

Связь электрического отклика с характеристиками упругих волн при ударном возбуждении гетерогенных диэлектрических материалов, содержащих пьезоэлектрические включения

© Т.В. Фурса,¹ Б.А. Люшкин,² Г.Е. Уцын²

¹ Томский политехнический университет,
634050 Томск, Россия
e-mail: fursa@tpu.ru

² Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,
634050 Томск, Россия
e-mail: uge23@rambler.ru

(Поступило в Редакцию 10 февраля 2012 г.
В окончательной редакции 30 мая 2012 г.)

Предложена физико-математическая модель электрического отклика на упругое ударное возбуждение пьезосодержащих гетерогенных материалов. С использованием аппарата механики сплошных сред теоретически рассчитаны параметры электрического сигнала при импульсном воздействии на диэлектрический образец, содержащий пьезоэлектрическое включение, и получена сходимость с экспериментальными результатами.

В настоящее время существует большое количество экспериментальных данных по исследованию явления механоэлектрических преобразований в гетерогенных диэлектрических материалах. Установлены основные закономерности механоэлектрических преобразований и их механизмы [1–9]. Суть явления механоэлектрических преобразований состоит в том, что при смещении свободных зарядов и зарядов двойных электрических слоев на границе раздела фаз в гетерогенных материалах под действием акустических волн, созданных импульсным механическим возбуждением, появляется электромагнитный отклик среды. К источникам электрического сигнала при механоэлектрических преобразованиях следует отнести и пьезоэлектрические явления при деформации акустической волной пьезоэлектрических включений [6]. На основе этих исследований ведется разработка неразрушающих методов контроля структурных и механических характеристик гетерогенных диэлектрических материалов [10–15].

Для повышения точности разрабатываемых методов в рамках данной работы проведены экспериментальные и теоретические исследования механоэлектрических преобразований в гетерогенных материалах, содержащих пьезоэлектрические включения. Типичными представителями таких материалов являются бетоны и горные породы, содержащие включения природного кварца.

Экспериментальные исследования были выполнены с помощью лабораторного комплекса, позволяющего производить импульсное механическое возбуждение образцов и регистрацию электрического отклика. Механическое возбуждение производили с помощью электромеханического ударного устройства с калиброванной силой удара, амплитуда ударной нагрузки составляет величину порядка 10 N. Удар производился по металлической пластине, помещенной на поверхность образца в месте

удара. Для регистрации электрического сигнала использовался дифференциальный электрический датчик, позволяющий существенно повысить соотношение сигнал–помеха. Измерительный приемник располагался на расстоянии 2 mm от поверхности образца, а компенсационный параллельно измерительному на высоте 30 mm от него. Ударное устройство и приемник электрических сигналов были закреплены на единой базе на расстоянии 20 mm друг от друга. Сигнал с электрического датчика регистрировался с помощью многофункциональной платы ввода–вывода, позволяющей осуществлять оцифровку временной реализации электрического сигнала.

Проведенных экспериментальных исследований недостаточно для понимания закономерностей механоэлектрических преобразований в образцах с определенной геометрией расположения относительно выбранной системы координат точки удара, источников механоэлектрических преобразований, приемника электрического сигнала.

Для решения этих вопросов были проведены экспериментальные и теоретические исследования параметров электрического отклика на ударное возбуждение гипсопесчаного модельного образца размером 100 × 100 × 100 mm. Для изготовления данной модели использовался речной песок с высоким содержанием в нем α -кварца (порядка 80–90%). Соотношение песка к гипсу составляло 1:3. Основными источниками механоэлектрических преобразований в модели являются двойные электрические слои, расположенные на границе цементной матрицы и песка, и пьезоэлектрические включения, содержащиеся в песке. Причем, как было показано в работе [6], составляющая, связанная с пьезоэлектрическим эффектом, значительно превалирует над составляющей, связанной с возбуждением двойных электрических слоев.

Электрический сигнал из гетерогенных диэлектрических материалов представляет собой ток смещения, возникающий при деформации и смещении источником механоэлектрических преобразований акустической волной [3–5], формирующейся в образцах конечных размеров при импульсном механическом возбуждении. Ток смещения определяется потоком вектора электрической индукции (скорости изменения переменного электрического поля) через некоторую поверхность:

$$\mathbf{I}_{sm} = \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} dS.$$

В общем виде вектор \mathbf{D} электрической индукции диполя, расположенного на расстоянии \mathbf{r} от рассматриваемой точки поля, определяется выражением

$$\mathbf{D} = \frac{3(\mathbf{P} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} - \mathbf{P}}{r^3},$$

где \mathbf{n} — единичный вектор в направлении \mathbf{r} .

При расположении приемного электрического датчика параллельно оси x ток смещения будет определяться вертикальной составляющей напряженности электрического поля, а следовательно, и вектора электрической индукции (\mathbf{D}_y).

Максимальное значение величины электрической индукции будет наблюдаться при расположении пьезоэлектрической оси источника вдоль направления луча возбуждения, поэтому на данном этапе исследований влияние источников, ориентированных в других направлениях, не учитывается.

Тогда мы имеем конфигурацию системы удара, источника внутри образца и заданной точки приемника такую, как показано на рис. 1 (в двумерном приближении).

На рисунке символом \mathbf{i} обозначен единичный вектор направления дипольного момента \mathbf{P} пьезоэлемента, численное значение которого является произведением

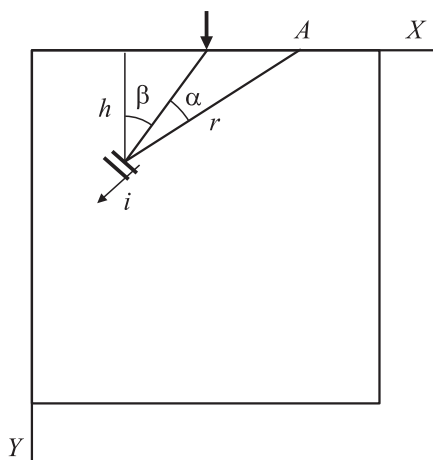


Рис. 1. Схематическое расположение пьезоэлектрического источника в образце относительно заданного элемента электрического приемника.

величины заряда q на одной из поверхностей на расстоянии между поверхностями l (толщина пьезоэлемента), \mathbf{r} — радиус-вектор от источника к заданной точке A поверхности приемного датчика. Стрелкой обозначено направление удара по образцу. Образец находится в системе координат $x-y$, α — угол между направлением дипольного момента и радиусом-вектором \mathbf{r} .

При расположении приемного электрического датчика параллельно оси x ток смещения будет определяться вертикальной составляющей вектора индукции (D_y).

Вертикальная составляющая вектора электрической индукции в точке A для диполя, расположенного по лучу возбуждения, имеет вид

$$\begin{aligned} D_y &= \frac{1}{4\pi} \frac{P}{r^3} \cos \beta (3 \cos^2(\alpha + \beta) - 1) \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{ql}{r^3} \cos \beta (3 \cos^2(\alpha + \beta) - 1), \end{aligned} \quad (1)$$

где β — угол между лучом возбуждения и осью y .

Заряд (q), возникающий при деформации пьезоэлемента, определяется через пьезомодуль (d) и силу (F) как $q = dF$.

Временная зависимость $q(t)$ определяется силой, с которой волна при своем движении воздействует на источник в виде пьезовключения. Временные зависимости $l(t)$ и $r(t)$ обусловлены деформациями пьезовключения и материала образца в зоне источник–приемник под действием той же силы F , действующей в объеме образца в соответствии с законом Гука:

$$\sigma = E \frac{\Delta L}{L},$$

где $\sigma = F/S$; F — сила, действующая на площадку S ; E — модуль Юнга, ΔL — абсолютное перемещение на интервале длины L .

Так как ток смещения, протекающий через поверхность приемника, определяется скоростью изменения электрической индукции, определим элемент этого тока, проинтегрировав по времени уравнение (1):

$$\begin{aligned} D'_y(t) &= \frac{1}{4\pi} \left(\frac{q'(t)l(t)}{r(t)^3} + \frac{q(t)l'(t)}{r(t)^3} - \frac{3q(t)l(t)r'(t)}{r(t)^4} \right) \\ &\quad \times \cos \beta [3 \cos^2(\alpha + \beta) - 1], \end{aligned}$$

где

$$q'(t) = \frac{dSE}{L} \frac{\partial \Delta L}{\partial t} = \frac{dSE}{L} V(t),$$

S — площадь поперечного сечения образца, E — модуль Юнга, L — размер модели в направлении возбуждения, $V(t)$ — скорость смещения по лучу возбуждения. При деформации источника, пьезоэлектрическая ось которого направлена по лучу возбуждения,

$$l(t) = l + \Delta L(t); \quad r(t) = r + \Delta L \cos \alpha,$$

где ΔL — смещение по лучу возбуждения. Тогда

$$l'(t) = V(t), \quad r'(t) = V(t) \cos \alpha.$$

Обозначим постоянную составляющую через k :

$$k = \frac{dSE}{4\pi L}.$$

Тогда

$$D'_y = \frac{kV}{r^3} \left[l + \Delta L - \frac{3 \cos \alpha (\Delta L)}{r} \right] \cos \beta (3 \cos^2 \gamma - 1),$$

где $\gamma = \alpha + \beta$.

Для бетонов, имеющих в своем составе в качестве мелкого заполнителя речной песок, основными источниками являются песчинки, содержащие α -кварц. В среднем размер песчинок составляет порядка $5 \cdot 10^{-4}$ м, а максимальное смещение при силе удара 10 Н составляет $2 \cdot 10^{-6}$ м. Следовательно, вторым и третьим слагаемыми в квадратных скобках можно пренебречь.

Исходя из геометрии эксперимента, приведенной на рис. 1,

$$\cos \beta = \frac{V_y}{V}, \quad \cos \gamma = \frac{h}{r}.$$

Тогда для единичного диполя

$$D'_y(t) = kl \frac{V_y(t)}{r^3} \left(\frac{3h^2}{r^2} - 1 \right),$$

ток смещения равен

$$I_{sm}(t) = kl \int_{S_d} \frac{V_y(t)}{r^3} \left(\frac{3h^2}{r^2} - 1 \right) dS_d,$$

где S_d — площадь приемного электрического датчика.

Таким образом, ток смещения пропорционален скорости смещения источника механоэлектрических преобразований, его размеру и сложным образом зависит от геометрии расположения источника относительно электрического приемника.

Полный ток смещения равен сумме токов от отдельных источников, если они работают синфазно

$$I(t) = \sum_N I_{sm}(t),$$

где N — количество пьезоисточников.

С использованием вычислительной механики сплошных сред был выполнен анализ процессов распространения упругих волн в образце при импульсном механическом воздействии.

Из динамической теории упругости известно, что для однородных сред неограниченной протяженности анализ двух типов волн (продольных и поперечных) в двух измерениях дает такие же результаты, что и в трехмерном измерении. Для наших экспериментов задача ставилась и численно реализовывалась как двумерная на случай плоского деформированного состояния. Этот подход существенно снижал вычислительные сложности и позволял получать результаты, физически оправданные и корректно отражающие реальные трехмерные процессы.

Численная реализация проводилась с использованием нецентральной разностной схемы второго порядка точности относительно шагов по пространству и времени. Корректность численных результатов оценивалась как по внутренней сходимости результатов при изменении параметров конечно-разностной сетки и шагов интегрирования по времени, так и проведенными авторами расчетами модельных задач.

С позиций механики деформируемого твердого тела упругая задача формулируется на случай плоского деформированного состояния следующим образом. В декартовых координатах x, y уравнения движения имеют вид

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}, \quad \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}.$$

Здесь $\rho = \rho(x, y)$ — плотность материала, $u = u(x, y, t)$, $v = v(x, y, t)$ — смещения точек среды вдоль осей x и y соответственно, t — время, $\sigma_{xx} = \sigma_{xx}(x, y, t)$, $\sigma_{xy} = \sigma_{xy}(x, y, t)$, $\sigma_{yy} = \sigma_{yy}(x, y, t)$ — компоненты тензора напряжений. Деформации связаны с ними соотношениями [16]

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx} - \mu_1 \sigma_{yy}}{E_1}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\sigma_{yy} - \mu_1 \sigma_{xx}}{E_1}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{G}.$$

Здесь

$$\mu_1 = \frac{\mu}{1 - \mu}, \quad E_1 = \frac{E}{1 - \mu^2}, \quad G = \frac{E}{2(1 + \mu)},$$

где в свою очередь μ — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга, G — модуль сдвига. Наконец, деформация выражается через перемещения линейными соотношениями

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}.$$

Краевая задача замыкается постановкой начальных и граничных условий.

В качестве начальных принимали условия ненапряженного и недеформированного состояний. В этом случае нижний торец образца неподвижен, $y = 0$, и для него соответствуют условия отсутствия смещений $u(x, 0, t) = v(x, 0, t) = 0$. Для верхнего торца $y = L$ (L — высота образца, рис. 1) смещения в горизонтальном направлении также отсутствуют. Правая и левая кромки образца свободны от внешних нагрузок:

$$\sigma_{xx}(a, y, t) = \sigma_{xy}(a, y, t) = 0.$$

На верхней границе по нормали к ней приложена импульсная нагрузка, для которой распределение по поверхности образца в плоском случае $Y = Y(y)$ по линии $x = 0$ задается колоколообразной функцией [17]

$$Y(y) = \exp \left[-\frac{(y - y_0)^2}{2d^2} \right].$$

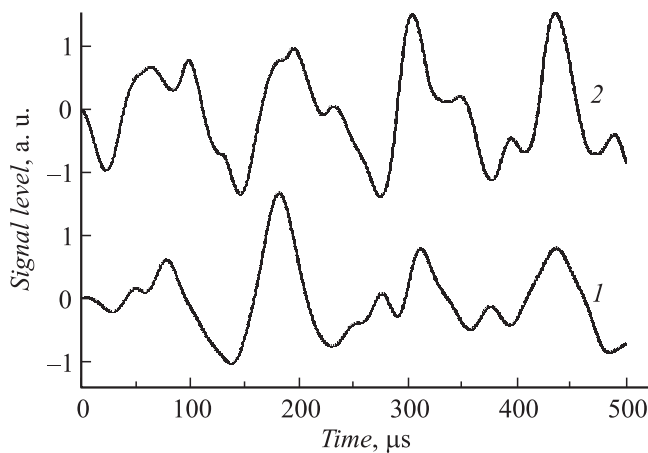


Рис. 2. Электрический отклик на ударное возбуждение гипсопесчаной модели (1) и рассчитанный сигнал (2).

Изменение импульсной нагрузки во времени $T = T(t)$ определяется затухающей синусоидой

$$T(t) = e^{-\delta(t-t_0)} \sin\left(\frac{2\pi t}{t_0}\right).$$

В результате на границе образца нормальная составляющая напряжений определяется зависимостью

$$\sigma_{yy}(0, y, t) = Y(y)T(t).$$

Касательной составляющей нагрузки на этой границе пренебрегаем, т.е. $\sigma_{xy}(0, y, t) = 0$ для всех значений $0 \leq y \leq L$. Численная реализация проводилась с использованием нецентральной разностной схемы второго порядка точности относительно шагов по пространству и времени [18]. Корректность численных результатов оценивалась как по внутренней сходимости результатов при изменении параметров конечно-разностной сетки и шагов интегрирования по времени, так и проведенными авторами расчетами модельных задач [19,20].

На рис. 2 приведены начальные участки экспериментального и расчетного сигналов из гипсопесчаного образца.

Из сравнения рисунков видно, что предложенная физико-математическая модель механоэлектрических преобразований в пьезосодержащих гетерогенных диэлектрических материалах достаточно хорошо описывает экспериментальные результаты.

По результатам численного моделирования были получены характеристики упругих волн (смещение, скорость смещений, деформация), формирующихся в образцах гетерогенных материалов (в том числе и содержащих структурные неоднородности и дефекты) при импульсном механическом возбуждении. На основе этих результатов с использованием предложенной модели производился расчет электрического сигнала. Сопоставление результатов расчета по предложенной модели с экспериментально измеренным электрическим откликом

на ударное возбуждение материала дает возможность определять средний размер фракций пьезоэлектрических включений, концентрацию пор и размер дефектов (трещин) в пьезосодержащих гетерогенных материалах.

Работа выполнена в рамках Государственного задания „Наука“ (№ 7.1826.2011) и гранта РФФИ (№ 11-08-01102-а).

Список литературы

- [1] Мальшиков Ю.П., Гордеев В.Ф., Дмитриев В.П., Смирнов В.А., Фурса Т.В., Ульченко В.И. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 2. С. 336–341.
- [2] Фурса Т.В. // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 7. С. 53–56.
- [3] Суржиков А.П., Фурса Т.В., Хорсов Н.Н. // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 1. С. 57–61.
- [4] Суржиков А.П., Фурса Т.В. // ЖТФ. 2008. Т. 78. № 4. С. 71–76.
- [5] Фурса Т.В., Савельев А.В., Осипов К.Ю. // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 11. С. 59–63.
- [6] Фурса Т.В., Дани Д.Д. // ЖТФ. 2011. Т. 91. Вып. 8. С. 53–58.
- [7] Фурса Т.В., Осипов К.Ю. // Дефектоскопия. 2003. № 10. С. 33–37.
- [8] Фурса Т.В., Осипов К.Ю. // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. Вып. 19. С. 61–68.
- [9] Фурса Т.В. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 7. С. 1–6.
- [10] Фурса Т.В., Суржиков А.П., Гольд Р.М. // Дефектоскопия. 2001. № 9. С. 20–22.
- [11] Фурса Т.В., Хорсов Н.Н., Романов Д.Б. // Дефектоскопия. 2001. № 9. С. 23–26.
- [12] Фурса Т.В., Найденов Е.П., Осипов К.Ю., Усманов Р.У. // ЖТФ. 2004. Т. 74. № 12. С. 52–55.
- [13] Фурса Т.В., Суржиков А.П., Осипов К.Ю. // Дефектоскопия. 2007. № 2. С. 27–34.
- [14] Фурса Т.В., Осипов К.Ю., Дани Д.Д. // Дефектоскопия. 2011. № 5. С. 39–47.
- [15] Фурса Т.В., Осипов К.Ю., Дани Д.Д. // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. Вып. 7. С. 1–7.
- [16] Филин А.П. // Прикладная механика твердого деформируемого тела. Т. 1. М.: Наука, 1975. 832 с.
- [17] Немирович-Данченко М.М. // Физическая мезомеханика. 2002. Т. 5. № 5. С. 99–106.
- [18] Уорминг Р.Ф., Кутлер П., Ломакс Г. // Ракетная техника и космонавтика. 1973. Т. 11. № 2. С. 76–85.
- [19] Барашков В.Н., Герасимов А.В., Люкшин Б.А. // Химическая промышленность. 1998. № 10. С. 657–661.
- [20] Герасимов А.В., Люкшин Б.А. // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Труды XII межресп. конф. Новосибирск, 1995. С. 44–47.