Журнал технической физики, 2012, том 82, вып. 12

01;05

О закономерностях распространения плоских волн через границу раздела сред с дислокациями

© Н.В. Чертова

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН,
634055 Томск, Россия
e-mail: chertova@ms.tsc.ru

(Поступило в Редакцию 27 декаюря 2011 г.)

На основе уравнений полевой теории дефектов рассмотрены закономерности распространения плоских гармонических в однородных средах с дислокациями и при наличии границ раздела. Определены коэффициенты отражениями преломления волн смещений и волн поля дефектов, характеризуемого тензором плотности дислокаций и тензором плотности потока дислокаций. Проанализированы зависимости полученных величин от параметров граничащих сред.

В настоящее время внешние поверхности и внутренние границы раздела сред являются важными объектами исследования физической мезомеханики [1], поскольку в многочисленных исследованиях установлена их существенная роль в процессах деформирования разрушения материалов. В настоящей работе рассмотрены особенности прохождения волн через границу раздела сред с дислокациями, динамика которых определяет известный механизм пластической деформации. Исследование проводится на основе уравнений полевой теории дефектов [2], включающей динамические уравнения калибровочной теории дислокаций

$$B\partial_i I_{ij} = -P_j, \quad S e_{ikl}\partial_k \alpha_{lj} = -B\partial_0 I_{ij} - \sigma_{ij} \tag{1}$$

и кинематические тождества континуальной теории

$$\partial_i \alpha_{ij} = 0, \quad e_{ikl}\partial_k I_{lj} = \partial_0 \alpha_{ij}, \tag{2}$$

где α_{ij}, I_{ij} — компоненты тензоров плотности и плотности потока дислокаций, σ_{ij}, P_i — компоненты напряжений и импульса, B, S — константы теории, ∂_0 — производная по времени. Рассматриваются вязкоупругие, упруговязкопластические среды и среда Максвелла, определяемые соотношениями

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\partial_k U_l + G_{ijkl}\partial_k\partial_0 U_l, \tag{3}$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\partial_k u_l + \eta I_{ij}, \tag{4}$$

$$\partial_0\sigma_{ij} = C_{ijkl}\partial_0\varepsilon_{kl} - \sigma_{ij}/\tau, \tag{5}$$

где U_i, u_i — компоненты вектора упругих и полных смещений, C_{ijkl}, G_{ijkl} — тензоры упругих модулей и коэффициентов вязкости упругого тела, ε_{ij} — тензор деформации, η — коэффициент вязкости, τ — время релаксации. Напряжение и импульс удовлетворяют уравнению динамического равновесия $\partial_0 P_i = \partial_n \sigma_{ni}$, которое является условием совместности (1), (2).

Было установлено [3,4], что в рассматриваемых средах распространяются волны смещений, связанные с динамикой компонент тензора плотности потока дислокаций на плоскости фронта волны,

$$U_n(z,t) = a_n \exp(-i\omega t + i k_n z),$$

$$I_{zn}(z,t) = (i\rho\omega/B)\int U_n(z,t)dz, \tag{6}$$

где z — направление распространения волны, ω — частота волны, i — мнимая единица, k_n — волновое число, $n = z, x, y$. В вязкоупругих средах (3)

$$k_z^2 = (\omega/C_l)^2/(1 - i\,\mathrm{tg}\,\delta_z),$$

$$k_x^2 = k_y^2 = (\omega/C_t)^2/(1 - i\,\mathrm{tg}\,\delta_x), \tag{7}$$

$$\mathrm{tg}\,\delta_z = \omega(\gamma + 2\nu)/(\lambda + 2\mu),$$

$$\mathrm{tg}\,\delta_x = \mathrm{tg}\,\delta_y = \omega\nu/\mu.$$

Здесь $C_l = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $C_t = \sqrt{\mu/\rho}$ — продольная и поперечная скорости упругих волн, $\mathrm{tg}\,\delta_n$ — тангенсы углов потерь, λ, μ — коэффициенты Ламе, γ, ν — объемная и сдвиговая вязкость упругого тела. В случае упруговязкопластических сред (4) волновые числа задаются выражениями

$$k_z^2 = (\omega/C_l)^2(1 + i\,\mathrm{tg}\,\delta),$$

$$k_x^2 = k_y^2 = (\omega/C_t)^2(1 + i\,\mathrm{tg}\,\delta),$$

$$\mathrm{tg}\,\delta = \eta/B\omega. \tag{8}$$

Можно показать, что в среде Максвелла (5) решения (6) определяются волновыми векторами (8) при следующем значении тангенса угла потерь:

$$\mathrm{tg}\,\delta = 1/\tau\omega. \tag{9}$$

Компоненты тензора плотности потока дислокаций на плоскостях, параллельных направлению распространения волны, могут быть записаны в виде

$$I_{mn}(z,t) = q_{mn}(z)\exp(-i\omega t + i\langle k_n\rangle z), \quad m = x, y, \tag{10}$$

где $q_{mn}(z)$ — амплитуды, зависящие от координат при $n = z = m$, и константы при $n \neq m \neq z$,

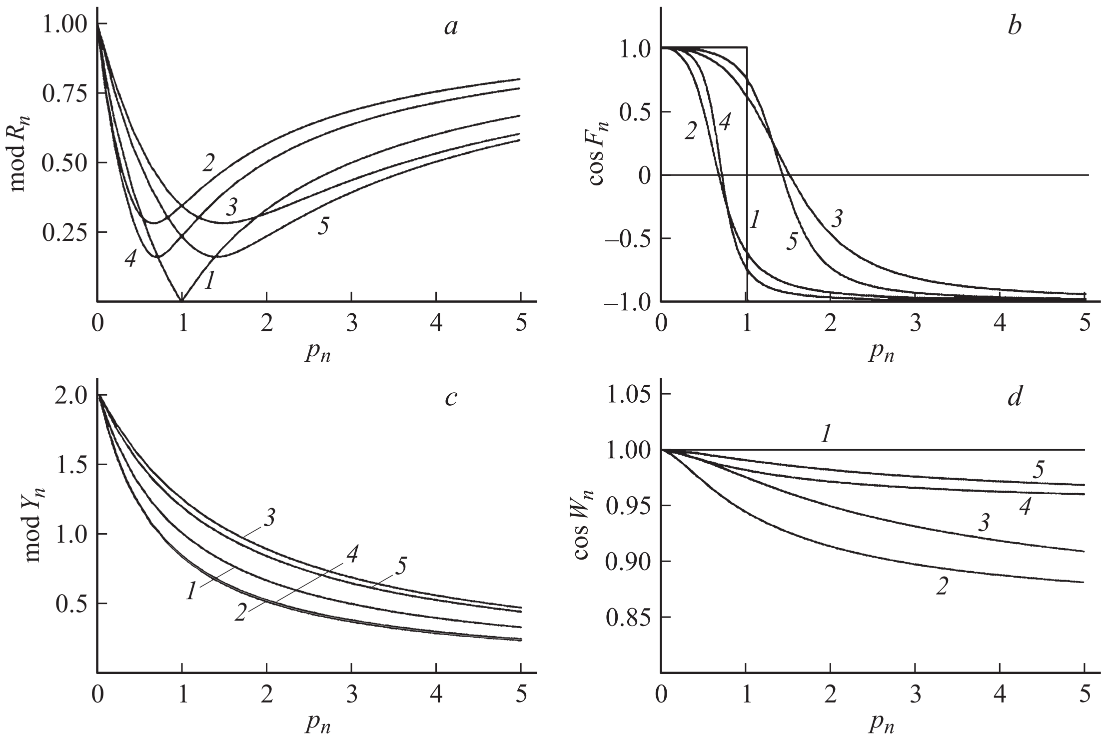

Рис. 1. Зависимости модулей (a, c) и косинусов аргументов (b, d), коэффициентов отражения (a, b) и преломления (c, d) волн смещений от отношений упругих импедансов; в упруго-вязкопластической среде и среде Максвелла $\operatorname{tg}\delta^- = 0$, $\operatorname{tg}\delta^+ = 0$ (*1*), 2.0 (*2*), 0, 2 (*3*), 2, 0.5 (*4*), 0.5, 2 (*5*); в вязкоупругой среде $\operatorname{tg}\delta_n^- = 0$, $\operatorname{tg}\delta_n^+ = 0$ (*1*), 0, 2 (*2*), 2, 0 (*3*), 0.5, 2 (*4*), 2, 0.5 (*5*).

$\langle k_z\rangle = (k_x + k)/2$, $\langle k_x\rangle = (k_z + k)/2$, $\langle k_y\rangle = k$ в случае I_{xn} компонент и $\langle k_z\rangle = (k_y + k)/2$, $\langle k_y\rangle = (k_z + k)/2$, $\langle k_x\rangle = k$ в случае I_{yn} компонент. Волновой вектор k определяется следующим выражением для вязкоупругой среды и среды Максвелла:

$$k = \omega/C, \qquad C = \sqrt{S/B}, \tag{11}$$

в упруговязкопластической среде

$$k = (\omega/C)\sqrt{1 + i\operatorname{tg}\delta}. \tag{12}$$

Полученные решения (6), (10) были использованы для анализа закономерностей прохождения волн через границу раздела неупругих сред с дислокациями. Рассмотрим частный случай нормального падения первичной волны на границу раздела. Граничные условия для компонент поля дефектов имеют вид

$$[BI_{zn}] = 0, \quad [\alpha_{zn}] = 0, \quad [I_{mn}] = 0, \quad [S\alpha_{mn}] = 0. \tag{13}$$

Для компонент вектора смещений и напряжений граничные условия в случае идеального контакта записывают обычным обрмзом

$$[U_z] = 0 \qquad [U_m] = 0, \qquad [\sigma_{zn}] = 0. \tag{14}$$

Подставляя (6) в (14), можно получить выражения коэффициентов отражения и преломления для волн компонент вектора смещений

$$R_n = \frac{\rho^- k_n^+ + \rho^+ k_n^-}{\rho^- k_n^+ + \rho^+ k_n^-}, \quad Y_n = \frac{2\rho^- k_n^+}{\rho^- k_n^+ + \rho^+ k_n^-} \tag{15}$$

и компонент тензора плотности потока дислокаций на фронте волны

$$R_{zn} = R_n,$$

$$Y_{zn} = (B^- k_n^- \rho^+)/(B^+ k_n^+ \rho^-) Y_n. \tag{16}$$

Рассматриваемые величины представляют отношения амплитуд отраженной и преломленной волн к амплитуде падающей волны. Верхние индексы „–“, „+“ показывают принадлежность к средам, где распространяются первичные и вторичные волны. Вторая пара равенств (13) позволяет определить выражения коэффициентов Френеля I_{mn} компонент в виде

$$R_{mn} = \frac{S^-\langle k_n^-\rangle - S^+\langle k_n^+\rangle}{S^-\langle k_n^-\rangle + S^+\langle k_n^+\rangle},$$

$$Y_{mn} = \frac{2S^-\langle k_n^-\rangle}{S^-\langle k_n^-\rangle + S^+\langle k_n^+\rangle}, \qquad m = x, y. \tag{17}$$

Следует отметить, что коэффициенты отражения и преломления I_{mz}, I_{mm} компонент, представляющих сумму двух колебаний [3,4], могут быть вычислены лишь приближенно в рамках метода медленно меняющихся амплитуд [5], что предполагает $\partial_z q_{mi}(z) = 0$, $i = z$, m.

На основе (15)–(17) были рассчитаны действительные и мнимые части рассматриваемых величин, найдены их модули и аргументы. На рис. 1 приведены зависимости модулей и косинусов аргументов коэффициентов отражения и преломления волн смещений от отношений

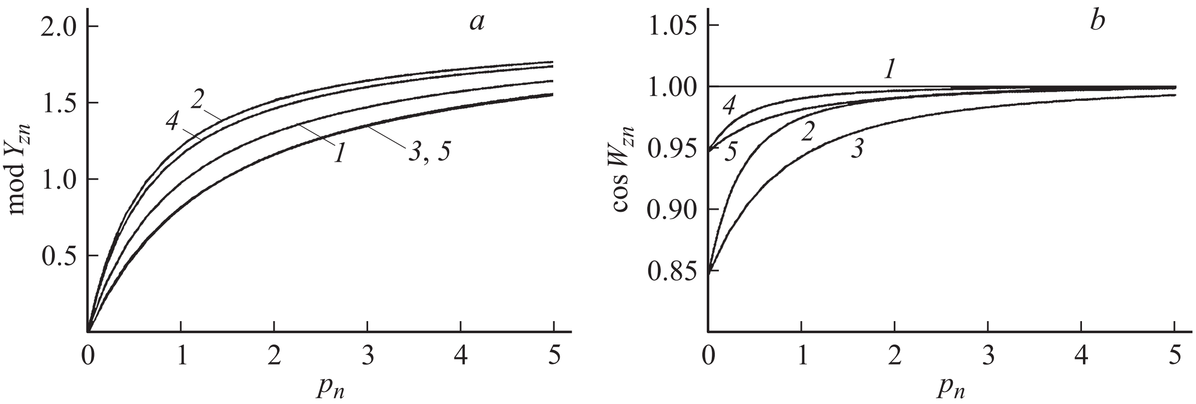

Рис. 2. Зависимости модулей (a) и косинусов аргументов (b) коэффициентов преломления волн компонент тензора плотности потока дислокаций на фронте волны от отношений упругих импедансов при $\operatorname{tg}\delta^- = 0$, $\operatorname{tg}\delta^+ = 0$ (*1*), 2, 0 (*2*), 0, 2 (*3*), 2, 0.5 (*4*), 0.5, 2 (*5*) в случае упруго-вязкопластической среды и среды Максвелла и при $\operatorname{tg}\delta^- = 0$, $\operatorname{tg}\delta^+ = 0$ (*1*), 0, 2 (*2*), 2, 0 (*3*), 0.5, 2 (*4*), 2, 0.5 (*5*) в вязкоупругой среде; $B^-/B^+ = 1$.

упругих импедансов граничащих сред $p_n = \rho^+ C_n^+/\rho^- C_n^-$ при различных значениях тангенсов углов потерь. Данные зависимости зеркально противоположны относительно тангенсов углов потерь граничащих сред для вязкоупругих и упруговязкопластических сред. На рис. 2 представлены аналогичные зависимости коэффициентов преломления I_{zn} компонент (16). В отличие от модулей и косинусов аргументов (15), (16), совпадающих в различных средах при взаимной перестановке тангенсов углов потерь контактирующих сред, синусы аргументов меняют знак.

Коэффициенты Френеля I_{xn} компонент в упруго-вязкопластических средах могут быть записаны в виде

$$R_{xn} = \frac{A^- p_p k_{0n} A^+}{A^- + p_p k_0 A^+},$$

$$Y_{xn} = \frac{2A^-}{A^- + p_p k_{0n} A^+}, \qquad (18)$$

в срезе Максвелла аналогичные соотношения запишутся таким образом

$$R_{xn} = \frac{1 + c_n^- A^- - p_p(1 + c_n^+ A^+)}{1 + c_n^- A^- + p_p(1 + c_n^+ A^+)},$$

$$Y_{xn} = \frac{2(1 + c_n^- A^-)}{1 + c_n^- A^- + p_p(1 + c_n^+ A^+)}, \qquad (19)$$

для вязкоупругой среды были получены следующие выражения:

$$R_{xn} = \frac{1 + c_n^-/B_n^- - p_p(1 + c_n^+/B_n^+)}{1 + c_n^-/B_n^- + p_p(1 + c_n^+/B_n^+)},$$

$$Y_{xn} = \frac{2(1 + c_n^-/B_n^-)}{1 + c_n^-/B_n^- + p_p(1 + c_n^+/B_n^+)}. \qquad (20)$$

Здесь $p_p = B^+C^+/B^-C^-$ — отношение „пластических импедансов“ граничащих сред, $A^\pm = \sqrt{1 + i\operatorname{tg}\delta^\pm}$, $B_n^\pm = \sqrt{1 - i\operatorname{tg}\delta^\pm}$, $k_{0n} = (1 + c_n^+)/(1 + c_n^-)$, $c_{z(x)}^\pm = C^\pm/C_{t(l)}^+$, $c_y^\pm = 0$. Выражения (18)–(20) при $c_n^- = c_n^+ = 0$ определяют R_{xy}, Y_{xy} коэффициенты, вид которых в координатах $\{|R_{mn}|, \cos F_{mn}, |Y_{mn}|, \cos W_{mn}\}(p_p)$ аналогичен зависимостям 1 на рис. 1 для вязкоупругих сред и среды Максвелла и кривым *1–5* для упруго-вязкопластических сред. При $c_n^-, c_n^+ \neq 0$ на основе (18)–(20) находятся коэффициенты Френеля I_{xz}, I_{xx} компонент, которые также качественно подобны кривым *1–5* на рис. 1. В случае нулевых тангенсов углов потерь зависимости модулей R_{xz}, R_{xx} и косинусов их аргументов сдвигаются влево относительно $p_p = 1$ на величину k_{0n} при $c_n^- < c_n^+$ и вправо при $c_n^- > c_n^+$. Модули Y_{xz}, Y_{xx} больше модуля Y_{xy} при $c_n^- > c_n^+$ и меньше при $c_n^- < c_n^+$, $\cos W_{mn}(p_p) = 1$. Характер зависимостей R_{mn}, Y_{mn} от тангенсов углов потерь противоположен аналогичным зависимостям для волн смещений в каждой из сред (рис. 1). Особенность представленных результатов состоит в том, что модули коэффициентов отражения всех волн в средах с дислокациями имеют минимум, условиями которого являются выражения

$$\operatorname{Re}(R_{n(mn)}) = 0, \qquad \partial \operatorname{Im}(R_{n(mn)})/\partial p_{n(p)} = 0,$$

$$\partial^2 \operatorname{Im}(R_{n(mn)})/\partial^2 p_{n(p)} > 0.$$

Полученные результаты, необходимые при изучении отражательной и пропускательной способностей границ раздела, особенностей прохождения волн через слой, могут быть использованы при анализе и интерпретации данных сейсмических исследований и методов неразрушающего контроля.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 09-01-00264а).

Список литературы

[1] *Панин В.Е.* // Физичекая мезомеханика. 1999. Т. 2. № 6. С. 5–23.
[2] *Гриняев Ю.В., Чертова Н.В.* // Физическая мезомеханика. 2000. Т. 3. № 5. С. 19–32.
[3] *Чертова Н.В., Чертов М.А.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. Вып. 7. С. 25–32.
[4] *Чертова Н.В.* / ПМТФ. 2008. Т. 49. № 6. С. 190–197.
[5] *Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э.* Теория колебаний. М.: Наука, 1981. 568 с.