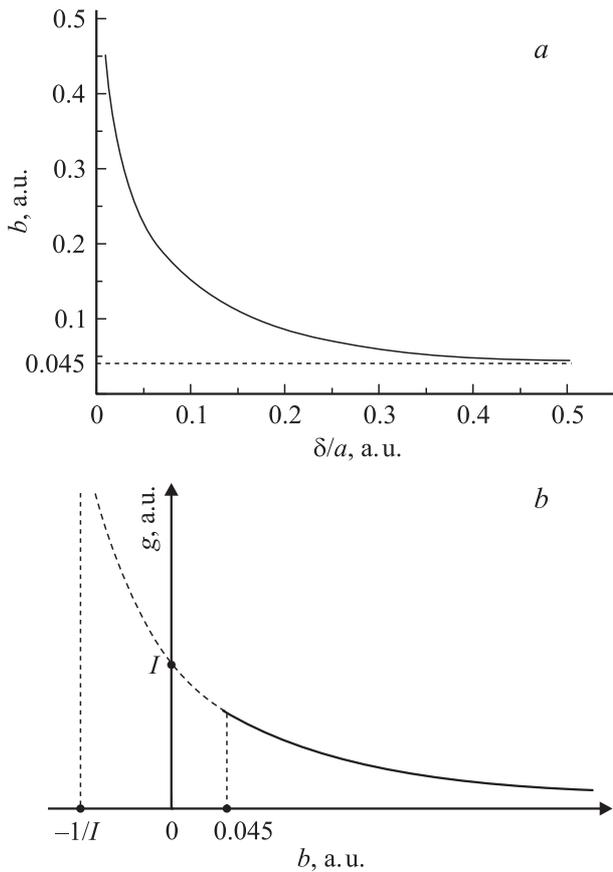


Рис. 2. *a* — зависимость параметра b от величины δ/a ; *b* — зависимость параметра g от величины b .

где

$$b = \frac{1}{2\pi(1-2\delta/a)} \ln \frac{1 - \exp(-2\pi(1-\delta/a))}{1 - \exp(-2\pi\delta/a)}. \quad (10)$$

Безразмерный параметр b , который будем называть структурным фактором, связан с неоднородностью поля в ячейках из-за дискретности распределения токов вдоль оси y . Если бы поле было однородным, то b равнялся бы нулю. Такая ситуация реализуется в искусственной структуре, созданной из сверхпроводящих нитей, склеенных друг с другом по всей длине, так что джозефсоновскими контактами являются поверхности соединения нитей, а внешнее поле направлено вдоль нитей. В рассматриваемой в настоящей работе геометрии b не обращается в нуль никогда. Ни рис. 2, *a* приведен график зависимости параметра b от δ/a .

Подставим (8) и (10) в (9), получим

$$2\pi h - I \sum_{i=0}^m \sin \varphi_i - (bI \sin \varphi_m + \varphi_m) + (bI \sin \varphi_{m+1} + \varphi_{m+1}) = 0, \quad (11)$$

где $I = 2\pi\mu_0(a-2\delta)^2 J_C / a\Phi_0$ — так называемый параметр пиннинга, $h = H_e / H_0$ — нормированная напряжен-

ность внешнего поля, $H_0 = \Phi_0 / \mu_0 S$ — значение внешнего поля, при котором через каждую ячейку площадью $S = (a-2\delta)^2$ проходит 1 квант магнитного потока Φ_0 . Вычтя из (11) аналогичное уравнение для $(m-1)$ -й ячейки, получим

$$(bI \sin \varphi_{m+1} + \varphi_{m+1}) - 2(bI \sin \varphi_m + \varphi_m) + (bI \sin \varphi_{m-1} + \varphi_{m-1}) = I \sin \varphi_m, \quad (m \geq 1). \quad (12)$$

Граничным условием к системе (12) является условие (11) при $m = 0$:

$$2\pi h - I \sin \varphi_0 - (bI \sin \varphi_0 + \varphi_0) + (bI \sin \varphi_1 + \varphi_1) = 0. \quad (13)$$

Анализ решений системы (12) и (13) в [3] проводился только для случая $b = 0$. Мы будем искать решение во всем диапазоне значений параметра b .

Случай малых скачков фазы

Рассмотрим ситуацию, в которой скачки фазы на всех контактах, кроме ближайших к границе, малы, т.е. $\sin \varphi_i \approx \varphi_i$ для $i > 0$. Тогда (12) принимает вид

$$\varphi_{m+1} - (2+g)\varphi_m + \varphi_{m-1} = 0 \quad (m \geq 2), \quad (14)$$

$$\varphi_2 - (2+g)\varphi_1 + \varphi_0 = gb(\varphi_0 - \sin \varphi_0), \quad (15)$$

где

$$g = I/(Ib + 1) = 1/(b + 1/I) \quad (16)$$

Величина g представляет собой „эффективное“ значение параметра пиннинга. График зависимости g от b приведен на рис. 2, *b*. При изменении I гиперболу надо передвигать горизонтально, так чтобы график пересекал ось g в точке I .

Система разностных уравнений с постоянными коэффициентами (14) имеет решение вида

$$\varphi_m = C\gamma^{m-1} + C_1\gamma_1^{m-1}, \quad (m \geq 1), \quad (17)$$

где γ и γ_1 — корни характеристического уравнения.

$$\gamma^2 - (2+g)\gamma + 1 = 0, \quad (18)$$

$$\gamma = g/2 + 1 - \sqrt{(g/2)^2 + g}. \quad (19)$$

$$\gamma_1 = g/2 + 1 + \sqrt{(g/2)^2 + g},$$

Поскольку $g > 0$, то оба корня положительны, но $\gamma < 1$, а $\gamma_1 > 1$. С увеличением номера m второй член в (17) будет неограниченно возрастать, что противоречит условию отсутствия токов внутри образца. Поэтому $C_1 = 0$ и решение имеет вид

$$\varphi_m = C\gamma^{m-1} \quad (m \geq 1), \quad (20)$$

т.е. глубина проникновения может быть определена как $\lambda = -1/\ln \gamma$.

Величины $C = \varphi_1$ и φ_0 найдем из (13) и (15):

$$\varphi_1 = \gamma\varphi_0 - \gamma gb(\varphi_0 - \sin \varphi), \quad (21)$$

а φ_0 — корень уравнения

$$\sin \varphi_0 = \frac{2\pi h - \varphi_0(1 - \gamma)}{I(1 + b(1 - \gamma))}. \quad (22)$$

Максимальное значение h , т.е. граница мейснеровской области, находится из условия $\partial h/\partial \varphi_0 = 0$:

$$\cos \varphi_0 = -\frac{1}{I(b + 1/(1 - \gamma))}. \quad (23)$$

При $I \gg 1$ получим

$$\varphi_0 \approx \frac{\pi}{2} + \frac{1}{I(b + 1/(1 - \gamma))} \quad (24)$$

и

$$h_{\max} = 0.25(1 - \gamma) + I(1 + b(1 - \gamma))/2\pi + (1 - \gamma)^2/4\pi I(1 + b(1 - \gamma)). \quad (25)$$

Из рис. 2, а можно заключить, что практически значимые величины структурного фактора b , соответствующие $0.01 \leq \delta/a \leq 0.5$, находятся в диапазоне от 0.454 до 0.045. Поэтому, например, при $I \geq 3$ значение параметра $g = 1/(b + 1/I)$ больше 2, а соответствующее значение γ меньше $2 - \sqrt{3} \approx 0.27$. Тогда из (21) следует, что $\varphi_1 < \gamma\varphi_0 < 0.4$, т.е. условие $\sin \varphi_1 \approx \varphi_1$ выполняется при $I \geq 3$.

Квазинепрерывный случай

При малых значениях параметра I ($I \ll 1$) величина Ib становится малой, так что ситуация перестает зависеть от структурного фактора b (с точностью до первого порядка по Ib). Тогда система дискретных уравнений (12) и (13) примет вид

$$\varphi_{m+1} - 2\varphi_m + \varphi_{m-1} = I \sin \varphi_m, \quad (m \geq 1), \quad (26)$$

$$2\pi h = I \sin \varphi_0 + \varphi_0 - \varphi_1. \quad (27)$$

Получим дифференциальное уравнение, заменяющее (26). Для этого рассмотрим функцию $\varphi(\chi)$ (координата χ измеряется в единицах a и отсчитывается от границы внутрь образца), разложим ее в степенной ряд и запишем значения φ_{m+1} и φ_{m-1} в виде

$$\varphi_{m\pm 1} = \varphi_m \pm \varphi_m' + \frac{1}{2} \varphi_m'' \pm \frac{1}{6} \varphi_m''' + \frac{1}{24} \varphi_m^{IV} + \dots, \quad (28)$$

где верхние индексы обозначают порядок производной, взятой по координате χ , а нижний индекс — точку, в которой эти производные вычислены.

Подставив (28) в (26), получим

$$\varphi_m'' + \frac{1}{12} \varphi_m^{IV} + \frac{1}{360} \varphi_m^{VI} + \dots = I \sin \varphi_m. \quad (29)$$

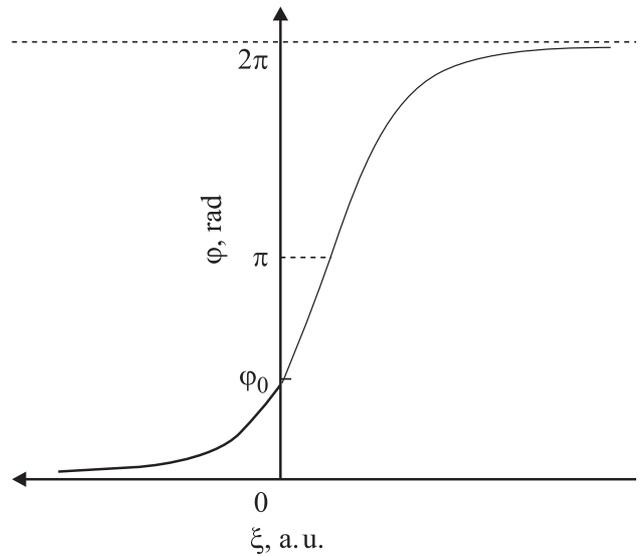


Рис. 3. Универсальная кривая зависимости скачка фазы на контакте от нормированного расстояния от границы.

Переходя к переменной $\xi = \chi\sqrt{I}$ и опуская индекс, получим

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{I}{12} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \xi^4} + \frac{I^2}{360} \frac{\partial^6 \varphi}{\partial \xi^6} \dots = \sin \varphi. \quad (30)$$

Из (30) видно, что с точностью до первого порядка по I система (26) может быть заменена дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = \sin \varphi, \quad (31)$$

решение которого при граничном условии $\varphi(0) = \varphi_0$ имеет вид [5]

$$\varphi = 4 \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{\varphi_0}{4} \exp(-\xi) \right). \quad (32)$$

Универсальная кривая, изображающая это решение при любых значениях φ_0 , приведена на рис. 3. Для получения решения с конкретным φ_0 нужно просто разместить границу в том месте кривой, где $\varphi = \varphi_0$.

Значение нормированной напряженности магнитного поля находится из граничного условия (27), которое принимает вид

$$2\pi h = -\varphi_0' - \varphi_0''/2 - \varphi_0'''/6 - \dots + I \sin \varphi_0. \quad (33)$$

Подставляя в (33) полученные из (31) и (32) формулы $\varphi_0' = -2I^{0.5} \sin(\varphi_0/2)$, $\varphi_0'' = I \sin \varphi_0$, $\varphi_0''' = I \cos \varphi_0$, $\varphi_0^{IV} = -2I^{1.5} \cos \varphi_0 \sin(\varphi_0/2)$, получим следующую связь между h и φ_0 :

$$2\pi h = 2I^{0.5} \sin(\varphi_0/2) + 0.5I \sin \varphi_0 + 2I^{1.5} \cos \varphi_0 \sin(\varphi_0/2) + \dots \quad (34)$$

Будем искать максимальное значение h и соответствующее значение φ_0^* по методу последовательных приближений. В первом приближении считаем $2\pi h = 2I^{0.5} \sin(\varphi_0/2)$, тогда $2\pi h_{\max} = 2I^{0.5}$ при $\varphi_0^* = \pi$. Во втором приближении считаем $\varphi_0 = \pi - \alpha$ и $2\pi h = 2I^{0.5} \sin(\varphi_0/2) + 0.5I \sin \varphi_0 = 2I^{0.5} (1 - \alpha^2/8) + 0.5I\alpha$. Максимальное значение напряженности поля, при котором существует мейсснеровское решение, достигается при $\alpha = \sqrt{I}$, т. е. при

$$\varphi_0^* = \pi - \sqrt{I}, \quad (35)$$

и равняется

$$h_{\max} = \frac{\sqrt{I}}{\pi}. \quad (36)$$

Точное решение

Найдем точное решение системы (12). Введем новую переменную

$$\chi_m = bI \sin \varphi_m + \varphi_m. \quad (37)$$

Тогда систему (12) можно записать в рекуррентном виде

$$\chi_{m+1} = 2\chi_m - \chi_{m-1} + I \sin \varphi_m. \quad (38)$$

Для численного решения системы (38) вначале берем произвольное значение φ_0 и пробное значение φ_1 , меньшее φ_0 . Затем по формулам (37) считаем для этих φ_0 и φ_1 значения переменных χ_0 и χ_1 и подставляем их в уравнение (38) для $m = 1$. В результате получим значение χ_2 , для которого также должна выполняться формула (37). Решая трансцендентное уравнение (37) при этом значении χ_2 , найдем значение φ_2 . Если оно меньше, чем φ_1 (в согласии с условием убывания значений φ_m при росте m в мейсснеровском случае), то его можно использовать для нахождения φ_3 , подставляя на этот раз значения χ_1 и χ_2 в уравнение (38) при $m = 2$ и т.д. Если же на каком-то этапе вычисленное значение φ_m не удовлетворяет требованию $\varphi_m < \varphi_{m-1}$, то необходимо изменить пробное значение φ_1 и повторить процедуру. Таким образом, задаваясь разными значениями φ_0 , находим соответствующие им возможные значения φ_1 , при которых существует решение в виде комбинаций значений φ_m , монотонно убывающих при неограниченном росте m . Далее из соотношения (13) вычисляем соответствующее полученному решению значение нормированной напряженности внешнего магнитного поля h .

Результаты расчетов, их интерпретация и анализ

На рис. 4 приведены графики численно рассчитанных зависимостей $h(\varphi_0)$ для нескольких значений I и b . Начальный участок зависимости до максимума соответствует мейсснеровскому режиму. Максимально возможное значение h_{\max} соответствует величине магнитного

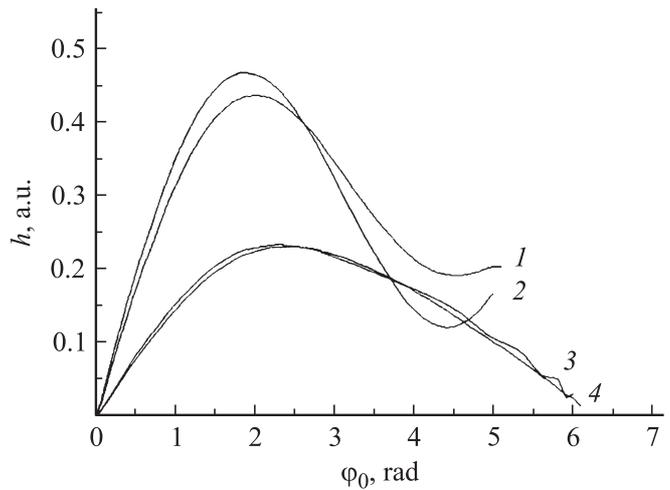


Рис. 4. Зависимость нормированного внешнего поля h от скачка фазы φ_0 на границе образца для различных значений параметров I и b : 1 — $I = 1.5$; $b = 0.049$, 2 — $1.5, 0.454$, 3 — $0.5, 0.049$, 4 — $0.5, 0.454$.

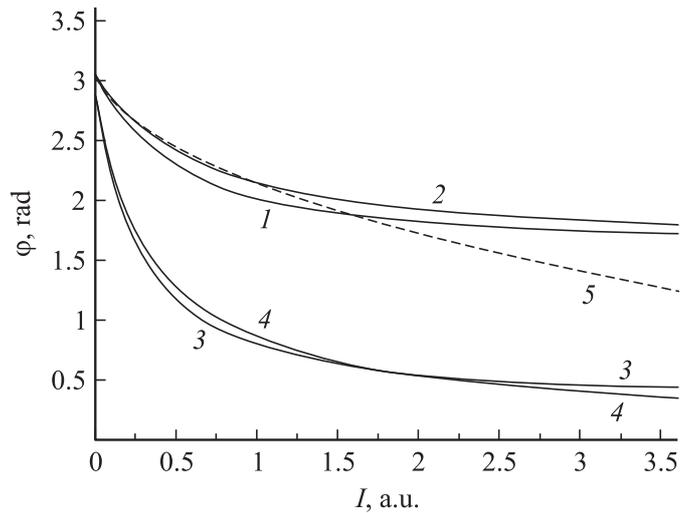


Рис. 5. Графики зависимостей φ_0^* и φ_1^* от параметра пиннинга I для различных значений структурного фактора b : 1 — φ_0^* при $b = 0.454$ ($\delta/a = 0.01$), 2 — φ_0^* при $b = 0.049$ ($\delta/a = 0.4$), 3 — φ_1^* при $b = 0.454$, 4 — φ_1^* при $b = 0.049$. Для сравнения приведена кривая 5 теоретической зависимости (35): $\varphi_0^* = \pi - \sqrt{I}$.

поля H_S , выше которой мейсснеровское решение отсутствует.

На рис. 5 и 6 приведены графики зависимостей φ_0^* , φ_1^* и h_{\max} от параметра пиннинга I для различных значений структурного фактора b , а также теоретических зависимостей (35) и (36), аппроксимирующих их при малых значениях параметра I .

При одних и тех же значениях I величина h_{\max} тем больше, чем больше b . Значения φ_0^* , хотя и в меньшей степени зависят от b , но демонстрируют уменьшение φ_0^* с увеличением b .

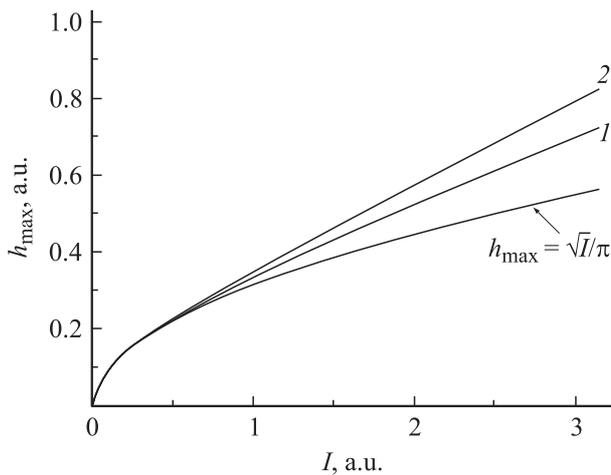


Рис. 6. Графики зависимостей h_{\max} от параметра пиннинга I для различных значений структурного фактора b : 1 — 0.049, 2 — 0.454. Для сравнения приведена кривая теоретической зависимости (36).

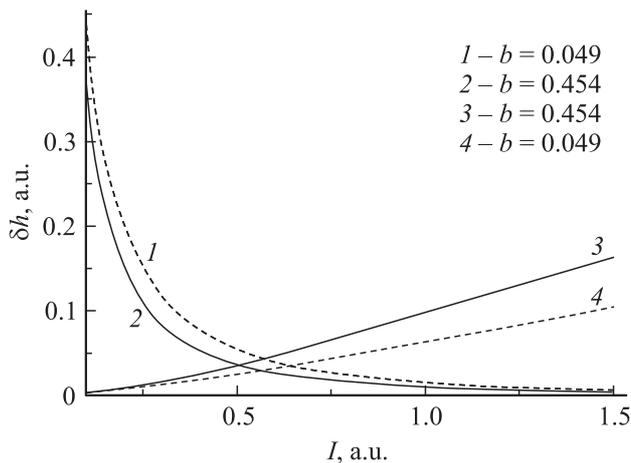


Рис. 7. Относительные отклонения результатов компьютерного расчета от теоретических зависимостей (25) (кривые 1 и 2) и (36) (кривые 3 и 4) при разных значениях b ; 1 — 0.049, 2 — 0.454, 3 — 0.454, 4 — 0.049.

Зависимость $\varphi_1^*(I)$ показывает, что для любых реальных b при $I > 2$ условие $\sin \varphi_1^* \approx \varphi_1^*$ выполняется, т. е. справедливо приближение малых скачков фазы.

Кривые, рассчитанные по (25) при соответствующих значениях I и b , практически совпадают с кривыми 1 и 2 на рис. 6, поэтому они на нем не приведены. На рис. 7 приведены относительные отклонения $\delta h = |h_{\max} - h_{\text{theor}}|/h_{\max}$ результатов компьютерного расчета от теоретических зависимостей (25) и (36). Максимальные отклонения в несколько процентов наблюдаются при I порядка единицы, но с некоторым приближением можно считать что при $I < 0.5$ точная зависимость довольно хорошо описывается формулой (36), а при $I > 0.5$ — формулой (25).

Заключение

Получена система разностных уравнений, описывающих токовые конфигурации в трехмерной упорядоченной джозефсоновской среде, основанная на условиях квантования флюксоида в ячейках. Показано, что эта система характеризуется двумя безразмерными параметрами — I и b .

Предложен метод точного решения системы в случае мейснеровской конфигурации при любых значениях параметров. Рассчитаны токовые конфигурации для мейснеровского режима, а также значения критических полей, выше которых мейснеровская конфигурация не существует. Увеличение структурного фактора b ведет к росту критических полей.

Получены приближенные аналитические решения системы разностных уравнений для случаев малых I и малых значений скачков фазы, хорошо описывающие точное решение на большей части диапазона изменения параметров.

Таким образом, показано, что математический подход, основанный на условиях квантования флюксоида, является эффективным инструментом для решения задач, касающихся процессов, происходящих в трехмерной упорядоченной джозефсоновской среде, что делает его полезным и для анализа проблем гранулированных ВТСП.

Список литературы

- [1] Zelikman M.A. // Supercond. Sci. Tech. 1997. Vol. 10. N. 7. P. 469.
- [2] Zelikman M.A. // Supercond. Sci. Tech. 1997. Vol. 10. N 11. P.795.
- [3] Зеликман М.А. // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 10. С. 68.
- [4] Градштейн И.С., Рыжик И.М. // Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1097 с.
- [5] Кулик И.О., Янсон И.К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М.: Наука, 1970. 276 с.