

01

Система нейроморфного оценивания вращения подвижной технологической платформы

© А.С. Девятисильный

Институт автоматки и процессов управления ДВО РАН,
690041 Владивосток, Россия
Дальневосточный федеральный университет,
Владивосток, Россия
e-mail: devyatishilny@iacp.dvo.ru

(Поступило в Редакцию 8 ноября 2012 г.)

Предложена модель астроинерциальной системы с алгоритмом коррекции, сконструированном на основе расширенной интерпретации алгоритма калмановского типа. Приведены результаты вычислительного эксперимента.

Функционирование многоцелевых подвижных технологических платформ (ТП) авиационного, космического или морского базирования в значительной степени обеспечивается выполнением требуемых условий на движение, что, как известно, достигается управлением по наблюдениям — с помощью обратной связи.

Настоящая работа посвящена модели астроинерциальной системы (АИС) оценки параметров вращения ТП, или, что то же самое по существу, параметров (матрица ориентации, угловые скорости) вращения бортовой приборной системы отсчета (ПСО), в проекциях на оси которой измеряется вектор абсолютной угловой скорости и орты направлений на навигационные звезды (НЗ), чьи угловые положения известны в инерциальной системе отсчета (ИСО).

Функционирует такая АИС следующим образом: из блока гироскопов информация об измеренном векторе абсолютной угловой скорости поступает в бортовой вычислитель, где интегрируется матричное кинематическое уравнение Пуассона [1], результат решения которого — матрица (матрица ориентации), составленная из ортов ИСО в проекциях на оси ПСО и характеризующая образ ПСО в виртуальной среде; последнее дает возможность сформировать в виртуальной среде образы априорно задаваемых в ИСО ортов НЗ в проекциях на оси ПСО и, сравнивая их с измеренными оптически датчиками значениями, определить вектор невязок, подлежащий дальнейшей обработке с целью коррекции первичных оценок параметров вращения, полученных в результате инерциальных измерений угловой скорости и интегрирования уравнений Пуассона.

Для этого в настоящей работе предлагается оригинальный (нейроморфный) алгоритм, сконструированный на основе мультимодельной интерпретации алгоритма динамического обращения калмановского типа [2,3], адаптированного к условиям неполных представлений как о погрешностях инерциальных и астроизмерений, так и о погрешностях интегрирования уравнения Пуассона, что в конечном итоге позволяет получать более точное представление о вращении объекта.

Основные модельные представления

Начнем с геометрии астроизмерений. Введем правые ортогональные системы отсчета — инерциальную (ИСО: $o\xi = o\xi_1\xi_2\xi_3$) и приборную (ПСО: $ou = ou_1ou_2ou_3$), связанные преобразованием $y_i = A_{ij}\xi_j$, где $\mathbf{A} = (A_{ij})$ — матрица преобразования. Пусть в $o\xi$ заданы орты НЗ $\mathbf{L}^{(s)} = (L_i^{(s)})$, $s = \overline{1, N}$, $i = \overline{1, 3}$, где N — число звезд. Тогда в ou орты этих НЗ будут представлены векторами $\mathbf{I}^{(s)} = (I_i^{(s)})$, $s = \overline{1, N}$, $i = \overline{1, 3}$, причем $l_i = A_{ij}L_j$. Далее ограничимся значением $N = 2$ и примем правило суммирования по повторяющимся нижним индексам.

В качестве измеряемых при визировании НЗ величин возьмем приборные „азимутальные“ ($\Gamma_1^{(s)}$) и „высотные“ ($\Gamma_2^{(s)}$) углы, полагая, что $\Gamma_1^{(s)}$ отсчитывается в плоскости ou_1ou_2 от оси ou_2 в сторону оси ou_1 , а $\Gamma_2^{(s)}$ — от плоскости ou_1ou_2 в положительном (для ou_2) полупространстве. Измеренные значения этих углов обозначают через $\gamma_1^{(s)}$ и $\gamma_2^{(s)}$, так что $\gamma_i^{(s)} = -\Gamma_i^{(s)} - \Delta_i^{(s)}$, $i = \overline{1, 2}$, где $\Delta_i^{(s)}$ — инструментальные погрешности измерений, которые принимаем далее достаточно малыми. Теперь может быть декларирована следующая модель астроизмерений:

$$J_i^{(s)} = a_{ij}L_j^{(s)}, \quad s = \overline{1, 2}, \quad i = \overline{1, 3}, \quad j = \overline{1, 3}, \quad (1)$$

где $\mathbf{J}^{(s)} = (J_i^{(s)})$ — числовой образ орта $\mathbf{I}^{(s)}$, причем

$$J_1^{(s)} = \sin \gamma_1^{(s)} \cos \gamma_2^{(s)}, \quad J_2^{(s)} = \cos \gamma_1^{(s)} \cos \gamma_2^{(s)},$$

$$J_3^{(s)} = \sin \gamma_2^{(s)}, \quad \varepsilon_i^{(s)} = g_{ik}^{(s)} \Delta_k^{(s)}, \quad g_{ik}^{(s)} = \partial l_i^{(s)} / \partial \Gamma_k^{(s)}, \quad k = \overline{1, 2}.$$

Перейдем теперь к „геометрии движения“ [4] — кинематике.

Эволюция матрицы \mathbf{A} , как известно [1], удовлетворяет матричному уравнению Пуассона

$$\dot{a}_{im} = -e_{ijk}\omega_j a_{km}, \quad a_{im}(0) = a_{im,0}, \quad i, j, k, m = \overline{1, 3}, \quad (2)$$

где e_{ijk} — символ Леви-Чивиты.

При моделировании (2) в реальной информационной ситуации имеет место следующее его представление:

$$\dot{b}_{im} = -e_{ijk}\tilde{\omega}_j b_{km}, \quad b_{im}(0) = b_{im,0}, \quad i, j, k, m = \overline{1, 3}, \quad (3)$$

где b_{im} — вычисленное значение a_{im} , $\tilde{\omega}_j = \omega_j - \nu_j$ — измеренное с инструментальной погрешностью ν_j значение ω_j .

Решение уравнения (3) позволяет сформировать еще один образ орта $l^{(s)}$

$$\tilde{J}_i^{(s)} = b_{ij}L_j^{(s)}, \quad i, j = \overline{1, 3}, \quad s = \overline{1, 2}. \quad (4)$$

Примем далее, что виртуальный образ ($o\tilde{y} = o\tilde{y}_1\tilde{y}_2\tilde{y}_3$) приборного трехгранника $oу$ образуется поворотом $oу$ на вектор малого угла $\beta = (\beta_i)$, $i = \overline{1, 3}$, так что $b_{ik} = (\delta_{im} - e_{ijm}\beta_j)a_{mk}$, где $i, j, k, m = \overline{1, 3}$, δ_{im} — символ Кронекера.

Сравнивая теперь (2) и (3), а также (1) и (4) и ограничиваясь линейным приближением, приходим к системе линейных дифференциальных и алгебраических уравнений, представляющим модель задачи „в малом“ типа „состояние–измерение“, целью решения которой является оценка вектора состояния. Для уточнения состава вектора состояния декларируем модель погрешностей астро- и инерциальных измерителей. Относительно первых ($\Delta_1^{(s)}$ и $\Delta_2^{(s)}$) примем, что они нормальные некоррелированные „белые шумы“ с нулевыми средними и равными интенсивностями, т.е. $\Delta_i^{(s)}: N(0, R_i^{(s)})$, $i = \overline{1, 2}$, $R_i^{(k)} = R_j^{(s)} = \sigma_\Delta^2$, $i, j, k, s = \overline{1, 2}$. Вторые (ν_i , $i = \overline{1, 3}$) представлены моделями $\nu_i: N(m_i, \sigma_i^2)$, $m_i \neq m_j$, $\sigma_i = \sigma_j = \sigma_u$, $i, j = \overline{1, 3}$, $i \neq j$.

С учетом изложенного за вектор состояния обратной задачи примем $\mathbf{x} = (\beta_1, \beta_2, \beta_3, m_1, m_2, m_3)^T$, а ее уточненную модель запишем в виде

$$\dot{\beta}_i = -e_{ikj}\omega_k\beta_j + m_i + u_i, \quad \beta_i(0) = \beta_{i,0},$$

$$\dot{m}_i = \chi(t), \quad m_i(0) = m_{i,0},$$

$$\delta J_p^{(s)} = e_{pkj}l_k^{(s)}\beta_j + \varepsilon_p^{(s)}, \quad i, j, k, p = \overline{1, 3}, \quad s = \overline{1, 2}, \quad (5)$$

где $m_i(t) = \int_0^t \chi_i(\tau) d\tau$, $\chi_i(\tau)$ — скорость изменения m_i ,

$u_i: N(0, \sigma_i^2)$, $\sigma_i = \sigma_j \forall i, j$. Легко убедиться, что вектор состояний в системе (5) наблюдаем, причем это свойство сохраняется, если в уравнениях измерений исключить (3) и (6) уравнения. Полагая далее, что это сделано, примем, что индекс $p = \overline{1, 2}$.

Перепишем (5) в следующем, более общем виде

$$\dot{x}_i = a_{ij}x_j + q_i, \quad x_i(0) = x_{i,0},$$

$$z_k = h_{kj}x_j + r_k, \quad i, j = \overline{1, 6}, \quad k = \overline{1, 4}, \quad (6)$$

где $\mathbf{A} = (a_{ij})$ и $\mathbf{H} = (h_{ij})$ — матрицы соответствующих коэффициентов при компонентах вектора состояния \mathbf{x} , $\mathbf{z} = (z_k) = (\delta J_p^{(s)})$, $k = \overline{1, 4}$, $p = \overline{1, 2}$, $s = \overline{1, 2}$ — вектор измерений, $\mathbf{q} = (q_i) = (u_1, u_2, u_3, \chi_1, \chi_2, \chi_3)^T$, $\mathbf{r} = (r_k) = (\varepsilon_1^{(1)}, \varepsilon_2^{(1)}, \varepsilon_1^{(2)}, \varepsilon_2^{(2)})^T = \mathbf{G}\Delta$, $\mathbf{G} = \text{block-diag}(\mathbf{G}^{(1)}, \mathbf{G}^{(2)})$, $\mathbf{G}^{(s)} = (g_{ij}^{(s)})$, $i, j, s = \overline{1, 2}$, $\Delta = (\Delta_1^{(1)}, \Delta_2^{(1)}, \Delta_1^{(2)}, \Delta_2^{(2)})^T$, T — символ транспонирования векторов и матриц.

Концепция алгоритма

В качестве исходной парадигмы алгоритма динамического обращения для решения задачи (6) рассмотрим линейный алгоритм (фильтр) следующего вида:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{K}(\mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}), \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}_0, \quad (7)$$

где $\mathbf{K} = \arg \min_{\mathbf{K}} \mathbf{F}$, $\mathbf{F} = 0.5\|\mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}\|^2$, $\|\cdot\|$ — евклидова норма вектора. Если пара матриц (\mathbf{A}, \mathbf{H}) наблюдаема, то выбор в соответствии с указанным матричного коэффициента обратной связи \mathbf{K} может обеспечить асимптотическую устойчивость алгоритма (7). О достижимости этого свойства алгоритма свидетельствует то, что, если интерпретировать (7) как алгоритм калмановского типа, т.е. положить $\mathbf{K} = \mathbf{D}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}$, где \mathbf{D} удовлетворяет матричному уравнению Риккати $\dot{\mathbf{D}} = \mathbf{A}\mathbf{D} + \mathbf{D}\mathbf{A}^T - \mathbf{D}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{D} + \mathbf{Q}$, $\mathbf{D}(0) = \mathbf{D}_0$ с симметрическими положительно определенными матрицами $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{D}_0$, то уравнение (7) асимптотически устойчиво [2].

Из изложенного следует, что помимо прямого выбора — $\mathbf{K} = \arg \min_{\mathbf{K}} \mathbf{F}$ — допустим альтернативный — $\mathbf{K}: \mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{Q}, \mathbf{R})$, $(\mathbf{Q}, \mathbf{R}) = \arg \min_{\mathbf{Q}, \mathbf{R}} \mathbf{F}$, который и культивируется в настоящей работе. Достоинство его в том, что он гарантирует асимптотическую устойчивость (7) и сходимость предлагаемого ниже решения экстремальной задачи.

Теперь заметим следующее. Модель (5) построена на основе теоретико-механических и математических представлений, т.е. на абстрактных образах как продуктах деятельности и развития человеческого мозга (в значительной степени это относится к префронтальной области коры — зоны мозга [5]). Поэтому об алгоритме (7), построенном на представлениях модели (6), можно говорить, что он нейроморфен, и отождествлять его с искусственной нейросетью с синаптическими (по сути) коэффициентами \mathbf{A}, \mathbf{H} и \mathbf{K} . Особенность этой нейросети состоит в том, что ее структура и значения части синаптических коэффициентов (\mathbf{A} и \mathbf{H}) предопределены теоретически (и даны в измерениях), а обучение выполняется в процессе решения экстремальной задачи и отождествимо с адаптивной настройкой матричного параметра $\mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{Q}, \mathbf{R})$.

При численном исследовании задачи (5) \mathbf{Q} и \mathbf{R} выбраны в виде $\mathbf{Q} = \text{diag}(\sigma_u^2, \sigma_u^2, \sigma_u^2, \sigma_\chi^2, \sigma_\chi^2, \sigma_\chi^2)$, $\mathbf{R} = \sigma_\perp^2 \mathbf{G}\mathbf{G}^T$, таким образом в выбранном варианте экстремальная задача решается в пространстве только трех параметров: $\sigma_u^2, \sigma_\chi^2$ и σ_Δ^2 , заметим, что в исходном ее пришлось бы решать в пространстве 24-х параметров K_{ij} .

Для решения экстремальной задачи в настоящей работе предлагается мультисистема из $3^3 = 27$ параллельных систем — алгоритмов калмановского типа (в этом суть модели механизма нейроморфизма). Работа каждого из них выполняется при одинаковых для всех стартовых на шаге решения условиях, но при разных значениях параметров \mathbf{Q} и \mathbf{R} . Победившей в таком соревновательном на

шаге процессе признается система с наименьшим значением F , а значения ее переменных \hat{x} и \mathbf{D} принимаются в качестве стартовых на следующем шаге решения для всех систем мультисистемы; новый же набор значений параметров \mathbf{Q} и \mathbf{R} формируется около (как центра) значений параметров \mathbf{Q} и \mathbf{R} победившей системы. Например, если $\tilde{\sigma}_\Delta$ — значение параметра σ_Δ системы-победителя, то новый набор значений этого параметра есть $\{\tilde{\sigma}_\Delta(1 - \alpha), \tilde{\sigma}_\Delta, \tilde{\sigma}_\Delta(1 + \alpha)\}$, $0 < \alpha < 1$, аналогичным образом назначаются новые значения параметров σ_u и σ_x .

Результаты вычислительного эксперимента

Вычислительный эксперимент проводился для случая движения объекта-носителя ТП по географической па-

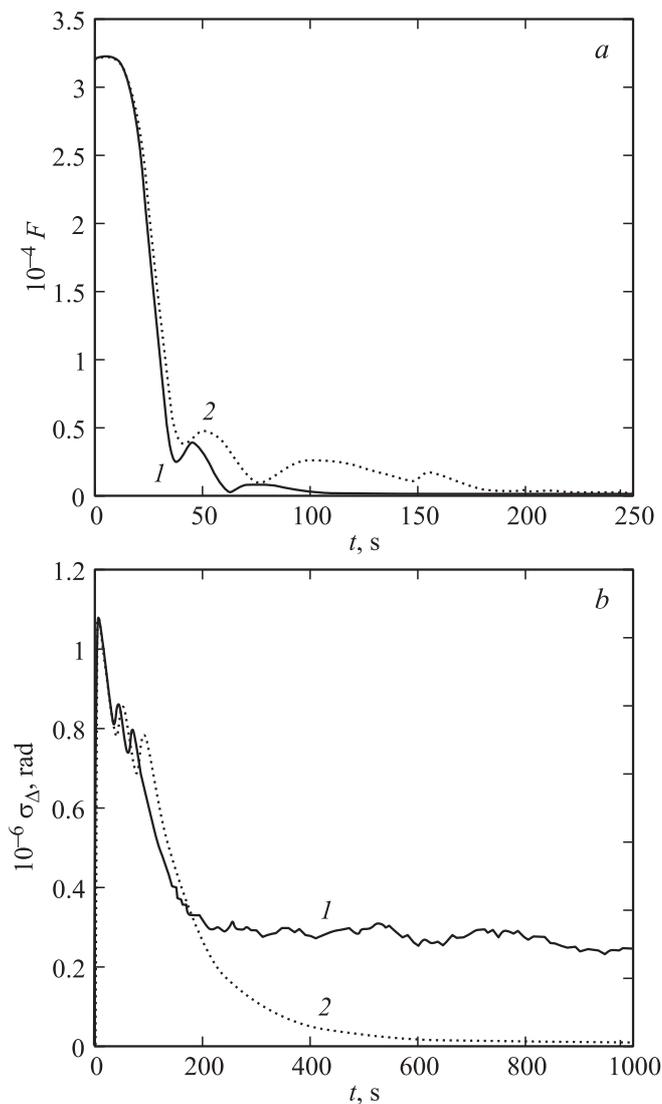


Рис. 1. Графики эволюции F (а) и σ_Δ (b) при $a = 0.01$ (графики 1) и $a = 0.05$ (графики 2).

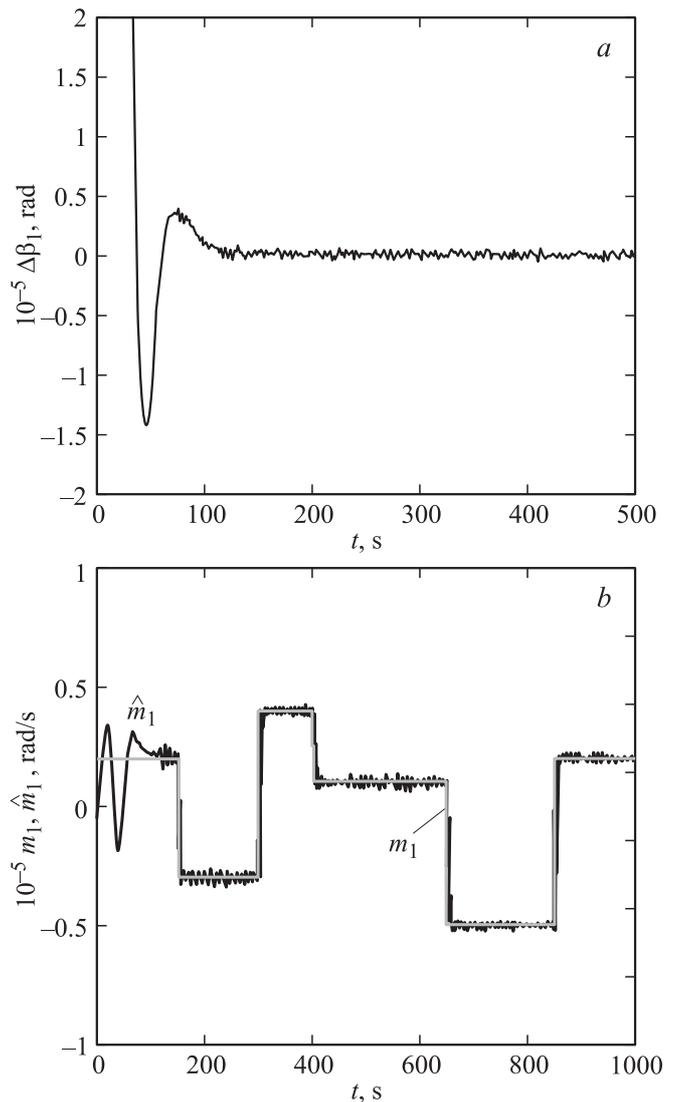


Рис. 2. Графики при $a = 0.05$ эволюции погрешности $\Delta\beta_1$ (а) оценки значений β_1 и функции m_1 и ее оценки \hat{m}_1 (b).

раллели ($\varphi = 45^\circ$) с относительной (к Земле) скоростью 100 m/s в восточном направлении.

Предполагалось, что трехгранник ou физически моделирует географически ориентированный трехгранник с осями, направленными соответственно на восток, север и по радиусу-вектору места объекта; при этом наблюдаются две НЗ. Одна из них с ортом $\mathbf{I}^{(1)} = (0, \cos \varphi, \sin \varphi)^T$ — полярная, другая — с ортом

$$\mathbf{I}^{(2)} = \left(-\frac{\omega_2}{\omega} \sin \omega t, \frac{\omega_2 \omega_3}{\omega} (1 - \cos \omega t), \frac{\omega_2^2}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) \right)^T,$$

так что при $t = 0$ он направлен по радиусу-вектору места (старта) объекта, $\omega = |\omega|$.

При имитационном моделировании системы (5) предполагалось, что u_i и Δ_i распределены не нормально, а равномерно со среднеквадратическими значениями $\sigma_u = 120^{-3} \text{rad/h}$ и $\sigma_\Delta = 10^{-6} \text{rad}$, функция m_1 кусочно-

постоянная, а функции m_2 и m_3 синусоидальны с различными значениями амплитуд, периодов и фаз, чисто случайные процессы в формировании этих функций не участвуют, так что $\sigma_\chi = 0$, начальные значения переменных состояния — $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 5 \cdot 10^{-4}$, $m_1 = 2 \cdot 10^{-6}$, $m_2 = m_3 = 0$, $D_{ij}(0) = 10^{-14}\delta_{ij}$.

При решении обратной задачи (5) с помощью предложенной нейроморфной системы начальные значения параметров настройки (σ_u , σ_χ и σ_Δ) синаптических коэффициентов (K_{ij}) брались следующими: $\sigma_u = \sigma_\chi = 5 \cdot 10^{-6}$, $\sigma_\Delta = 10^{-6}$.

Об эффективности системы можно судить по графикам на рисунках, представляющим некоторые характерные результаты вычислительного эксперимента.

На рис. 1 показаны графики эволюции F (рис. 1, *a*) и σ_Δ (рис. 1, *b*) при $\alpha = 0.01$ (графики 1) и $\alpha = 0.05$ (графики 2); на рис. 2 — графики при $\alpha = 0.05$ эволюции погрешности $\Delta\beta_1$ (рис. 2, *a*) оценки значений β_1 и функции m_1 и ее оценки \hat{m}_1 (рис. 2, *b*).

Заключение

Результаты выполненного исследования показали конструктивность предложенной концепции нейроморфизма при решении конкретной прикладной задачи и расширили существующее представление о методе динамического обращения [3], интерпретируемом в рамках калмановской теории наблюдения.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ-ДВО (грант № 11-01-98501-р_восток_a) и ДВО РАН (грант № 12-1-П117-01).

Список литературы

- [1] Андреев В.Д. Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. М.: Наука, 1967. 648 с.
- [2] Kalman R.E., Falb P.L., Arbib M.A. Topics in mathematical system theory. NY: McGraw-Hill, 1969. 358 p.
- [3] Осипов Ю.С., Кряжимский А.В. // Вестник РАН. 2006. Т. 76. № 7. С. 615–624.
- [4] Ишлинский А.Ю. Классическая механика и силы инерции. М.: Наука, 1987. 320 с.
- [5] Arnsten Amy F.T. // Int. J. Developmental Neuroscience. 2011. Vol. 29. N 3. P. 215–223.