

07

Высокочастотная модуляция света при дифракции на брэгговской решетке с бегущей волной показателя преломления

© А.А. Грешнов, В.В. Лебедев, А.В. Шамрай

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе,
194021 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: achamrai@mail.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 21 июня 2011 г. В окончательной редакции 22 февраля 2012 г.)

Проведен теоретический анализ дифракции на брэгговской решетке при высокочастотной модуляции показателя преломления среды. Исследовано влияние характеристик решетки и параметров высокочастотного сигнала на эффективность модуляции оптических сигналов на частотах свыше 10 GHz.

Введение

Одним из наиболее распространенных классов узкополосных оптических фильтров являются брэгговские решетки. Особый интерес с точки зрения практических применений представляют управляемые брэгговские решетки [1]. На сегодняшний день такие решетки работают при относительно низких частотах управляющих сигналов, ограниченных в основном методом изменения оптических характеристик среды, в которой сформирована решетка. Хорошо известны перестраиваемые брэгговские решетки с температурным [2,3] и механическим (деформационным) [4] управлением. Большое по сравнению со временем распространения света внутри решетки характерное время изменения оптических характеристик среды (> 1 ms) позволяет рассматривать процесс дифракции света на управляемой решетке в квазистационарном приближении. При этом временные изменения характеристик среды приводят к временным изменениям спектральной характеристики решетки, которая формируется за счет интерференции отраженных от разных периодов световых волн при фиксированных для данного момента времени оптических характеристиках среды.

Использование электрооптического эффекта [4] или оптической нелинейности материала [5] позволяет значительно увеличить частоты управления характеристиками среды и дифракцией света на брэгговской решетке. При частотах порядка 10 GHz и выше характерное время изменения характеристик среды становится сопоставимо или даже меньше времени распространения света вдоль решетки, поэтому использование квазистационарного описания дифракции становится неправомерным. В то же время именно высокочастотное (> 10 GHz) управление брэгговскими решетками является особенно интересным для разработки новых форматов модуляции и кодирования оптических сигналов [6].

Целью настоящей работы является теоретический анализ дифракции на брэгговской решетке при высокочастотной модуляции показателя преломления среды, которое может быть реализовано при электрооптическом управлении брэгговской решеткой с использова-

нием копланарных электродов, как в высокочастотных интегрально-оптических модуляторах [7].

1. Конфигурация брэгговской решетки с СВЧ-управлением

Основу системы, схематично изображенной на рис. 1, *a*, составляет подложка из электрооптического материала, в которой сформированы каналный оптический волновод и статическая брэгговская решетка.

На практике хорошо зарекомендовали себя оптические волноводы на подложках ниобата лития, изготовленные по технологии термической диффузии титана.

Методы формирования статической брэгговской решетки могут быть различные, например травление с использованием фотолитографии или голографическая запись за счет фоторефрактивного эффекта. В теоретическом анализе, проведенном в настоящей работе, использовались параметры брэгговской решетки, характерные для голографических фоторефрактивных решеток на подложках ниобата лития. Типичная величина

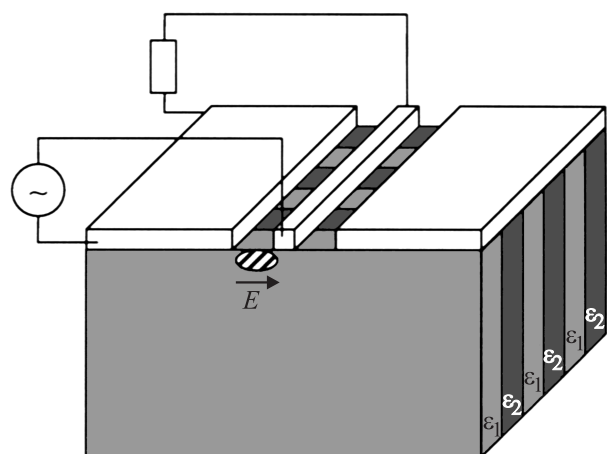


Рис. 1. Схематическое изображение фоторефрактивной брэгговской решетки с электродами для генерации бегущей волны показателя преломления.

амплитуды изменения показателя преломления в таких решетках составляет порядка $5 \cdot 10^{-4}$ [5].

Для осуществления высокочастотного электрооптического управления на поверхности подложки расположены копланарные электроды. Прикладываемая к электродам разность потенциалов за счет электрооптического эффекта вызывает изменение эффективного показателя преломления внутри волновода. Относительное изменение показателя преломления при высокочастотном электрооптическом управлении может достигать значений $\delta = \Delta n/n = 1.5 \cdot 10^{-5}$ [7]. Технология изготовления копланарных СВЧ-электродов хорошо развита для интегрально оптических модуляторов на основе интерферометров Маха–Цандера. Данные электроды имеют согласованное с управляющим генератором волновое сопротивление (обычно 50Ω) и обеспечивают распространение бегущей модулирующей электромагнитной волны, поступающей от генератора, которая поглощается в конце структуры в согласованной нагрузке. Для частоты модуляции $\sim 10 \text{ GHz}$ длина бегущей волны управляющего электрического поля в кристалле ниобата лития составляет $\sim 3 \text{ mm}$.

2. Теория

В качестве модели статической брэгговской решетки рассмотрим одномерную периодическую систему слоев с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 , будем считать толщины всех слоев одинаковыми ($d \approx 180 \text{ nm}$, что обеспечивает брэгговскую длину волны отражения внутри телекоммуникационного диапазона $1520\text{--}1580 \text{ nm}$), соответственно общая длина решетки с N периодами составляет $L = 2Nd$. При СВЧ-модуляции показателя преломления статической брэгговской решетки на частоте Ω диэлектрическая проницаемость слоев записывается в виде

$$\varepsilon_i(x, t) = \varepsilon_i + \delta\varepsilon(x, t) = \varepsilon + 2\delta\varepsilon \cos(qx - \Omega t), \quad (1)$$

где $\varepsilon_{1,2}$ — статическая диэлектрическая проницаемость слоев, $\delta\varepsilon$ — амплитуда бегущей волны возмущения диэлектрической проницаемости, $q = \Omega/V$ — волновой вектор, определяемый скоростью распространения высокочастотной модулирующей электромагнитной волны V и частотой модуляции Ω . При этом высокочастотное возмущение диэлектрической проницаемости может быть сопоставимо по величине с амплитудой брэгговской решетки. Рассеяние световой волны на бегущей волне показателя преломления приводит к параметрической генерации кратных гармоник, так что общее решение волнового уравнения записывается в виде

$$E(x, t) = \sum_m E_m(x) e^{i\omega_m t}, \quad (2)$$

где $\omega_m = \omega_0 + m\Omega$, ω_0 — частота падающего света, m — номер гармоники. Подставляя (2) в волновое уравнение с диэлектрической проницаемостью вида (1), получаем

систему уравнений, описывающую взаимодействие амплитуды E_m :

$$c^2 \frac{\partial^2 E_m}{\partial x^2} + \varepsilon_i \omega_m^2 E_m + \delta\varepsilon e^{iqx} \omega_{m+1}^2 E_{m+1} + \delta\varepsilon e^{-iqx} \omega_{m-1}^2 E_{m-1} = 0. \quad (3)$$

Учитывая, что подмешивание гармоник на толщине одного слоя крайне мало, можно оборвать бесконечную систему связанных мод (3), описывая распространение выделенной гармоники E_m в пределах периода брэгговской решетки системой трех уравнений

$$\begin{cases} c^2 \frac{\partial^2 E_m}{\partial x^2} + \varepsilon_i \omega_m^2 E_m + \delta\varepsilon e^{iqx} \omega_{m+1}^2 E_{m+1} + \delta\varepsilon e^{-iqx} \omega_{m-1}^2 E_{m-1} = 0, \\ c^2 \frac{\partial^2 E_{m+1}}{\partial x^2} + \varepsilon_i \omega_{m+1}^2 E_{m+1} + \delta\varepsilon e^{-iqx} \omega_m^2 E_m = 0, \\ c^2 \frac{\partial^2 E_{m-1}}{\partial x^2} + \varepsilon_i \omega_{m-1}^2 E_{m-1} + \delta\varepsilon e^{iqx} \omega_m^2 E_m = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Несложно убедиться, что подстановка в систему (4) решения в виде $E_{m+n}(x) = E_m^{(0)} e^{i(k-nq)x}$ ($n = -1, 0, 1$) приводит к дисперсионному уравнению шестой степени по волновому вектору k . Это означает, что ее решение внутри одного слоя может быть описано шестью амплитудами, отвечающими трем величинам волнового вектора и двум направлениям распространения.

Для того чтобы описать распространение света в брэгговской решетке, рассмотрим вначале более простую задачу о рассеянии электромагнитной волны на одиночном слое с добавкой $\delta\varepsilon(x, t)$, считая, что за пределами слоя в областях $x > x_0$ и $x < x_0 + d$ она отсутствует, $\delta\varepsilon = 0$, а статическая часть диэлектрической проницаемости совпадает с имеющейся в слое, $\varepsilon = \varepsilon_i$. За пределами рассматриваемого слоя решение волнового уравнения, содержащее частоты $\omega_m, \omega_{m+1}, \omega_{m-1}$, имеет стандартный вид

$$\begin{cases} E^{(m)}(x \leq x_0) = \sum_{n=-1,0,1} \left[E_{m+n}^{\rightarrow} e^{ik_{m+n}^{(0)}(x-x_0)} + E_{m+n}^{\leftarrow} e^{ik_{m+n}^{(0)}(x-x_0)} \right] e^{i\omega_{m+n}t}, \\ E^{(m)}(x \geq x_0 + d) = \sum_{n=-1,0,1} \left[\tilde{E}_{m+n}^{\rightarrow} e^{ik_{m+n}^{(0)}(x-x_0-d)} + \tilde{E}_{m+n}^{\leftarrow} e^{ik_{m+n}^{(0)}(x-x_0-d)} \right] e^{i\omega_{m+n}t}. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь $k_{m+n} = \sqrt{\varepsilon_i} \omega_{m+n}/c$ — волновой вектор, отвечающий статической диэлектрической проницаемости ε_i . В нулевом приближении по $\delta\varepsilon$ рассеяние на границах отсутствует ввиду согласования статических диэлектрических проницаемостей, поэтому решение системы (4) внутри слоя имеет тривиальный вид $E_m^{(0)} = E_m^{\rightarrow} e^{ik_m(x-x_0)} + E_m^{\leftarrow} e^{ik_m(x-x_0)}$. В первом порядке по $\delta\varepsilon$ решение имеет вид $E_m = E_m^{(0)} + E_m^{(1)}$, где $E_m^{(1)}$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 E_m^{(1)}}{dx^2} + k_m^2 E_m^{(1)} = -\frac{\delta\varepsilon}{c^2} (e^{iqx} \omega_{m+1}^2 E_{m+1}^{(0)} + e^{-iqx} \omega_{m-1}^2 E_{m-1}^{(0)}). \quad (6)$$

Общее решение удобно записать в виде

$$E_m = E_m^{(0)} + E_m^{(1)} = \sum_{j=1}^6 c_j e^{ik_j(x-x_0)},$$

где $k_{1,2} = \pm k_m$, $k_{3,4} = \pm k_{m+1} + q$, $k_{5,6} = \pm k_{m-1} - q$. Используя граничные условия $E_m^{(1)}(x_0) = 0$, $dE_m^{(1)}/dx|_{x=x_0} = 0$, получаем для коэффициентов c_j , определяющих вид E_m :

$$\begin{cases} c_{1,2} = E_m^{\rightarrow/\leftarrow} - \sum_{j=3}^6 \frac{k_m \pm k_j}{2k_m} c_j, \\ c_{3,4} = \frac{\delta \varepsilon \omega_{m+1}^2 e^{iqx_0}}{k_{3,4}^2 - k_m^2} E_m^{\rightarrow/\leftarrow}, \\ c_{5,6} = \frac{\delta \varepsilon \omega_{m-1}^2 e^{-iqx_0}}{k_{5,6}^2 - k_m^2} E_m^{\rightarrow/\leftarrow}. \end{cases} \quad (7)$$

Далее используем вид решения (5) в области $x > x_0 + d$ и граничные условия на правом краю слоя

$$\begin{cases} E_m(x+d) = \sum_{j=1}^6 c_j E^{ik_j d} = \tilde{E}_m^{\rightarrow} + \tilde{E}_m^{\leftarrow}, \\ -iE'_m(x+d) = \sum_{j=1}^6 c_j k_j e^{ik_j d} = k_m(\tilde{E}_m^{\rightarrow} - \tilde{E}_m^{\leftarrow}), \end{cases} \quad (8)$$

откуда

$$\begin{cases} \tilde{E}_m^{\rightarrow} = \sum_{j=1}^6 \frac{k_m + k_j}{2k_m} c_j e^{ik_j d}, \\ \tilde{E}_m^{\leftarrow} = \sum_{j=1}^6 \frac{k_m - k_j}{2k_m} c_j e^{ik_j d}. \end{cases} \quad (9)$$

Поскольку посредством формул (7), (9) мы выразили амплитуды $\tilde{E}_m^{\rightarrow/\leftarrow}$ в области $x > x_0 + d$ через аналогичные величины $E_{m,m\pm 1}^{\rightarrow/\leftarrow}$ в области $x < x_0$ для произвольного значения m , ими дается полное решение задачи о рассеянии на одиночном слое с добавкой $\delta \varepsilon(x, t)$ в первом порядке по ее амплитуде. Для дальнейшего этот результат удобно записать в матричном виде $\tilde{E} = P(x_0, \varepsilon_i)E$, где E символизирует столбец из амплитуд $E_m^{\rightarrow/\leftarrow}$, $m = -M-M$, P — матрица размерности $2(2M+1) \times 2(2M+1)$ на практике количество принимаемых в расчет гармоник M определяется сходимостью численных расчетов. Для описания распространения света в брэгговской решетке помимо матрицы P нам понадобится матрица, описывающая прохождение света из среды с показателем преломления $n_i = \sqrt{\varepsilon_i}$ в среду с $n_j = \sqrt{\varepsilon_j}$. В указанном базисе она имеет блочно-диагональную структуру, составленную из стандартных матриц 2×2 ,

$$Q_{mm}^{i \rightarrow j} = \begin{pmatrix} \frac{n_i + n_j}{2n_j} & \frac{n_j - n_i}{2n_j} \\ \frac{n_i - n_j}{2n_j} & \frac{n_j + n_i}{2n_j} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Прохождение света через каждый период брэгговской решетки, т.е. пару слоев ширины d с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1 + \delta \varepsilon(x, t)$ и $\varepsilon_2 + \delta \varepsilon(x, t)$, удобно представить в виде последовательности следующих процессов:

- 1) рассеяние из среды с $\varepsilon = \varepsilon_1$ в такую же среду через слой ширины d с $\varepsilon = \varepsilon_1 + \delta \varepsilon(x, t)$,
- 2) прохождение через границу слоев $\varepsilon_1 \rightarrow \varepsilon_2$,
- 3) рассеяние из среды с $\varepsilon = \varepsilon_2$ в такую же среду через слой ширины d с $\varepsilon = \varepsilon_2 + \delta \varepsilon(x, t)$,
- 4) прохождение через границу слоев $\varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon_1$.

Матрица переноса, описывающая такую последовательность, имеет вид

$$M(x_0) = Q^{2 \rightarrow 1} P(x_0 + d, \varepsilon_2) Q^{1 \rightarrow 2} P(x_0, \varepsilon_1). \quad (11)$$

Прохождение всей решетки описывается полной матрицей переноса, являющейся произведением N матриц, отвечающих последовательности периодов:

$$\begin{aligned} M_N &= M(2(N-1)d)M(2(N-2)d) \cdot \dots \cdot M(2d)M(0) \\ &= \prod_{n=0}^{N-1} M(2nd). \end{aligned} \quad (12)$$

Знание результирующей матрицы переноса позволяет в итоге рассчитать коэффициенты прохождения/отражения основной гармоники ($\omega = \omega_0$) и коэффициенты преобразования в (прошедшие и отраженные) высшие гармоники.

3. Результаты и обсуждение

Разработанная модель была применена для расчета спектров пропускания, отражения и конверсии частот брэгговской решетки с параметрами, реализуемыми физически для волноводных решеток на подложках LiNbO₃ [4]: средний показатель преломления — $(n_1 + n_2)/2 = 2.14$, амплитуда решетки — $\eta = (n_1 - n_2)/(n_1 + n_2) = 0.7 \cdot 10^{-4}$, период решетки — $2d = 0.36 \mu\text{m}$, длина решетки — $L = 36000 d = 6.5 \text{mm}$. Влияние дифракции на брэгговской решетке на процесс электрооптической модуляции удобно характеризовать параметром W — отношением абсолютного максимума частотной зависимости амплитуды прошедшей первой гармоники $m = 1$ при электрооптической модуляции в структуре с решеткой и без нее. Амплитуда гармоники с $m = 1$ является важной характеристикой рассматриваемой системы, так как имеет ключевое значение при использовании таких способов модуляции, как модуляция с подавлением несущей и модуляция с подавлением одной из боковых гармоник.

Важным моментом является то, что фазово-частотная характеристика брэгговской решетки не является линейной. Это проявляется в появлении групповой задержки света, зависящей от частоты. На рис. 2 представлены

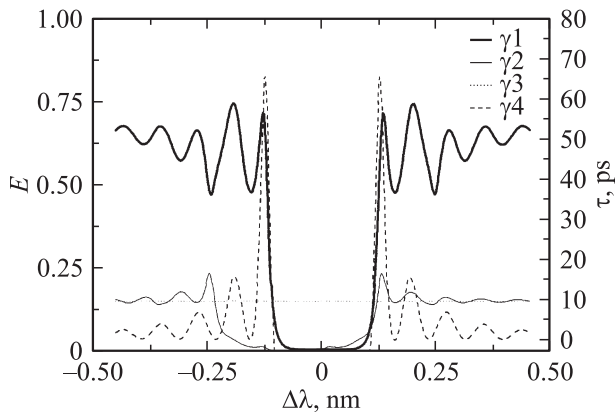


Рис. 2. Характерные спектральные характеристики системы при следующих параметрах: $f = 15 \text{ GHz}$, $\eta = 1 \cdot 10^{-4}$, $\delta = 1.5 \cdot 10^{-5}$, $\alpha = 0$. Спектральная зависимость пропускания (γ_1) относительной мощности первой гармоники (γ_2), относительной мощности первой гармоники в случае отсутствия решетки в системе (γ_3), спектральная зависимость групповой задержки (γ_4). По оси абсцисс отложено отклонение длины волны света от центральной ($\lambda = 1.54 \mu\text{m}$).

спектральные характеристики и групповая задержка света для коэффициента модуляции $\delta = \delta n/n = 1.5 \cdot 10^{-5}$ и частоты модуляции $f = \Omega/2\pi = 15 \text{ GHz}$ при точном выполнении условия согласования фазовых скоростей световой волны и высокочастотной волны показателя преломления, $V = c/\sqrt{\epsilon}$. Групповая задержка получена из фазовой характеристики $\tau = \partial\varphi(\omega)/\partial\omega$, фазовая характеристика рассчитана из теории связанных мод [5]. Отметим, что при приведенных значениях параметров преобразование в гармоники выше первой мало (порядка 15%), поэтому фактически величина W характеризует суммарную эффективность преобразования частоты. Из графика рис. 2 видно, что существуют полоса непропускания (подавления) несущей частоты ω_0 , а также полоса непропускания первой гармоники, уширение и смещение которой определяются частотой электрооптической модуляции и соответствуют длинам волн оптической несущей, при которых либо сама несущая, либо рассматриваемая гармоника попадает в полосу непропускания брэгговской решетки. Данное свойство может быть использовано для создания форматов модуляции с подавлением несущей или боковых лепестков.

Особенно интересным является тот факт, что спектральная зависимость параметра W имеет 2 максимума, для которых $W > 1$, т.е. наличие брэгговской решетки приводит на этих длинах волн к увеличению эффективности модуляции. Данный эффект связан со спектральной зависимостью групповой скорости света, распространяющегося через брэгговскую решетку. Максимумы групповой задержки на краях полосы непропускания соответствуют увеличению коэффициента модуляции, вызванного нелинейной зависимостью фазы прошедшей световой волны.

Далее было исследовано влияние различных параметров решетки и модулирующего сигнала. В качестве варьируемого параметра решетки была выбрана ее амплитуда, а в модулирующем сигнале изменялись частота и скорость распространения высокочастотной волны V . Приведенные выше значения периода решетки, ее длины и коэффициента модуляции $\delta\epsilon/\epsilon$ оставались фиксированными. На рис. 3 представлена зависимость максимального значения параметра W от амплитуды решетки $\eta = (n_1 - n_2)/(n_1 + n_2)$ при двух значениях частоты модулирующего сигнала (15 и 30 GHz). Из графиков видно, что на начальном этапе с увеличением контраста решетки происходит рост максимального значения W , что связано с ростом групповой задержки на краю полосы непропускания решетки. Однако дальнейшее увеличение амплитуды решетки приводит к уменьшению

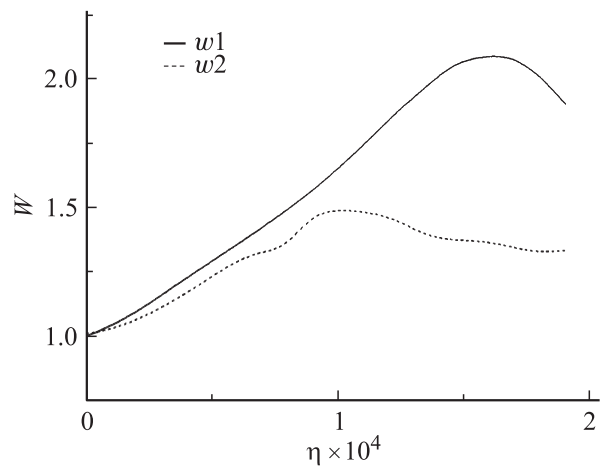


Рис. 3. Зависимости максимального значения параметра W от амплитуды решетки η при двух значениях частоты модулирующего сигнала, w_1 : $\nu = 15 \text{ GHz}$; w_2 : $f = 30 \text{ GHz}$.

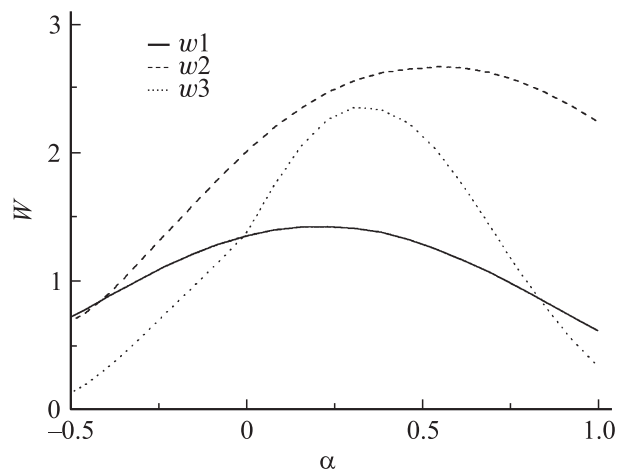


Рис. 4. Зависимость максимального значения параметров W от параметра рассогласования фазовых скоростей α при различных амплитудах решетки и частотах модулирующей волны, w_1 : $f = 15 \text{ GHz}$, $\eta = 0.7 \cdot 10^{-4}$; w_2 : $f = 15 \text{ GHz}$, $\eta = 1.5 \cdot 10^{-4}$; w_3 : $f = 30 \text{ GHz}$, $\eta = 1.5 \cdot 10^{-4}$.

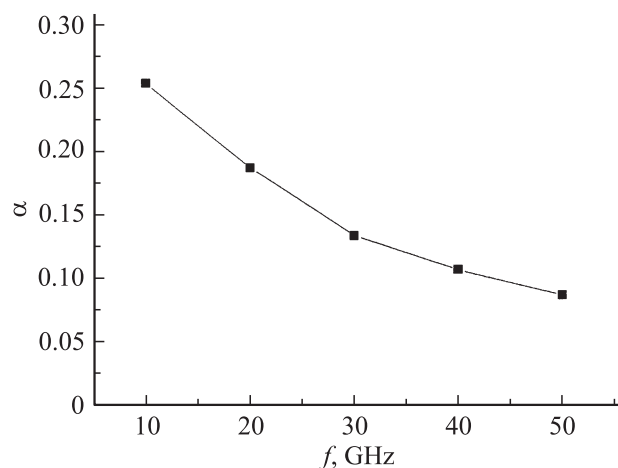


Рис. 5. Зависимость значения рассогласования α , при котором достигается максимум параметра W от частоты модуляции f .

эффективной длины распространения оптической несущей, что связано с отражением от решетки. Поэтому по достижении некоторого максимального значения параметр W начинает медленно падать при дальнейшем увеличении амплитуды решетки.

На рис. 4 представлена зависимость максимального значения W от параметра рассогласования фазовых скоростей α , определенного равенством $V = (1 + \alpha)c/\sqrt{\epsilon}$, для двух частот модуляции (15 и 30 GHz) и различных амплитуд брэгговской решетки. Из графика видно, что в отличие от структуры без решетки оптимальная модуляция достигается при ненулевом параметре рассогласования. Это связано с замедлением скорости света в решетке при попадании частоты на край полосы непропускания решетки, что как раз соответствует наблюдению максимума W . Увеличение амплитуды решетки η приводит к росту задержки и максимального значения параметра W и смещению максимума по оси параметра α . Увеличение частоты модуляции приводит к сужению максимума (сужению полосы частот эффективной модуляции), а также к смещению максимума в область меньших значений параметра рассогласования. Сужение максимума обусловлено ростом селективности при уменьшении длины волны модулирующего сигнала. Смещение максимума с ростом частоты соответствует уменьшению оптимального параметра рассогласования с ростом частоты модуляции. Зависимость значения рассогласования, при котором достигается максимум параметра W от частоты модуляции, представлена на рис. 5.

Заключение

Проведен детальный теоретический анализ дифракции на брэгговской решетке при высокочастотной модуляции показателя преломления среды. Показано, что брэгговская решетка в электрооптическом материале

может быть использована как эффективный электрооптический модулятор на частотах модуляции свыше 10 GHz. Использование брэгговской решетки позволяет более чем в 2 раза увеличить эффективность модуляции, а ее спектрально-селективные свойства могут быть использованы для создания новых форматов модуляции с подавлением несущей и особыми дисперсионными характеристиками. Наибольшее преимущество применение брэгговской решетки дает для модуляторов малой длины, поскольку позволяет увеличить эффективность модуляции с одновременным расширением спектральной полосы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 11-02-00573. А.А. Грешнов благодарит за поддержку Фонд некоммерческих программ „Династия“.

Список литературы

- [1] *Kaminov I., Li Tingye, Willner A.E.* Optical Fiber Telecommunications V A: Components and Subsystems. Academic Press, 2008. 944 p.
- [2] *Lauzon J., Thibault S., Martin J., Ouellet F.* // Opt. Lett. 1994. Vol. 19. P. 2027–2029.
- [3] *Eggleton B.J., Ahuja A., Westbrook P.S., Rogers J.A., Kuo P., Nielsen T.N., Mikkelsen B.* // Lightwave Tech. 2000. Vol. 18. P. 1418–1432.
- [4] *Shamray A.V., Ilichev I.V., Kozlov A.S., Petrov V.M.* // J. Holography Speckle. 2009. Vol. 5. P. 243–252.
- [5] *Qian K., Zhan L., Li H., Hu X., Peng J., Zhang L., Xia Y.* // Opt. Exp. 2009. Vol. 17. P. 22 217–22 222.
- [6] *Kahn J.M., Ho K.* // Proc. SPIE. 2004. Vol. 4872. P. 24–31.
- [7] *Kazuto Noguchi, Osamu Mitomi, Hiroshi Miyazawa* // J. Lightwave Tech. 1998. Vol. 16. P. 615.