

04;12

## Тормозное излучение релятивистских электронов, ускоренных в солнечных вспышках: расчеты интенсивности и степени поляризации

© И.В. Кудрявцев,<sup>1</sup> Ю.Е. Чариков<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
195251 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: igor.koudriavtsev@mail.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 12 сентября 2011 г. В окончательной редакции 20 декабря 2011 г.)

Рассмотрена генерация тормозного рентгеновского излучения ускоренными во время солнечных вспышек релятивистскими электронами. Функция распределения электронов рассчитывается численно с использованием релятивистского уравнения Фоккера–Планка. Интенсивность и степень поляризации жесткого рентгеновского излучения вычисляются как функции энергии квантов, угла наблюдения, питч-углового и энергетического распределения электронов. Показано, что степень поляризации не превышает 40% и наиболее сильно зависит от угла наблюдения и жесткости энергетического спектра электронов. Проведены сравнения результатов модельных расчетов с данными, полученными в солнечных вспышках 23 июля 2002 г. и 28 октября 2003 г.

### Введение

Существует общее утверждение, что измерения степени поляризации жесткого рентгеновского излучения (ЖРИ) во время солнечных вспышек могут привести к ограничениям, накладываемым на модели ускорения электронов. Проанализируем ситуацию более подробно. Несмотря на то, что измерения степени поляризации ЖРИ начались около 40 лет назад, регулярные данные для большого числа вспышек отсутствуют и в настоящее время. Следует отметить, что точность измерений степени поляризации в различных экспериментах была и остается довольно низкой (около десяти процентов для вспышек рентгеновского класса не выше C). Поэтому проведение детального анализа степени поляризации ЖРИ конкретных солнечных вспышек и сравнение с теоретическими моделями в настоящее время не представляется возможным. Тем не менее по-прежнему остается актуальным рассмотрение поляризации ЖРИ с теоретических позиций с учетом последних наблюдений интенсивности, локализации и направленности ЖРИ. В настоящей работе рассмотрим вопросы кинетики релятивистских электронов, ускоренных в солнечных вспышках, и их тормозное излучение. Из предыдущих работ (см., например, [1–7]) и общих соображений ясно, что величина степени поляризации в первую очередь должна зависеть от параметров угловой части функции распределения ускоренных электронов, их энергетического спектра. К сожалению, современные модели ускорения строго не определяют угловую часть функции распределения частиц, поэтому в расчетах тормозного излучения предполагается модельное задание функции распределения по питч-углам. При этом

зависимости от энергии и угла факторизуются, т.е. просто перемножаются. Скорее всего, в реальных условиях в плазме вспышек это не выполняется — можно ожидать, что электроны высоких энергий должны быть направленными вдоль поля в более узком конусе по сравнению с электронами низких энергий при условии, что ускорение происходит в регулярном электрическом поле. Если ускорение имеет место в электрических полях в турбулентной плазме, то угловое распределение электронов должно быть изотропным (или близким к нему). Поэтому на основании измерений степени поляризации ЖРИ в солнечных вспышках (хотя и с большими экспериментальными ошибками) можно разделить случаи ускорения в регулярном или стохастическом электрическом поле.

В пионерских работах Петросяна и др. [1,2] и последующих статьях (например, Жаркова и др. [4,5]) рассматривалась кинетика пучка, при этом численно интегрировалось уравнение Фоккера–Планка для функции распределения ускоренных электронов с учетом различных конфигураций магнитного поля в области источника излучения. Неоднородное магнитное поле задавалось модельным образом как функция одной координаты. Обоснование такого выбора модели не проводилось. Отражение электронов в неоднородном магнитном поле, задаваемом в [1,2,4,5] модельным образом, может только уменьшить величину степени поляризации ЖРИ. В связи с неоднозначностью задания конфигурации магнитного поля будем рассматривать случай однородного магнитного поля.

В работах [4,5] учитывался обратный ток отраженных электронов, но для релятивистских электронов он мал, поскольку их количество мало. К тому же в [4,5]

рассматривается рентгеновское излучение с энергией до 200 keV и используется нерелятивистское кинетическое уравнение.

В модели толстой мишени определяющим процессом является кулоновское рассеяние ускоренных электронов на частицах плазмы. Временные профили жесткого рентгеновского излучения солнечных вспышек представляют собой совокупность большого числа отдельных, часто суперпозированных импульсов. Длительность отдельных импульсов колеблется в широких пределах — от сотен миллисекунд до нескольких секунд (см., например, [8,9]). Поскольку вопрос о механизме ускорения частиц остается открытым, следует рассмотреть два случая инжекции ускоренных электронов — непрерывную и импульсную. Если время инжекции сравнимо (либо больше) с характерным временем соударений электронов с частицами плазмы, то задачу можно рассматривать как стационарную. Сначала рассмотрим именно эту возможность, а в дальнейшем и случай импульсной инжекции. Будем полагать, что в плазму инжектируется пучок релятивистских электронов, спектр которых задается в виде

$$\frac{dN}{dE} = A\psi(E)\chi(\theta),$$

$$\text{где } \psi = \begin{cases} E^{-\delta} - E_{\max}^{-\delta} & \text{при } E \leq E_{\max}, \\ 0, & \text{при } E > E_{\max}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $A$  — постоянный множитель,  $E_{\max}$  — энергия верхней границы спектра электронов (является параметром задачи),  $\theta$  — питч-угол, а  $\chi(\theta)$  характеризует питч-угловое распределение электронов в инжектируемом пучке. Будем полагать, что область излучения рентгеновских квантов является толстой мишенью для электронов пучка, что вполне оправдано с учетом малости длины пробега электрона в плотной плазме по сравнению с характерными размерами (продольными и поперечными) петли магнитного поля. В силу малости ларморовского радиуса электронов с энергией более 10 keV в магнитном поле 10–100 G диффузию поперек магнитного поля можно не рассматривать.

Кинетическое уравнение для функции распределения электронов пучка  $f(E, \mathbf{r}, \theta)$  имеет вид [1]

$$\frac{1}{c} \mathbf{v} \operatorname{grad} f = \lambda_0^{-1} \left\{ c_1 \frac{\partial}{\partial E} \left( \frac{f}{\beta} \right) + \frac{c_2}{\beta^2 \gamma^2} \frac{\partial}{\partial (\cos \theta)} \right. \\ \left. \times \left[ \sin^2 \theta \frac{\partial}{\partial (\cos \theta)} \left( \frac{f}{\beta} \right) \right] \right\} + k\psi(E)g(\mathbf{r})\chi(\theta), \quad (2)$$

где  $\lambda_0^{-1} = 4\pi N_p r_0^2 \ln \Lambda$ ,  $v$  — скорость электронов,  $r_0$  — радиус электрона,  $\ln \Lambda$  — кулоновский логарифм,  $\gamma$  — лоренц-фактор,  $\beta = v/c$ ,  $c$  — скорость света,  $E = \gamma - 1$  — кинетическая энергия электрона в единицах  $mc^2$ ,  $N_p$  — концентрация протонов плазмы,  $g(\mathbf{r})$  описывает пространственное распределение источников ускоренных электронов. Для рассматриваемого нами случая полностью ионизованной плазмы  $c_1 = 1$ ,  $c_2 = (3 + \gamma)/4$  [1].

Последнее слагаемое в правой части описывает источник ускоренных частиц. Релятивистское кинетическое уравнение отличается от классического коэффициентом перед угловой частью во втором слагаемом справа (содержит  $\gamma$ -фактор). С ростом  $\gamma$ -фактора коэффициент  $(3 + \gamma)/4\gamma^2$  уменьшается, т. е. изотропизация высокоэнергичных электронов происходит менее эффективно, чем низкоэнергичных. Поэтому следует ожидать сохранения более высокой анизотропии для электронов высоких энергий, что должно отразиться на значении степени поляризации тормозного рентгеновского излучения.

## 1. Решение кинетического уравнения

Уравнение (2) решаем согласно методу, изложенному в [3]. Интегрирование уравнения Фоккера–Планка можно существенно упростить, разлагая в ряд по ортогональным полиномам Лежандра угловые зависимости начального распределения, а впоследствии и самой функции распределения

$$\chi(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) C_l P_l(\cos \theta), \quad (3)$$

где  $C_l$  — некоторые коэффициенты.

Дальнейшее упрощение связано с тем, что для вычисления характеристик тормозного излучения релятивистских электронов в модели толстой мишени достаточно использовать не саму функцию распределения, а ее интеграл по всему объему излучающей области  $V$ :

$$F(E, \theta) = \int_V N_p \beta f(E, \theta, \mathbf{r}) dV. \quad (4)$$

Интегрируя (2) по объему и преобразуя левую часть по теореме Гаусса, получаем

$$\frac{1}{c} \mathbf{v} \oint f d\mathbf{S} = 4\pi r_0^2 \ln \Lambda \left\{ \frac{\partial}{\partial E} \left( \frac{F}{\beta^2} \right) + \frac{3 + \gamma}{4\beta^2 \gamma^2} \frac{\partial}{\partial (\cos \theta)} \right. \\ \left. \times \left[ \sin^2 \theta \frac{\partial}{\partial (\cos \theta)} \left( \frac{F}{\beta^2} \right) \right] \right\} + k\psi(E)\chi(\theta) \int g(\mathbf{r}) dV. \quad (5)$$

Интеграл в левой части обращается в 0, поскольку он характеризует поток частиц через границу области, но в толстой мишени с малой длиной пробега электронов выход электронов через границу практически отсутствует. После этого уравнение (5) приобретает вид

$$\frac{\partial}{\partial E} \left( \frac{F}{\beta^2} \right) + \frac{3 + \gamma}{4\beta^2 \gamma^2} \frac{\partial}{\partial (\cos \theta)} \\ \times \left( \sin^2 \theta \frac{\partial}{\partial (\cos \theta)} \left( \frac{F}{\beta^2} \right) \right) + B\psi(E)\chi(\theta) = 0, \quad (6)$$

где

$$B = k \int \frac{g(\mathbf{r}) dV}{4\pi r_0^2 \ln \Lambda}$$

и является константой.

Уравнение (6) — неоднородное линейное уравнение в частных производных. Для нахождения его интегралов представим зависимость функции  $F$  отpitch-угла  $\theta$  в виде разложения по полиномам Лежандра

$$F(E, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) F_l P_l(\cos \theta). \quad (7)$$

Из (3), (6) и (7) следует

$$\frac{d}{dE} \left( \frac{F_l}{\beta^2} \right) - \frac{l(l+1)}{4} \frac{E+4}{E^2+2E} \left( \frac{F_l}{\beta^2} \right) + B\psi(E) C_l = 0. \quad (8)$$

При интегрировании уравнения (8) учтем, что при  $E \geq E_{\max}$   $\psi(E) = 0$ . В области энергий  $E \geq E_{\max}$  решение уравнения (8) имеет вид

$$\begin{aligned} F_l &= D_l \beta^2 \left( \frac{E^2}{E+2} \right)^{l(l+1)/4} \\ &= D_l \left( 1 - \frac{1}{(E+1)^2} \right) \left( \frac{E^2}{E+2} \right)^{l(l+1)/4}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для определения постоянных интегрирования  $D_l$  в выражении (9) будем использовать следующие граничные условия для функций  $F_l$ : для всех  $l$   $\lim_{E \rightarrow \infty} F_l = 0$ . В этом случае получаем  $D_l = 0$  для всех  $l$ .

Найдем решения уравнения (8) в области  $E \leq E_{\max}$ . Для этого будем использовать условие непрерывности функции  $F$  при  $E = E_{\max}$ , т.е. дополним уравнение (8) условием  $F(E_{\max}) = 0$ . Решение поставленной задачи в области энергий  $E \leq E_{\max}$  имеет вид

$$\begin{aligned} F_l(E) &= B C_l \left( 1 - \frac{1}{(E+1)^2} \right) \left( \frac{E^2}{E+2} \right)^{l(l+1)/4} \\ &\times \int_E^{E_{\max}} \left( \frac{E+2}{E^2} \right)^{l(l+1)/4} (E^{-\delta} - E_{\max}^{-\delta}) dE. \end{aligned} \quad (10)$$

Начальная угловая зависимость выбирается из общих соображений: в ряде работ это распределение Гаусса, мы же полагаем симметричное относительно оси пучка распределение типа  $\cos^{2N} \theta$ , т.е. рассматриваем случай, когда ускорение электронов происходит симметрично в противоположные стороны от области ускорения в магнитной петле. Как известно [10], такое угловое распределение может быть представлено в виде суммы по полиномам Лежандра с номерами  $l \leq 2N$ , т.е. для коэффициентов разложения (3) имеем  $C_l = 0$  при  $l > 2N$ . В этом случае разложение по полиномам Лежандра (7) переходит в сумму:

$$F(E, \theta) = \sum_{l=0}^{2N} (2l+1) F_l P_l(\cos \theta). \quad (11)$$

Подставляя (10) в (11), получим решение уравнения (8), которое используем для расчетов интенсивности тормозного излучения, направленности и степени поляризации. Предварительно заметим, что из (10) следует,

что угловая и энергетическая зависимости функции распределения не разделяются, несмотря на то, что в начальном пучке зависимости от угла и энергии представлены независимыми множителями.

## 2. Тормозное рентгеновское излучение релятивистских электронов

Рассмотрим характеристики тормозного рентгеновского излучения релятивистских электронов. Из наблюдений следует, что размеры источника рентгеновского излучения не превышают  $10^9$  см, измерения ЖРИ проводятся на орбите Земли, т.е. на расстоянии  $1.5 \cdot 10^{13}$  см. Таким образом, источник излучения является точечным. Источник рентгеновского излучения является оптически тонким для генерируемого рентгеновского излучения. Плотность потока излучения с заданным вектором поляризации  $\mathbf{e}_\lambda$  на орбите Земли может быть найдена как [3,11]

$$J_\lambda = \frac{1}{R^2} \int_V dV \int_{E_x}^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\Omega_n N_p \sigma_\lambda(E, E_x, \theta_0) v f(E, \mathbf{n}, \mathbf{r}), \quad (12)$$

где интегрирование производится по всему объему излучающей области, по всем направлениям движения электронов и энергии, превышающей энергию кванта;  $\mathbf{n}$  — единичный вектор вдоль вектора импульса электрона,  $d\Omega_n$  — элементарный телесный угол вдоль направления вектора импульса электрона,  $E_x$  — энергия рентгеновского кванта,  $\theta_0$  — угол между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{n}$ ;  $\lambda$  принимает значения 1 и 2,  $\sigma_\lambda$  — релятивистское сечение тормозного излучения с вектором поляризации  $\mathbf{e}_\lambda$ , который имеет проекции в плоскости векторов  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{k}$  (волновой вектор) —  $\mathbf{e}_1$  и перпендикулярно этой плоскости —  $\mathbf{e}_2$ . В системе координат с полярной осью, направленной вдоль вектора  $\mathbf{V}$ , телесный угол  $d\Omega_n = d \cos \theta d\varphi$ , где  $\theta$  и  $\varphi$  — полярный и азимутальный углы. В этой системе координат с учетом азимутальной симметрии функция  $f$  является функцией пространственных координат, энергии и угла  $\theta$ .

В работе [12] приведены выражения для сечения тормозного излучения  $\sigma'_{1,2}$  с вектором поляризации в плоскости векторов импульса электрона и волнового вектора  $\mathbf{k}$  и перпендикулярно к ней. Учитывая, что электроны имеют различные направления движения, необходимо перейти от плоскости векторов  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{k}$  к фиксированной плоскости векторов  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{k}$ . Направим ось  $Z$  вдоль вектора  $\mathbf{k}$ , ось  $OX$  лежит в плоскости векторов  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{k}$ , а ось  $OY$  перпендикулярна этой плоскости.

Проинтегрируем выражение (12) по угловым переменным электронов. При этом интегрирование удобно проводить относительно направления волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Угол  $\alpha$  между векторами  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{k}$  будем называть углом наблюдения. Здесь следует отметить, что в силу

определения телесный угол не изменяется при повороте системы координат относительно своего центра на некоторый угол. Поэтому, переходя к другой системе координат с полярной осью, направленной вдоль вектора  $\mathbf{k}$ , можем записать  $d\Omega_{\mathbf{n}} = d\Omega_{0\mathbf{n}}$ , где  $d\Omega_{0\mathbf{n}} = d \cos \theta_0 d\varphi_0$ ,  $\theta_0$  и  $\varphi_0$  — полярный и азимутальный углы в системе координат с полярной осью, направленной вдоль вектора  $\mathbf{k}$ . Переходя к системе координат с направленной вдоль вектора  $\mathbf{k}$  полярной осью и учитывая выражение (4), получаем

$$J_{\lambda} = \frac{c}{R^2} \times \int_{E_x}^{E_{\max}} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \sigma_{\lambda}(E, E_x, \theta_0) F(E, \theta(\theta_0, \varphi_0)) d\varphi_0 d \cos \theta_0 dE, \quad (13)$$

где функция  $F$  находится согласно выражениям (10), (11). При этом для полиномов Лежандра  $P_l(\cos \theta)$  используем выражение [13]

$$P_l(\cos \theta) = P_l(\cos \alpha) P_l(\cos \theta_0) + 2 \sum_{m=1}^l \frac{(l-m)!}{(l+m)!} P_l^m(\cos \alpha) P_l^m(\cos \theta_0) \cos(m\varphi_0), \quad (14)$$

где  $P_l^m$  — присоединенные полиномы Лежандра.

Теперь рассмотрим, как преобразуются сечения  $\sigma_{1,2}$  при повороте системы координат на некоторый угол. Пусть у координатных систем  $XYZ$  и  $X'Y'Z'$  оси  $OZ$  и  $OZ'$  направлены вдоль вектора  $\mathbf{k}$ . Пусть угол  $\varphi'$  это угол поворота системы координат  $X'Y'Z'$  относительно системы  $XYZ$  вокруг оси  $OZ$  ( $OZ'$ ). Пусть  $E_{x'}$  и  $E_{y'}$  — проекции вектора  $\mathbf{E}$  электромагнитной волны на оси  $OX'$  и  $OY'$ . Тогда проекции этого вектора на оси  $OX$  и  $OY$  будут

$$\begin{aligned} E_x &= E_{x'} \cos \varphi' - E_{y'} \sin \varphi', \\ E_y &= E_{x'} \sin \varphi' + E_{y'} \cos \varphi'. \end{aligned} \quad (15)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} E_x^2 &= E_{x'}^2 \cos^2 \varphi' - 2E_{x'} E_{y'} \cos \varphi' \sin \varphi' + E_{y'}^2 \sin^2 \varphi', \\ E_y^2 &= E_{x'}^2 \sin^2 \varphi' + 2E_{x'} E_{y'} \cos \varphi' \sin \varphi' + E_{y'}^2 \cos^2 \varphi'. \end{aligned} \quad (16)$$

Представляя электромагнитную волну в каждой системе в виде суперпозиции двух плоских волн, получаем связь между интенсивностями этих волн

$$\begin{aligned} I_x &= I_{x'} \cos^2 \varphi' - \sqrt{I_{x'} I_{y'}} \sin 2\varphi' + I_{y'} \sin^2 \varphi', \\ I_y &= I_{x'} \sin^2 \varphi' + \sqrt{I_{x'} I_{y'}} \sin 2\varphi' + I_{y'} \cos^2 \varphi'. \end{aligned} \quad (17)$$

Так как  $I \propto E^2$ , где  $I_x$  ( $I_{x'}$ ) и  $I_y$  ( $I_{y'}$ ) — интенсивности волн с вектором  $\mathbf{E}$ , параллельным осям  $OX$  ( $OX'$ ) и  $OY$  ( $OY'$ ) соответственно.

Тогда в случае генерации рентгеновского излучения электронами с одинаково направленными скоростями и

одинаковыми энергиями при переходе из одной системы в другую имеем

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_{1'} \cos^2 \varphi_0 - \sqrt{\sigma_{1'} \sigma_{2'}} \sin 2\varphi_0 + \sigma_{2'} \sin^2 \varphi_0, \\ \sigma_2 &= \sigma_{1'} \sin^2 \varphi_0 + \sqrt{\sigma_{1'} \sigma_{2'}} \sin 2\varphi_0 + \sigma_{2'} \cos^2 \varphi_0, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $\varphi_0$  — угол между плоскостью  $XOZ$  и плоскостью векторов  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{k}$ , т.е.  $\varphi_0$  — азимутальный угол вектора  $\mathbf{n}$  в системе координат  $XYZ$ .

Для полного сечения имеем

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_{1'} + \sigma_{2'}, \quad (19)$$

а для разности

$$\sigma_1 - \sigma_2 = (\sigma_{1'} - \sigma_{2'}) \cos 2\varphi_0 - 2\sqrt{\sigma_{1'} \sigma_{2'}} \sin 2\varphi_0, \quad (20)$$

где  $\sigma_{1'}$  и  $\sigma_{2'}$ , как было отмечено выше, приведены в работе [12]. В результате, используя (7,10,19,20) и интегрируя (13) по углу  $\varphi_0$ , получим выражение для полной интенсивности рентгеновского излучения

$$\begin{aligned} J &= J_1 + J_2 = \frac{2\pi c}{R^2} \sum_{l=0}^{2N} (2l+1) P_l(\cos \alpha) \\ &\times \int_{E_x}^{E_{\max}} F_l(E) \int_{-1}^1 (\sigma_{1'} + \sigma_{2'}) P_l(\cos \theta_0) d(\cos \theta_0) dE \end{aligned} \quad (21)$$

и для разности интенсивностей (в плоскости  $\mathbf{kB}$  и перпендикулярно к ней)

$$\begin{aligned} J_1 - J_2 &= \frac{2\pi c}{R^2} \sum_{l=2}^{2N} (2l+1) \frac{(l-2)!}{(l+2)!} P_l^2(\cos \alpha) \\ &\times \int_{E_x}^{E_{\max}} F_l(E) \int_{-1}^1 (\sigma_{1'} - \sigma_{2'}) P_l^2(\cos \theta_0) d(\cos \theta_0) dE. \end{aligned} \quad (22)$$

Используя выражение для присоединенных полиномов Лежандра

$$P_l^2(z) = (1-z^2) \frac{d^2}{dz^2} P_l(z), \quad (23)$$

получаем

$$\begin{aligned} J_1 - J_2 &= \frac{2\pi c \sin^2 \alpha}{R^2} \sum_{l=2}^{2N} (2l+1) \frac{(l-2)!}{(l+2)!} \frac{d^2}{d \cos^2 \alpha} P_l(\cos \alpha) \\ &\times \int_{E_x}^{E_{\max}} F_l(E) \int_{-1}^1 (\sigma_{1'} - \sigma_{2'}) P_l^2(\cos \theta_0) d(\cos \theta_0) dE. \end{aligned} \quad (24)$$

Степень линейной поляризации

$$P = \frac{J_2 - J_1}{J}. \quad (25)$$

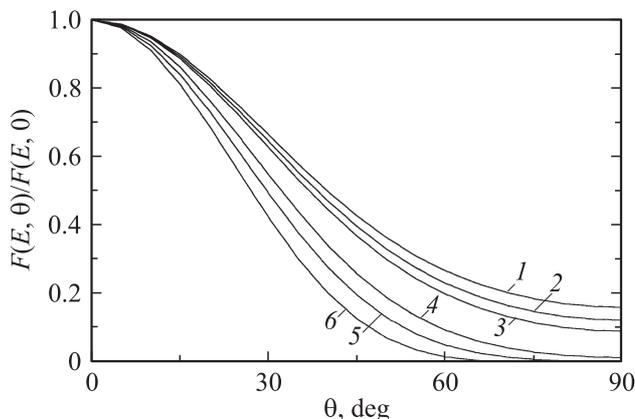
Здесь следует отметить, что такие же выражения для интенсивности и поляризации можно получить из приведенных в [4] выражений, перейдя от интегрирования по направлениям скорости относительно оси симметрии пучка электронов к интегрированию относительно направления волнового вектора кванта.

Как следует из (24), (25), излучение является всегда неполяризованным, если источник ЖРИ наблюдается под углом  $\alpha = 0$ . Вычисления интегралов, входящих в (21), (24), производились численно с использованием квадратурных формул. Из наблюдений можно получить значения интенсивности (потока), степени поляризации и направленности тормозного рентгеновского излучения солнечных вспышек. Поэтому проведем обсуждение именно этих параметров, полученных в рассмотренной выше задаче.

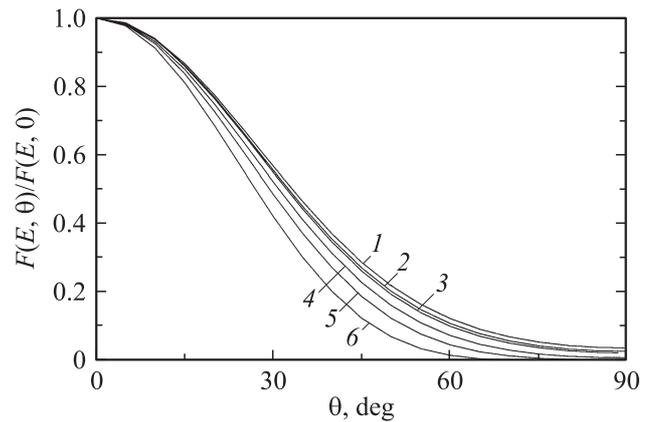
### 3. Обсуждение результатов

Первоначально проанализируем результаты расчета (формулы (10), (11)) интегральной по объему функции распределения ускоренных электронов, распространяющихся в плазме с параметрами, которые следуют из наблюдений во время вспышек (см. обзор [14]). Сначала рассмотрим более узконаправленное распределение ускоренных электронов. Пусть в момент начала инъекции электронов угловая часть функции распределения пропорциональна  $\cos^6 \theta$ , а энергетический спектр электронов довольно жесткий — показатель  $\delta = 3.0$  (т.е. относительная доля релятивистских электронов велика). Как показывают расчеты (рис. 1), начальное угловое распределение трансформируется сильнее для электронов меньших энергий (кривые 1–3), чем для электронов высоких энергий (кривые 4, 5).

Напомним, что в рассматриваемой постановке задачи основным механизмом трансформации функции распре-



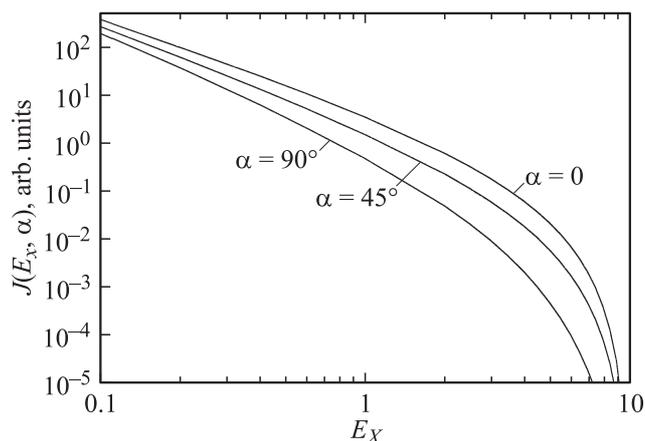
**Рис. 1.** Нормированная функция распределения электронов в зависимости от пичч-угла  $\theta$  для разных значений энергии. Показатель энергетической части распределения  $\delta = 3.0$ , начальное угловое распределение пропорционально  $\cos^6 \theta$ . Кривые 1–5 соответствуют энергиям электронов (в единицах  $mc^2$ ) 0.1, 1, 2, 6 и 8 соответственно; кривая 6 — функция  $\cos^6 \theta$ .



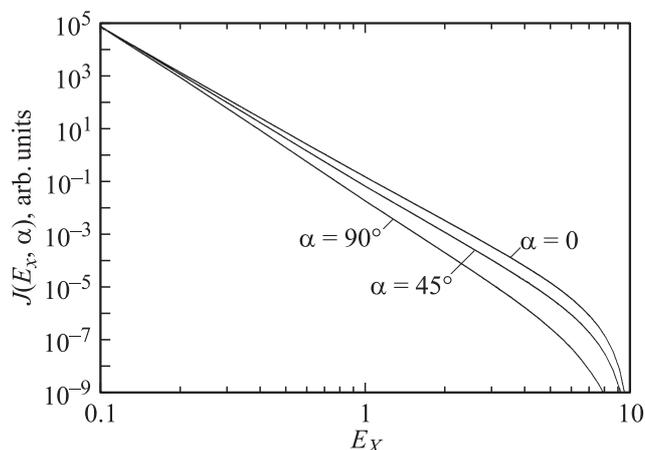
**Рис. 2.** То же, что и на рис. 1, но показатель энергетического спектра электронов  $\delta = 7$ .

деления электронов является кулоновское рассеяние на протонах плазмы, приводящее к их изотропизации и изменению энергии. Поэтому в низкоэнергичную часть функции распределения вносят вклад высокоэнергичные электроны. Вклад тем больше, чем больше относительное количество таких электронов, т.е. чем жестче их спектр. Из кинетического уравнения (5) следует, что с ростом энергии электронов их угловая диффузия, пропорциональная  $1/\gamma^2$ , играет все меньшую роль, что и подтверждается результатами счета, представленными на рис. 1 (кривые 4, 5 располагаются ближе к исходной кривой 6). Для более мягкого спектра с показателем энергетического спектра  $\delta = 7$  функция распределения сохраняет анизотропию и на малых энергиях (рис. 2), поскольку вклад высокоэнергичных электронов в угловую часть низкоэнергичных электронов в результате многократного рассеяния становится относительно меньшим.

Перейдем к рассмотрению характеристик жесткого рентгеновского излучения. На рис. 3 представлены спектры ЖРИ, рассчитанные по выражению (21) для трех углов наблюдения  $\alpha = 0, 90^\circ$  и  $45^\circ$ . Граничная энергия в спектре ускоренных электронов принималась равной  $E_{\max} = 10$ , т.е. 5.11 MeV. Рассматривать более высокоэнергичные электроны в задаче расчета поляризации ЖРИ нам представляется нецелесообразным по причине малости их вклада в область энергий порядка сотен keV, в которой еще возможно проведение экспериментов по регистрации поляризации в настоящее время. Пусть спектр инжектируемых в плазму электронов имеет вид (1) с показателем  $\delta = 3$ . Из рис. 3 следует, что наклон спектра рентгеновского излучения несколько возрастает для углов наблюдения центр-лимб. При этом в диапазоне энергий квантов 0.1–0.4 показатель спектра меняется в пределах 1.9–2.5 при изменении угла наблюдения  $\alpha$  от 0 до  $90^\circ$ . Увеличение показателя энергетического спектра с увеличением угла  $\alpha$  объясняется тем, что угловая диаграмма тормозного излучения релятивистских электронов направлена вдоль движения



**Рис. 3.** Относительная интенсивность тормозного излучения для  $\delta = 3$ , начальное угловое распределение электронов пропорционально  $\cos^6 \theta$ . Кривые соответствуют углам наблюдения  $\alpha = 0, 45^\circ$  и  $90^\circ$ ,  $E_{\max} = 10$ .

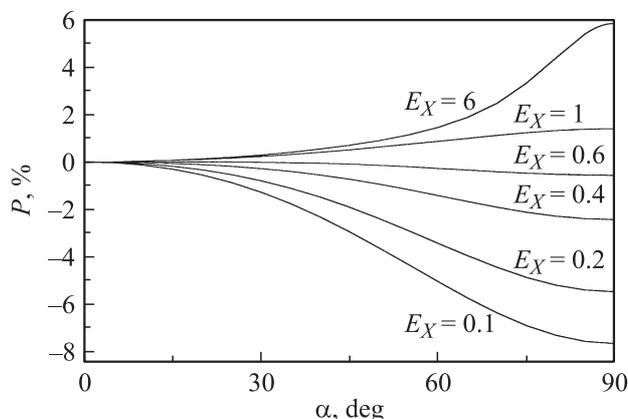


**Рис. 4.** Спектры тормозного излучения для показателя  $\delta = 7$  для различных углов наблюдения  $\alpha$  и начального углового распределения электронов пропорционально  $\cos^6 \theta$ .

электрона и ее угловая ширина уменьшается с ростом энергии излучающих электронов.

На рис. 4 показаны спектры ЖРИ релятивистских электронов с более мягким спектром  $\delta = 7$ . Как видно из приведенного рисунка, спектр излучения имеет разный наклон для разных углов  $\alpha$ , причем в нерелятивистской области энергий 0.1–0.4 показатель спектра меняется от 5.8 до 6.5 при изменении угла  $\alpha$  от 0 до  $90^\circ$ . Для сравнения отметим, что в модели толстой мишени спектр тормозного рентгеновского излучения нерелятивистских электронов со степенным распределением является также степенным, причем показатель спектра тормозного излучения  $\gamma_X$  отличается на 1 от показателя спектра электронов, т. е.  $\gamma_X = \delta - 1$  и не зависит от угла наблюдения. Завал спектра излучения на высоких энергиях (рис. 3, 4) связан с ограничением максимальной энергии в спектре электронов —  $E_{\max} = 10$ .

Перейдем к обсуждению результатов расчета степени линейной поляризации тормозного излучения. Численное интегрирование (24) с последующей подстановкой в (25) позволяет получить значения степени поляризации в зависимости от энергии квантов и угла наблюдения  $\alpha$ . Параметрами служат характеристики пучка электронов. Как следует из рис. 5 при  $\delta = 3$ , начальном угловом распределении  $\sim \cos^6 \theta$  и граничной энергии  $E_{\max} = 10$ , степень поляризации рентгеновского излучения не превышает 10% для значений энергии излучения, лежащих в интервале 50 keV–3 MeV, причем наблюдается явный эффект центр-лимб. Здесь следует сделать замечание — обычно считается, что позиционный угол вспышки и угол наблюдения совпадают, т. е. угол наблюдения  $\alpha = 0$  для вспышки в центре и  $\alpha = 90^\circ$  на краю диска. И, как следует из (24), ЖРИ вспышек, локализованных в центре диска Солнца, должно быть неполяризованным. Однако результаты измерений степени поляризации не подтверждают такой зависимости центр-лимб [15]. Это можно объяснить, если учесть, что вспышечные петли могут иметь различный наклон (позиционный угол) по отношению к диску Солнца. Поэтому даже в наиболее благоприятном случае лимбовых вспышек степень поляризации может уменьшиться из-за геометрического фактора, пропорционального  $\sin \psi_0$ , где угол  $\psi_0$  характеризует наклон плоскости петли по отношению к диску Солнца. В то же время для вспышек, происходящих вблизи центра Солнца, степень поляризации может увеличиться по той же причине. Отрицательные значения степени поляризации ЖРИ для низких энергий квантов соответствуют излучению, преимущественно генерируемому в плоскости векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{V}$ . С ростом энергии квантов знак степени поляризации меняется на противоположный. К сожалению, энергия, соответствующая смене знака поляризации, велика —  $E_X \approx 1$ , а сама поляризация ЖРИ при этой энергии незначительна. Кроме того, электроны с энергией в несколько мегэлектронвольт излучают преимущественно вперед, т. е.



**Рис. 5.** Степень поляризации тормозного рентгеновского излучения в зависимости от угла наблюдения для различных энергий  $E_X$ . Параметры пучка электронов  $\delta = 3$  и начальное угловое распределение пропорционально  $\cos^6 \theta$ ;  $E_{\max} = 10$ .

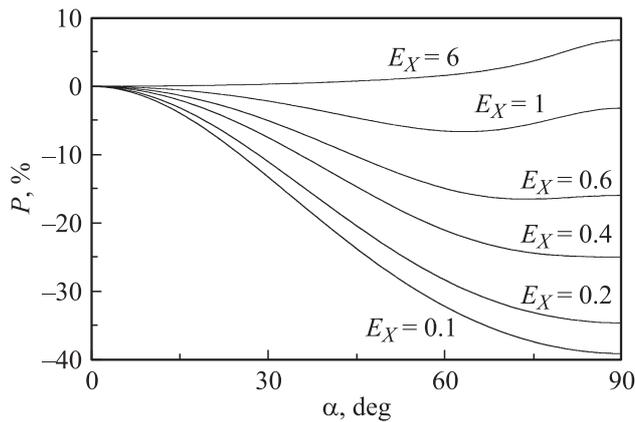


Рис. 6. То же, что и на рис. 5, но показатель спектра  $\delta = 7$ .

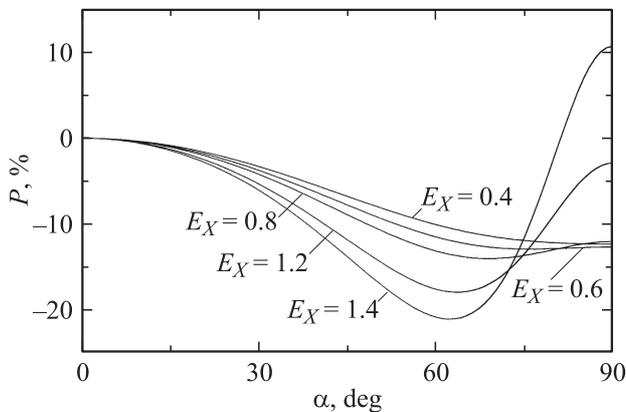


Рис. 7. То же, что на рис. 5, показатель спектра  $\delta = 3$ ,  $\cos^6 \theta$ , но граничная энергия в спектре  $E_{\max} = 1.5$ . Кривые соответствуют энергии излучения 0.4, 0.6, 0.8, 1.2, 1.4.

излучение направлено к поверхности Солнца. В этом случае возможно измерить только отраженное излучение, спектр и степень поляризации которого будут искажены. Также необходимо отметить, что из-за малой интенсивности рентгеновского излучения в области нескольких MeV измерить такую степень поляризации довольно проблематично.

Проанализируем зависимость величины степени поляризации от параметров пучка ускоренных электронов. На рис. 6 представлены результаты расчета степени поляризации рентгеновского излучения для более мягкого спектра электронов с показателем  $\delta = 7$ . Отметим, что значения степени поляризации в этом случае значительно выше и могут достигать  $-40\%$ . Такое возрастание можно объяснить меньшим вкладом высокоэнергичных электронов в низкоэнергичную область и тем самым повышением степени анизотропии. Подобное отмечалось и при обсуждении функции распределения электронов. Смена знака также имеет место. Более низкая степень коллимации в начальном распределении ( $\cos^2 \theta$ ) качественно не меняет указанные зависимости, но уменьшает значения степени поляризации. Так, при  $E_X = 0.1$

степень поляризации достигает значения полядка  $-4\%$  при  $\delta = 3$  и порядка  $-25\%$  при  $\delta = 7$  и угол наблюдения  $\alpha = 90^\circ$ .

На рис. 7 приведены зависимости степени поляризации в случае меньшей максимальной энергии электронов в спектре —  $E_{\max} = 1.5$ . В этом случае отметим интересную особенность — при увеличении энергии максимум модуля степени поляризации смещается в область углов  $65^\circ - 70^\circ$ , а не  $90^\circ$ . При этом модуль степени поляризации возрастает с ростом энергии квантов от 7.5 до 20%. Такая зависимость проявляется только в случае жесткого спектра и достаточно низкой граничной энергии электронов. При регистрации такой особенности поляризации излучения можно судить об ограничении энергии ускоренных во вспышках электронов.

## Заключение

Точность измерений зависит от интенсивности излучения и эффективной площади детекторов. Поэтому измерения степени поляризации на высоких энергиях с точностью порядка 10% возможны только для мощных солнечных вспышек, рентгеновский класс которых не ниже X. На настоящий момент такие измерения являются единичными. Провести детальное сравнение результатов, полученных в рассмотренной задаче, с экспериментальными данными пока не представляется возможным. Тем не менее обсудим результаты, полученные на RHESSI [16] для двух мощных вспышек класса X и сравним их с результатами наших расчетов. Первая вспышка класса X4.8 произошла 23 июля 2002 г. ближе к лимбу Солнца — ее координаты S13E72, угол наблюдения составил  $73^\circ$ . Измерения степени поляризации в диапазоне энергий 0.2–1 MeV проводились на стадии максимума излучения в интервале времени от 00:27:20UT до 00:32:20UT. Измеренные значения степени поляризации в диапазоне 0.2–0.4 MeV составляли  $(26 \pm 12)\%$  и  $(17 \pm 15)\%$  в диапазоне энергий 0.4–1 MeV. Для суммарного диапазона значение степени поляризации  $(21 \pm 9)\%$ . Как видно, знак степени поляризации был положительным, причем независимо от энергии квантов. Вторая вспышка класса X17 произошла 28 октября 2003 г. Ее координаты S17E9, т.е. вспышка произошла вблизи центра диска, позиционный угол вспышки равен  $19^\circ$ . Измерения степени поляризации проводились на стадии спада излучения с 11:10:22UT до 11:18:22UT, спустя 2 min после максимума ЖРИ. Значение степени поляризации в диапазоне 0.2–0.4 MeV равно  $(7 \pm 7)\%$  и  $(-25 \pm 9)\%$  в диапазоне энергий 0.4–1 MeV. Для суммарного диапазона значение степени поляризации равно  $(-11 \pm 5)\%$ . Следует отметить, что излучение в энергетическом диапазоне 0.2–0.4 MeV практически неполяризовано, в то время как степень поляризации в диапазоне 0.4–1 MeV достигает  $-25\%$ . Таким образом, степень поляризации зависит от энергии, причем она

существенно выше на высоких энергиях квантов. Для объяснения подобной энергетической зависимости степени поляризации в рассматриваемой нами модели следует предположить, что излучение на разных энергиях формируется в различных частях магнитной петли (или вообще в разных петлях) с разным наклоном к фотосфере (разные углы наблюдения). Низкоэнергичное излучение должно формироваться в магнитной петле, наклон плоскости которой должен быть больше, чем у петли, излучающей высокоэнергичные (более 500 keV) кванты. Кроме того, спектр ускоренных электронов должен быть ограничен на некоторой предельной энергии — в нашем случае значение  $E_{\max} = 1.5 \text{ MeV}$ . Показатель энергетического спектра электронов в момент инжекции принимался равным  $\delta = 3$ . Из рис. 7 следует, что расчетные результаты соответствуют данным измерений степени поляризации в диапазоне 0.4–1 MeV ( $P = -25\%$ ) для угла наблюдения  $\alpha = 60^\circ$ . Угол наблюдения  $60^\circ$  не совпадает со значением  $19^\circ$ , который определяют авторы [16]. Однако определение угла наблюдения проводится по координатам вспышки в предположении, что плоскость вспышечной петли совпадает с плоскостью диска Солнца. Отметим, что многочисленные фотографии, выполненные на спутнике TRACE [17], свидетельствуют о различном наклоне системы вспышечных петель, к тому же наклон петель меняется во времени. Поэтому говорить о конкретном значении угла наблюдения вспышки по данным о координатах вспышки следует с осторожностью. Заметим, что для малых углов наблюдений ни в одной модели не удастся получить значимую величину степени поляризации. Поэтому объявленный в [16] угол наблюдения в  $19^\circ$  и значение степени поляризации 25% практически несовместимы. К сожалению, из данных, приведенных в [16], невозможно определить параметры энергетического спектра в этой вспышке. Но, если эти значения подтвердятся, то это будет весомым аргументом в пользу рассматриваемой модели. В целом, как и ожидалось, экспериментальные значения степени поляризации невелики — не превышают 20%.

## Список литературы

- [1] Leach J., Petrosian V. // *Astrophys. J.* 1981. Vol. 251. Part 1. P. 781–791.
- [2] Leach J., Petrosian V. // *Astrophys. J.* 1981. Vol. 269. Part 1. P. 715–727.
- [3] Кельнер С.Р., Скрынников Ю.И. // *Астрономический журн.* 1985. Т. 62. № 4. С. 760–767.
- [4] Zharkova V.V., Gordovskyy M. // *Astrophys. J.* 2006. Vol. 651. Issue 1. P. 553–565.
- [5] Zharkova V.V., Kuznetsov A.A., Siversky T.V. // *Astronomy and Astrophys.* 2010. Vol. 512. A8.
- [6] Гузман А.Б., Кудрявцев И.В., Чариков Ю.Е. // *Астрономический журн.* 1996. Т. 73. № 2. С. 273–279.
- [7] Charikov Ju.E., Guzman A.B., Kudryavtsev I.V. // *Astronomy and Astrophys.* 1996. Vol. 308. P. 924–928.
- [8] Charikov Yu.E., Dmitrijev P.B., Koudriavtsev I.V., Lazutkov V.P., Matveev G.A., Savchenko M.I., Skorodumov D.V. // *Proc. IAU Symposium 223*, 14–19 June, St. Petersburg, Russia / Ed. by A.V. Stepanov, E.E. Benevolenskaya, A.G. Kosovichev. Cambridge University Press, 2004. P. 429–432.
- [9] Дмитриев П.Б., Кудрявцев И.В., Лазутков В.П., Матвеев Г.А., Савченко М.И., Skorodumov Д.В., Чариков Ю.Е. // *Астрономический вестник.* 2006. Т. 40. № 2. С. 160–170.
- [10] Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.
- [11] Brown J.C. // *Solar Phys.* 1971. Vol. 18. Issue 3. P. 489–502.
- [12] Gluckstern R.L., Hull M.H. // *The Phys. Rev.* 1953. Vol. 90. N 6. P. 1030–1035.
- [13] Янке Е., Эмде Ф., Лёв Ф. *Специальные функции.* М.: Наука, 1968. 344 с.
- [14] Ashwanden M. // *Space Sci. Rev.* 2002. Vol. 101. N 1–2. P. 1–227.
- [15] Suarez-Garcia E., Hajdas W., Wigger C., Arzner K., Gudel M., Grigis A.Z. // *Solar Phys.* 2006. Vol. 239. Issue 1–2. P. 149–172.
- [16] Boggs S.E., Coburn W., Kalemci E. // *Astrophys. J.* 2006. Vol. 638. Issue 2. P. 1129–1139.
- [17] Ashwanden M.J. // *Space Sci. Rev.* 2009. Issue 1–4. Vol. 149. P. 31–64.