

01;09;12

Распространение волны магнитной изоляции в вакуумной линии при наличии тока подмагничивания

© С.Я. Беломытцев, А.А. Гришков, А.А. Жерлицын

Институт сильноточной электроники СО РАН,
634055 Томск, Россия
e-mail: andzh@oit.hcei.tsc.ru

(Поступило в Редакцию 29 июля 2011 г. В окончательной редакции 17 февраля 2012 г.)

Разработана аналитическая модель и выполнено численное моделирование работы вакуумной коаксиальной линии при наличии тока подмагничивания. Результаты расчетов позволят определить ток подмагничивания, обеспечивающий отсутствие электронных утечек на фронте падающей волны напряжения, и прогнозировать импеданс „горячей“ линии. На основе предложенной модели рассмотрен метод определения напряжения на вакуумной нагрузке с помощью короткозамкнутой коаксиальной линии с подмагничиванием.

Введение

Вакуумные линии с магнитной самоизоляцией применяются для транспортировки электромагнитной энергии к нагрузке [1,2]. Величина электрического поля в таких линиях может быть существенно выше, чем в линиях с диэлектриками в качестве изоляции, а плотность мощности в передаваемом импульсе может превышать 10^{10} Вт/см².

Установление магнитной самоизоляции в линии обеспечивается электронным током утечки на анод на фронте волны, который вместе с током зарядки линии создает необходимое магнитное поле. За счет электронных утечек скорость распространения электромагнитной волны оказывается меньше скорости света, а потери энергии в транспортируемом импульсе могут достигать 50% [3].

Повысить эффективность передачи энергии в вакуумной линии можно за счет предварительного подмагничивания линии, которое частично или полностью устраняет электронные утечки на фронте распространяющейся волны [4]. При этом подмагничивание дает возможность влиять на „горячий“ импеданс линии и скорость распространения волны. Это расширяет возможности применения вакуумной линии с магнитной изоляцией.

Ниже исследуются вопросы подавления электронных утечек и поведения импеданса линии при наличии магнитного поля, созданного до прихода импульса напряжения за счет начального тока подмагничивания. Результаты исследований обосновывают использование линии с подмагничиванием для целей измерения напряжения на вакуумной нагрузке.

1. Теория

Рассмотрим передающую коаксиальную вакуумную линию (рис. 1), в которой перед подачей бегущей волны напряжения протекает ток подмагничивания I_1 . Ток I_1 вместе с током зарядки линии предотвращает утечку электронов на анод и играет роль тока утечки на фронте волны магнитной самоизоляции (ВМС) в линии без

подмагничивания. Задача состоит в нахождении волнового сопротивления и скорости распространения волны в линии с подмагничиванием.

Примем модель, в которой фронт волны с постоянным напряжением U и фронт однородного электронного слоя движутся со скоростью v_f , причем фронты совпадают, и перед ними нет предвестника. Дополнительно предположим, что движение электронов вдоль линии ламинарное и для него справедливо решение, полученное в работе [5]. Тогда аналогично работе [6,7] получим уравнения сохранения энергии и сохранения электрического заряда в системе.

Погонная плотность электрического заряда в слое

$$q = \frac{H_c r_c}{2} \sqrt{\gamma_m^2 - 1}, \quad (1)$$

где H_c — азимутальная напряженность магнитного поля на катоде, r_c — радиус катода, γ_m — релятивистский фактор электронов на внешней границе ($r = r_m$) электронного слоя.

Средняя скорость электронов в слое

$$v_{as} = c \sqrt{\frac{\gamma_m - 1}{\gamma_m + 1}}, \quad (2)$$

где c — скорость света в вакууме.

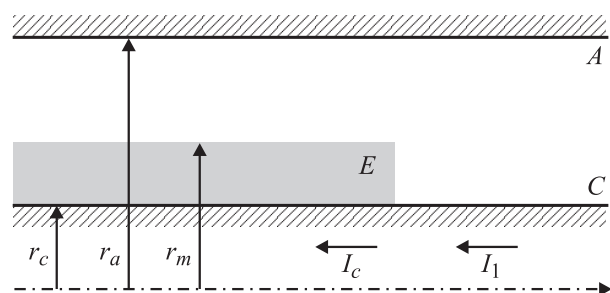


Рис. 1. Геометрия передающей вакуумной линии. А — анод, С — катод, Е — электронный слой, r_c , r_a — радиусы катода и анода, r_m — внешний радиус электронного слоя.

Сохранение электрического заряда запишем в виде

$$q(v_f - v_{as}) = I_c - I_1, \quad (3)$$

где $I_c = cH_c r_c / 2$ — ток по катоду.

Полный ток в линии

$$I_a = \frac{I_0 \gamma_m}{2 \ln \frac{r_a}{r_c}} \left[\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\gamma_a - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right], \quad (4)$$

где $I_0 = mc^3/e \approx 17$ кА, m и e — масса и заряд электрона соответственно, $\gamma_a = 1 + eU/mc^2$ — релятивистский фактор, соответствующий напряжению в волне U . Ток по катоду

$$I_c = \frac{I_a}{\gamma_m} = \frac{I_0}{2 \ln(r_a/r_c)} \left[\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\gamma_a - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right].$$

Обозначим $\beta = v_f/c$. После преобразований (3) запишется в виде

$$\begin{aligned} & \sqrt{\gamma_m^2 - 1} \left(\beta - \sqrt{\frac{\gamma_m - 1}{\gamma_m + 1}} \right) \\ &= 1 - \frac{I_1}{I_0} \frac{2 \ln(r_a/r_c)}{\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\gamma_a - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Поток энергии через поперечное сечение „горячей“ линии

$$S = I_a U = \frac{I_a^2 \gamma_m (\gamma_a - 1)}{2c \ln(r_a/r_c)} \left[\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\gamma_a - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right]. \quad (7)$$

Погонная плотность энергии в „горячей“ линии

$$\begin{aligned} W &= \frac{I_0^2}{4c^2 \ln(r_a/r_c)} \left[2\gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} + \frac{(2\gamma_m^2 - 1)(\gamma_a - \gamma_m)}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right. \\ & \left. + 2\sqrt{\gamma_m^2 - 1} + \ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) \right] \\ & \times \left[\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\gamma_a - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Погонная плотность энергии в „холодной“ линии с током I_1

$$W_1 = \frac{I_1^2}{c^2} \ln \left(\frac{r_a}{r_c} \right). \quad (9)$$

Сохранение энергии запишем в виде

$$S = v_f (W - W_1). \quad (10)$$

После преобразований (10) запишется в виде

$$\begin{aligned} 2\gamma_m(\gamma_a - 1) &= \beta \left[2\gamma_m \sqrt{\gamma_m^2 - 1} + \frac{(2\gamma_m^2 - 1)(\Gamma - \gamma_m)}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}} \right. \\ & \left. + 2\sqrt{\gamma_m^2 - 1} + \ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) \right. \\ & \left. - \frac{I_1^2}{I_0^2} \frac{4 \ln^2(r_a/r_c)}{\ln(\gamma_m + \sqrt{\gamma_m^2 - 1}) + \frac{\gamma_a - \gamma_m}{\sqrt{\gamma_m^2 - 1}}} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Определим минимальный ток подмагничивания, при котором отсутствуют утечки тока по аноду. Будем решать систему уравнений (6), (11) в приближении $\gamma_m = \gamma_a$, что соответствует полному заполнению линии электронным слоем. После преобразований получим выражение

$$\begin{aligned} t^2 - \gamma_a t^2 - t \frac{2(\gamma_a - 1)\sqrt{\gamma_a^2 - 1} + \ln(\gamma_a + \sqrt{\gamma_a^2 - 1})}{\ln(\gamma_a + \sqrt{\gamma_a^2 - 1})} \\ + \gamma_a = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$t = 2 \frac{I_1}{I_0} \frac{\ln(R_a/R_c)}{\ln(\gamma_a + \sqrt{\gamma_a^2 - 1})}.$$

Для нахождения корней кубического уравнения (12) можно воспользоваться известной формулой Кардана или более удобным в данном случае тригонометрическим решением [8]. Учитывая область определения для γ_a и β , будем иметь одно действительное решение

$$I_{1 \min} = -2\sqrt{Q} \cos \left(\varphi - \frac{2}{3} \pi \right) - \frac{\Gamma}{3}, \quad (13)$$

где

$$\varphi = \frac{1}{3} \arccos \frac{R}{\sqrt{Q^3}},$$

$$Q = \frac{1}{9} \gamma_a^2 + \frac{2}{3} \frac{(\gamma_a - 1)\sqrt{\gamma_a^2 - 1} + \ln(\gamma_a + \sqrt{\gamma_a^2 - 1})}{\ln(\gamma_a + \sqrt{\gamma_a^2 - 1})},$$

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{27} \gamma_a^2 \\ &+ \frac{1}{3} \frac{\gamma_a ((\gamma_a - 1)\sqrt{\gamma_a^2 - 1} + \ln(\gamma_a + \sqrt{\gamma_a^2 - 1}))}{\ln(\gamma_a + \sqrt{\gamma_a^2 - 1})} + \frac{\gamma_a}{2}. \end{aligned}$$

Необходимо отметить, что ранее уже решалась задача с вакуумной линией при наличии тока подмагничивания, но для плоской геометрии [4]. Рассмотренный выше подход, основанный на законах сохранения энергии и электрического заряда для плоской линии, дает тождественный результат.

График функции (13) представлен на рис. 2. Зависимость минимального тока подмагничивания от напряжения — это однокорневая кривая с относительно крутой левой частью и более пологой правой. Уменьшение минимального тока подмагничивания при увеличении напряжения является релятивистским эффектом. Важно отметить, что зависимость минимального тока от напряжения имеет максимум, положение которого является универсальным для коаксиальных линий любых габаритов $U_{\max} \approx 966$ кВ. В экспериментальных условиях при импульсе напряжения более 1 МВ с конечным фронтом следует руководствоваться током подмагничивания I_{\max} . В зависимости от геометрического фактора (отношение радиусов анода и катода) амплитуда тока подмагничивания в максимуме изменяется: чем отношение радиусов меньше, тем выше минимальный ток подмагничивания.

Из кривых на рис. 2 так же очевидно существование области напряжений, где отсутствует решение в рассматриваемой модели для тока подмагничивания, значение которого ниже максимума функции $I_{\min}(U)$.

Далее, решая численно систему уравнений (6) и (11), находим γ_m и β для заданных U , I_1 и геометрии линии. Зная потенциал пучка на внешней границе электронного слоя, можем получить зависимость импеданса линии от напряжения для заданного тока подмагничивания.

На рис. 3 показаны расчетные зависимости импеданса линии от амплитуды падающей волны напряжения для токов подмагничивания 2, 3 и 6 кА. Расчет выполнялся для линии с волновым сопротивлением 136 Ohm (отношение радиусов анода к катоду равно 9.6). Видно, что при распространении импульса напряжения с амплитудой до 1.5 MV по линии с током подмагничивания 6 кА импеданс линии уменьшается не более чем на 10% по сравнению с импедансом „холодной“ линии. При этом скорость распространения волны по линии снижается

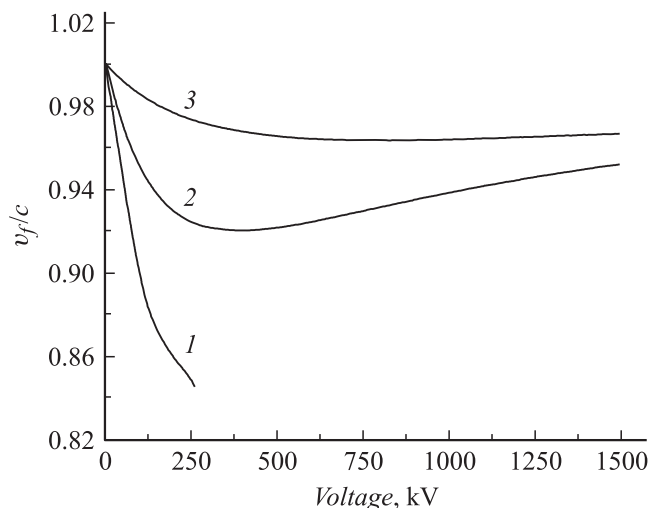


Рис. 4. Зависимости скорости распространения волны от напряжения в падающей волне при токе подмагничивания 2 (кривая 1), 3 (кривая 2) и 6 кА (кривая 3).

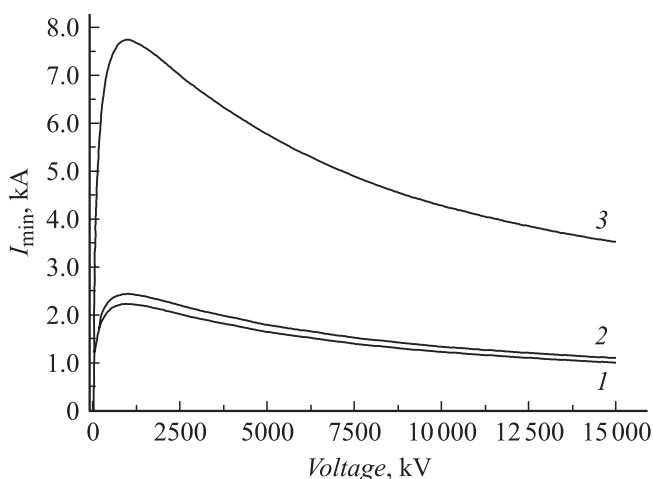


Рис. 2. Зависимости минимального тока подмагничивания от напряжения для r_a/r_c : 1 — 11, 2 — 9, 3 — 2.

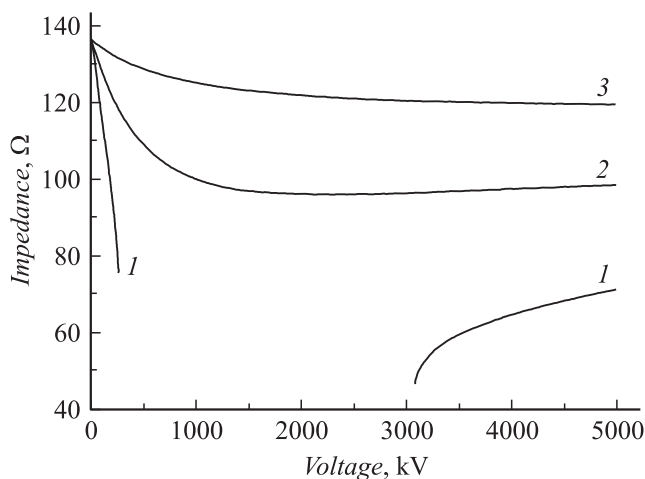


Рис. 3. Зависимости импеданса линии от напряжения при токе подмагничивания I_1 , кА: 1 — 1, 2 — 3, 3 — 6.

не более чем на 4% относительно скорости света в вакууме (рис. 4). При уменьшении тока подмагничивания (кривая 2, рис. 3) электронный слой становится шире и импеданс линии уменьшается. При токе подмагничивания 2 кА зависимость импеданса от напряжения терпит разрыв. Как было отмечено выше, это обусловлено тем, что при увеличении напряжения на крайних точках этих отрезков $\gamma_m \rightarrow \gamma_a$, следовательно, начинаются утечки тока на анод, и решение в рамках рассматриваемой модели отсутствует. Также стоит отметить, что при увеличении напряжения импеданс „горячей“ линии при определенном токе подмагничивания начинает возрастать и в ультрарелятивизме стремится к импедансу „холодной“ линии, а скорость распространения волны по линии стремится к скорости света.

Для проверки теории было выполнено компьютерное моделирование распространения волны напряжения амплитудой 1 MV с конечным фронтом 15 ns по коаксиальной линии при наличии тока подмагничивания в PIC-кодах KARAT [9] и OOPIC Pro [10]. Источник напряжения задавался граничным условием, которое формирует монополярный импульс напряжения с распределением полей, соответствующих ТЕМ-волне коаксиального волновода. Поскольку параметры расчетной области во всех моделированиях были одинаковыми, то для реализации заданного напряжения для линии с различным импедансом необходимо, чтобы граничное условие для источника напряжения имело волновое сопротивление меньше минимального в короткозамкнутой линии. Для инжекции волны напряжения в расчетах использовалась короткая вставка с волновым сопротивлением 50 Ohm. „Холодное“ волновое сопротивление короткозамкнутой линии в моделировании — 136 Ohm, электрическая длина — 7.8 ns. В моделировании эмиссия электронов носила пороговый характер и начиналась

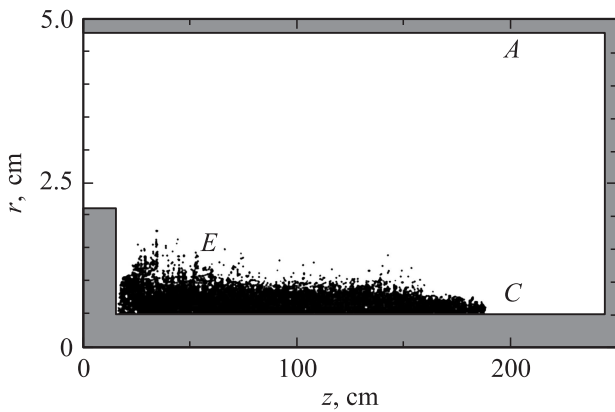


Рис. 5. Положение электронного слоя через 12 ns после подачи волны напряжения амплитудой 1 MV с фронтом 15 ns на линию с током подмагничивания 6 kA. *A* — анод, *C* — катод, *E* — электронный слой.

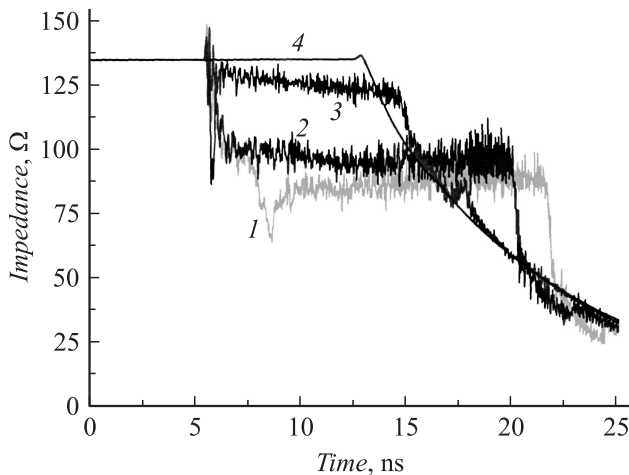


Рис. 6. Зависимости импеданса линии от напряжения при токе подмагничивания 2 (кривая 1), 3 (кривая 2) и 6 kA (кривая 3), 4 — импеданс „холодной“ линии.

при достижении электрическим полем на поверхности катода напряженности 300 kV/cm. Также была проведена серия расчетов без порога по эмиссии, которая показала незначительное различие в динамике движения электронного слоя при слабом подмагничивании. Пример расчета PIC-кода KARAT, демонстрирующий положение электронного слоя в „горячей“ линии с током подмагничивания 6 kA через 12 ns после подачи импульса напряжения, показан на рис. 5. Из рисунка видно, что электронный слой поджат к центральному электроду уже на фронте падающей волны, электронные утечки на анод отсутствуют. На рис. 6 приведены временные зависимости отношения напряжения к полному току в линии без учета тока подмагничивания $U/(I_a - I_1)$, рассчитанные на расстоянии 30 cm от начала линии при распространении по ней волны напряжения с амплитудой 1 MV. До прихода волны отражения от короткозамкнутого конца отношение $U/(I_a - I_1)$ дает волновое сопротивление „горячей“ линии. Момент прихода волны

отражения связан с началом резкого падения зависимостей на рис. 5. Также стоит отметить провал на кривой *I* (рис. 6), который связан с появлением утечек тока на анод при токе подмагничивания (2 kA), который меньше максимума функции $I_{\min}(U)$.

Из результатов моделирования следует, что с увеличением тока подмагничивания скорость распространения волны увеличивается и приближается к скорости волны в вакууме. Импеданс линии также увеличивается с ростом тока подмагничивания. До прихода волны отражения полученные в расчете значения импеданса линии согласуются с теоретической моделью (рис. 3). Из результатов моделирования и теории следует, что в рассматриваемых условиях при более чем двукратном превышении минимального тока подмагничивания в качестве импеданса линии можно принимать волновое сопротивление „холодной“ линии.

К сожалению, при помощи компьютерного моделирования не удалось зарегистрировать эффект уменьшения минимального тока подмагничивания для высоких напряжений. Моделирование показало, что в этих условиях при фиксированном токе подмагничивания электронный слой при продвижении по линии уширяется тем быстрее, чем выше напряжение в падающей волне. Уширение электронного слоя обусловлено наличием границ эмиссии, благодаря которым электроны стартуют на разном расстоянии от этих границ и имеют различные траектории. Это приводит к определенной периодичности и неоднородности электронного слоя. Уширение электронного слоя в численном моделировании наблюдалось в работе [11].

Очевидно, что рассмотренная в работе грубая модель не описывает сложную динамику этого процесса. Кроме того, ток подмагничивания в рассмотренной модели не полностью заменяет ток утечки на фронте волны магнитной самоизоляции, поскольку ток утечки уносит энергию из линии, а ток подмагничивания — нет. В связи с этим необходимо отметить, что используемая оценка для минимального тока подмагничивания для высоких напряжений может быть неверной, так как в реальной ситуации для реализации режима с отсутствием тока утечек на анод минимальный ток подмагничивания с ростом напряжения нужно увеличивать. Однако в области низких напряжений (порядка единиц мегавольт) результаты теории достаточно хорошо согласуются с численным моделированием и могут быть использованы для практического применения.

2. Применение вакуумной линии с подмагничиванием для измерения напряжения на нагрузке

Короткозамкнутая вакуумная коаксиальная линия может использоваться для измерения напряжения на нагрузке в условиях быстроизменяющихся электромагнитных полей, когда токи смещения существенны и необхо-

димо рассматривать волновые процессы в системе [12]. Для точного измерения напряжения U по току на короткозамкнутом конце измерительной линии I необходимо знать электрическую длину τ и волновое сопротивление „горячей“ линии ρ : $U(t) = 0.5\rho[I(t - \tau) - I(t + \tau)]$.

Для устранения неопределенности в параметрах „горячей“ линии предлагается создать магнитное поле в измерительной линии за счет тока подмагничивания до появления измеряемого импульса высокого напряжения. Подмагничивание призвано обеспечить выполнение условий магнитной изоляции электронов и сильное прижатие электронного слоя к катоду уже на фронте падающей волны напряжения. В результате достигается слабое изменение волнового сопротивления линии в течение импульса.

Данный метод апробирован применительно к нагрузке в виде плазмонаполненного диода при мегавольтном уровне напряжения. Эксперименты выполнялись на линейном импульсном трансформаторе [13]. Схема эксперимента с включением измерительной линии параллельно плазмонаполненному диоду описана в работе [14]. Подключение измерительной линии выполнено таким образом, что пространственно она оказывается включенной перед диодом. Такой способ включения позволяет исключить попадание потока плазмы из области диода в измерительную линию и не препятствует работе с генерируемым электронным пучком. При данных геометрических размерах линии можно рассчитывать на ввод в измерительную линию к началу высокоомной стадии работы диода $\sim 7\%$ от полного тока. При амплитуде полного тока в коаксиале трансформатора ~ 100 кА ток подмагничивания составит ~ 7 кА. „Холодное“ волновое сопротивление линии в эксперименте было 136 Ohm, электрическая длина 7.8 ns. Для измерения тока на короткозамкнутом конце линии $I_{12}(t)$ использовались пояс Роговского и калиброванный индуктивный датчик. На входе линии ток $I_{11}(t)$ измерялся с помощью магнитного зонда. Сопоставляя кривые измеренного тока в начале линии $I_{11}(t)$ и рассчитанную из тока в конце линии

$$I_{11\text{calc}}(t) = 0.5[I_{12}(t + \tau) + I_{12}(t - \tau)],$$

делался вывод о наличии либо отсутствии утечек в линии.

Начальный ток подмагничивания, обеспечивающий магнитную изоляцию на фронте волны напряжения, распространяющейся по измерительной линии, выбирался в соответствии с результатами аналитических расчетов. В эксперименте перед появлением измеряемого импульса высокого напряжения в измерительную линию вводился ток $I_1 \approx 6$ кА.

На рис. 7 показаны кривые токов $I_{11}(t)$ и $I_{12}(t)$, зарегистрированные в начале и конце измерительной линии. Видно, что волна тока достигает конца линии через время ~ 7.8 ns (электрическая длина „холодной“ линии) и удваивается на короткозамкнутом конце. Ток $I_{11\text{calc}}(t)$,

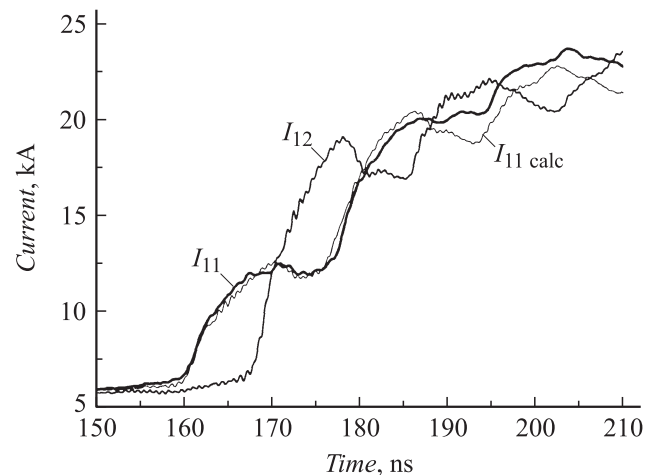


Рис. 7. Токи в измерительной линии: $I_{11}(t)$, $I_{12}(t)$ — токи, измеренные в начале и конце линии соответственно, $I_{11\text{calc}}(t)$ — ток в начале линии, рассчитанный по току на короткозамкнутом конце.

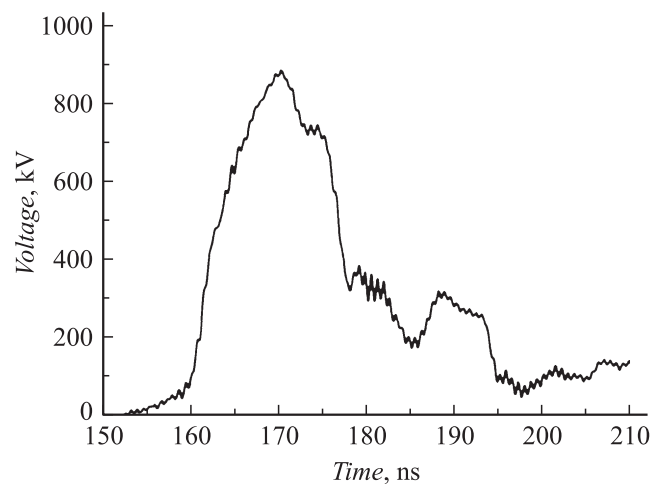


Рис. 8. Напряжение на входе линии.

рассчитанный из кривой $I_{12}(t)$, совпадает с измеренным током $I_{11}(t)$, что свидетельствует об отсутствии утечек в линии. По известному току в конце линии $I_{12}(t)$ рассчитано напряжение на входе линии и соответственно на диоде (рис. 8). При расчете напряжения в качестве импеданса и электрической длины линии использовались параметры „холодной“ линии. В диоде генерируется импульс напряжения ~ 900 кВ с фронтом 10 ns.

Заключение

Разработана аналитическая модель и выполнено численное моделирование работы вакуумной коаксиальной линии при наличии тока подмагничивания. Результаты расчетов позволяют определять ток подмагничивания, обеспечивающий отсутствие электронных утечек на

фронте падающей волны напряжения, и прогнозировать импеданс „горячей“ линии.

Короткозамкнутая вакуумная линия с подмагничиванием использована для измерения напряжения на плазмоннаполненном диоде. Определение напряжения основано на токовых измерениях в линии без использования датчика напряжения. Было реализовано отсутствие электронных утечек при распространении волны напряжения с амплитудой ~ 1 MV по линии длиной 2.3 м, с волновым сопротивлением 136 Ohm, с начальным током подмагничивания ~ 6 кА. Экспериментальные данные [14] согласуются с результатами аналитической модели и численного расчета.

Один из авторов выполнял работу при поддержке Фонда некоммерческих программ Дмитрия Зимина „Династия“.

Список литературы

- [1] *Bernstein B., Smith J.* // IEEE Trans. on Nucl. Sci. 1973. NS-20, P. 294.
- [2] *Spielman R.B., Long F., Martin T.H. et. al.* // Proc. 10th IEEE Int. Pulsed Power Conference, Albuquerque, New Mexico, 1995. P. 396–404.
- [3] *Баранчиков Е.И., Гордеев А.В., Королев В.Д., Смирнов В.П.* // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. Вып. 6. С. 2102–2121.
- [4] *Василенко О.И.* // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 1. С. 76–82.
- [5] *Гордеев А.В.* // ЖТФ. 1978. Т. 48. Вып. 4. С. 784–788.
- [6] *Belomyttsev S.Ya., Kirikov A.V., Ryzhov V.V.* // Proc. of 13th SHCE. Tomsk, 2010. P. 77–79.
- [7] *Беломытцев С.Я., Кириков А.В., Рыжов В.В.* // ПЖТФ. 2005. Т. 31. Вып. 9. С. 76–82.
- [8] *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968. С. 44.
- [9] *Tarakanov V.P.* User's manual for code KARAT // Berkeley Research Associate Inc. Springfield: VA, 1992.
- [10] *Verboncoeur J.P., Langdon A.B., Gladd N.T.* // Comp. Phys. Commun. 1995. 87. P. 199.
- [11] *Pointon T.D., Savage M.E.* // Proc. Pulsed Power Conference. 16th IEEE International 17–22 June 2007. Albuquerque. NM, V. 1. P. 165–170.
- [12] *Bastrikov A.N., Bugaev S.P., Volkov A.M., Kim A.A., Kovalchuk B.M., Kokshenev V.A., Mesyats G.A., Fursov F.I., Yakovlev V.P.* // Proc. 8th Int. Conf. on High-Power Particle Beams. Novosibirsk, USSR, 1990. P. 394–399.
- [13] *Zherlitsyn A.A., Kovalchuk B.M., Smorudov G.V., Tsoy N.V., Visir V.A., Zorin V.B.* // 15th Intern. Symp. High Current Electronics. Tomsk, 2008. P. 296–298.
- [14] *Belomyttsev S.Ya., Grishkov A.A., Kovalchuk B.M., Pedin N.N., Zherlitsyn A.A.* // Rev. Sci. Instrum. 2011. Vol. 82. P. 104 702.